Modelo de Relatório: Modelagem e Validação de Perfis de Plasma em MATLAB

Autores:

- Nome do Aluno 1 (Turma e NUSP)
- Nome do Aluno 2 (Turma e NUSP)
- Nome do Aluno 3 (Turma e NUSP)
- Nome do Aluno 4 (Turma e NUSP)

(Número do Grupo de Trabalho: [Inserir número do grupo])

1. Introdução

Este experimento visa modelar perfis de temperatura e velocidade em plasmas confinados no tokamak TCABR, utilizando MATLAB para ajustes polinomiais e canônicos. Os objetivos incluem:

* Ajustar dados experimentais de velocidade e temperatura a modelos empíricos e baseados em física.
* Calcular e interpretar métricas de qualidade de ajuste (R^2, RMSE) e intervalos de confiança.
* Avaliar a concordância entre um modelo teórico de rotação intrínseca (modelo de Helander) e os dados experimentais.
* Analisar a sensibilidade dos resultados às incertezas experimentais através de simulação de Monte Carlo.

Obs: Recomenda-se fortemente que você leia o documento "Compreendendo Melhor o Experimento sobre Modelagem e Validação de Perfis de Plasmas em Matlab" que está no site da disciplina no endereço (https://fap.if.usp.br/~jhsevero/Fisica_Experimental_C_Semestral_2025/resources/Franck-Hertz/PDF/Sobre-o-Experimento-de-Modelagem-e-Validac%CC%A7a%CC%83o-de-Perfis-de-Plasmas-em-Matlab.pdf)

2. Metodologia

2.1. Ajuste do Perfil de Velocidade (Refere-se à Parte 1 do Roteiro e `script_01.m`)

* **Dados Utilizados:**
  * `r_Exp`: Vetor das posições radiais experimentais (m).

Obs: Liste os valores numéricos do vetor `r_Exp` utilizado pelo seu grupo.

  * `Vphi_Exp`: Vetor das velocidades de rotação toroidal experimentais (m/s) correspondentes a `r_Exp`.

Obs: Liste os valores numéricos do vetor `Vphi_Exp` utilizado pelo seu grupo).

* `Vphi_Exp_err`: Vetor das incertezas experimentais associadas a cada ponto de `Vphi_Exp` (m/s).
Obs: Liste os valores numéricos do vetor `Vphi_Exp_err` utilizado pelo seu grupo).

* **Procedimento:**
1. Carregamento dos dados experimentais específicos do grupo.
2. Ajuste dos dados (`r_Exp`, `Vphi_Exp`) a polinômios de 4º e 5º graus usando a função `polyfit`.
3. Avaliação dos polinômios ajustados em uma malha radial fina (`r`) usando `polyval`.
4. Cálculo do coeficiente de determinação (R^2) para ambos os ajustes.
5. Seleção do polinômio de melhor ajuste com base no maior valor de R^2.
6. Cálculo da Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE) para o melhor ajuste.
7. Cálculo e visualização do intervalo de confiança de 95% para o melhor ajuste polinomial.

* **Pergunta 1:** Com base no Documento 1 (Seções 1 e 2), explique o objetivo fundamental do ajuste de curvas para dados experimentais como os de velocidade do TCABR. Descreva o princípio dos mínimos quadrados usado pela função `polyfit`. Qual a diferença fundamental entre usar um polinômio de 4º e 5º grau, e qual o risco associado a usar um grau muito alto (mencione o termo técnico)? Explique o significado do coeficiente de determinação (R^2) e como ele é calculado (fórmula geral).

2.2. Ajuste do Perfil de Temperatura (Refere-se à Parte 2 do Roteiro e `script_02.m`)

* **Dados Utilizados:**
* `r_data`: Vetor das posições radiais experimentais para a temperatura (m).
Obs: Liste os valores numéricos do vetor `r_data` utilizado pelo seu grupo.
* `Ti_reconstructed`: Vetor das temperaturas iônicas experimentais (eV) correspondentes a `r_data`.
Obs: Liste os valores numéricos do vetor `Ti_reconstructed` utilizado pelo seu grupo.
* `Ti_data_err`: Vetor das incertezas experimentais associadas a cada ponto de `Ti_reconstructed` (eV).
Obs: Liste os valores numéricos do vetor `Ti_data_err` utilizado pelo seu grupo.

* **Modelo Canônico:**
`$T_i(r) = (T_{i,max} - T_{i,min})[1 - (r/a)^2]^n + T_{i,min}$`

* **Procedimento:**
1. Definição da função canônica no MATLAB.
2. Ajuste dos parâmetros (`Ti,max`, `Ti,min`, `n`) aos dados (`r_data`, `Ti_reconstructed`) usando `lsqcurvefit` com uma estimativa inicial.
3. Cálculo de R^2 e RMSE para o ajuste canônico.
4. Cálculo da Matriz Jacobiana (**J**) e da Matriz de Covariância dos parâmetros ajustados.

5. Cálculo e visualização do intervalo de confiança de 95% para a curva de temperatura ajustada, incorporando as incertezas dos dados e do modelo (via Jacobiana e covariância).

* **Pergunta 2:** O ajuste do perfil canônico de temperatura usa `lsqcurvefit`. Explique, com base no Documento 1 (Seção 3), por que este método requer uma estimativa inicial e como ele difere do ajuste polinomial. O Documento 1 (Seção 4.2) detalha o cálculo do intervalo de confiança. Qual o significado de um intervalo de confiança de 95%? Além da dispersão dos dados (RMSE) e das incertezas experimentais, quais duas outras fontes de incerteza são consideradas no cálculo, e qual o papel específico da Matriz Jacobiana (**J**) e da Matriz de Covariância neste processo?

2.3. Cálculo e Análise da Velocidade de Helander (Refere-se à Parte 3 do Roteiro e `script_03.m`)

* **Fórmula de Helander Utilizada:**
  `$V_\phi(r) = \frac{2\epsilon}{B_{pol}(r)} \frac{dTi}{dr}$`
onde `$B_{pol} = -\mu_0 \frac{I_P}{2\pi}(r/a^2)[2-(r/a)^2] + 0.001$` e `$\epsilon = a/R_{centr}$`.

* **Procedimento:**
  1. Cálculo analítico da derivada `dTi/dr` a partir da função canônica ajustada na seção 2.2, usando os parâmetros `Ti,max`, `Ti,min`, `n` encontrados.
  2. Cálculo do perfil radial de `Bpol(r)` usando os parâmetros da máquina (I_P, a, μ_0).
  3. Cálculo do perfil de velocidade de Helander `V_helander(r)` usando a fórmula acima.
  4. Comparação quantitativa da previsão de Helander com os dados experimentais de velocidade (`Vphi_Exp`):

* Cálculo do R^2 (`R2_helander`) entre `V_helander` (interpolado em `r_Exp`) e `Vphi_Exp`.

* Cálculo da "**razão de aderência**": percentual de pontos da curva `V_helander` que caem dentro do intervalo de confiança de 95% do **ajuste polinomial** da velocidade (da seção 2.1).

5. **Visualização comparativa:** gráfico incluindo dados experimentais de velocidade (`Vphi_Exp` com barras de erro), o melhor ajuste polinomial com seu **IC**, e a curva da velocidade de Helander.

* **Pergunta 3:** Consulte o Documento 2 para explicar o conceito de rotação intrínseca em tokamaks. Qual a hipótese central do modelo de Helander que relaciona a velocidade toroidal (V_ϕ) ao gradiente de temperatura iônica (dTi/dr)? Identifique e explique brevemente o significado físico de cada termo na fórmula `

$V_\phi(r) = \frac{2\epsilon}{B_{pol}(r)} \frac{dTi}{dr}$`. Como o gradiente `dTi/dr` é obtido na prática neste experimento (consulte Doc 1, Seção 6.1)?

2.4. Análise de Sensibilidade via Perturbação dos Dados (Refere-se à Parte 4 do Roteiro e `script_04.m`)

* **Procedimento:**
  1. Implementação de um loop de Monte Carlo (`n_iterations = 1000`).
  2. Dentro de cada iteração:
     * Perturbação aleatória dos dados de temperatura (`Ti_reconstructed`) usando suas incertezas (`Ti_data_err`) e a função `randn`.
     * Reajuste da função canônica de temperatura aos dados perturbados usando `lsqcurvefit`.
     * Recálculo da velocidade de Helander (`V_helander`) com os novos parâmetros de temperatura.
     * Cálculo da diferença quadrática entre esta `V_helander` e o perfil do melhor ajuste polinomial de velocidade (`poly_val`).
  3. Identificação da iteração (e dos parâmetros de temperatura correspondentes, `best_params_temp`) que minimizou a diferença quadrática acima.
  4. Cálculo do perfil de velocidade de Helander "**otimizado**" (`V_helander_optimized`) usando `best_params_temp`.
  5. Recálculo das métricas (R^2 e razão de aderência) para `V_helander_optimized` em comparação com os dados experimentais de velocidade e o **IC** do polinômio.
  6. Visualização dos perfis de temperatura (inicial, otimizado, dados, **IC** otimizado) e de velocidade (dados, polinômio com **IC**, Helander otimizado).

* **Pergunta 4:** A Parte 4 utiliza uma simulação de Monte Carlo. Com base no Documento 1 (Seção 8), explique o **propósito** desta simulação no contexto da análise de sensibilidade. Como os dados de temperatura são perturbados em cada iteração e por que essa perturbação é feita com base nas barras de erro experimentais (`Ti_data_err`)? Qual é o objetivo da otimização realizada dentro do loop da simulação (ou seja, o que está sendo minimizado)?

3. Resultados

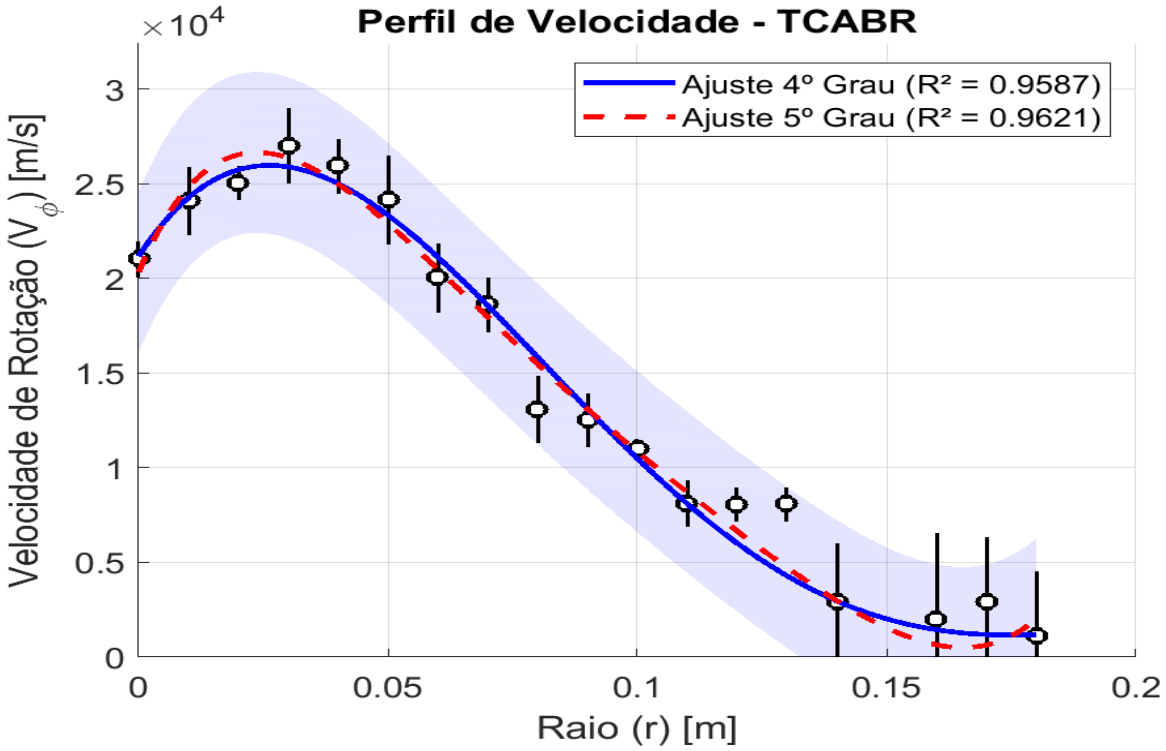
(Nesta seção, apresente os resultados numéricos e gráficos obtidos ao executar os scripts MATLAB. Preencha as tabelas e insira os gráficos gerados).

3.1. Perfil de Velocidade

* **Tabela 1:** Coeficientes e Métricas dos Ajustes Polinomiais de Velocidade

Grau do polinômio	R^2	$RMSE$	ax^5	bx^4	cx^3	dx^2	ex^1	f
4 Grau (a_4, b_4, c_4, d_4, e_4)	Valor	Valor	N/A	Valor	Valor	Valor	Valor	Valor
5 Grau (a_5, b_5, c_5, d_5, e_5, f_5)	Valor	Valor	Valor	Valor	Valor	Valor	Valor	Valor

* **Gráfico 1:** Perfil de velocidade experimental com ajustes polinomiais (4º e 5º graus) e intervalo de confiança de 95% para o melhor ajuste.
*(Insira aqui o gráfico gerado por `script_01.m`)



* **Pergunta 5:** Observando o Gráfico 1, o intervalo de confiança do ajuste polinomial tende a ser mais largo perto das bordas ($r \approx 0$ e $r \approx a$) do que na região intermediária. Com base na discussão sobre intervalos de confiança no Documento 1 (Seção 4.2), explique por que isso geralmente ocorre.

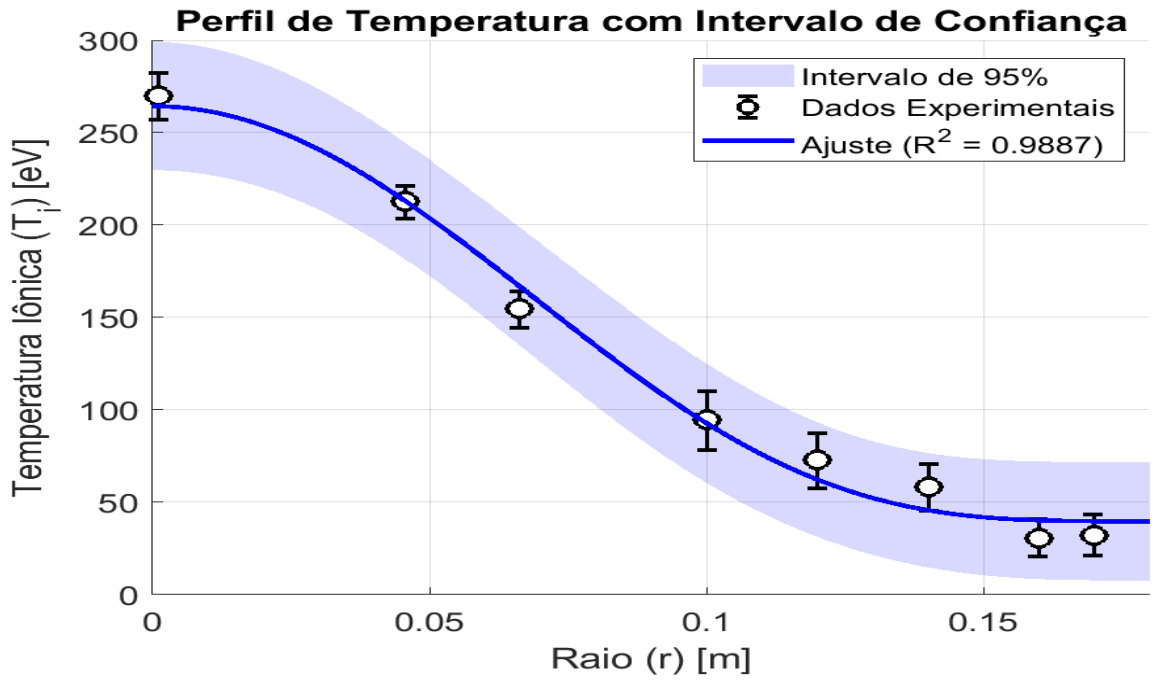
3.2. Perfil de Temperatura

* **Tabela 2:** Parâmetros e Métricas do Ajuste Canônico de Temperatura (Antes e Após Otimização MC)

Parâmetro	Valor (Antes da Perturbação)	Valor (Após Perturbação)
$T_{i,max}$	valor eV	valor eV
$T_{i,min}$	valor eV	valor eV
n	valor	valor

(Preencha com os valores calculados em `script_02.m` e `script_04.m`)

* **Gráfico 2:** Perfil de temperatura experimental, ajuste canônico inicial, ajuste canônico otimizado e intervalo de confiança de 95% (para o ajuste otimizado).
(Insira aqui o gráfico de temperatura gerado por `script_04.m`)



* **Pergunta 6:** A Tabela 2 mostra os parâmetros de temperatura antes e depois da otimização por Monte Carlo (Parte 4). Frequentemente, observa-se uma mudança significativa, especialmente em `Ti,min` ou `n`. Discuta, com base no Documento 1 (Seção 8.3), o que essa sensibilidade dos parâmetros ajustados às perturbações (dentro das barras de erro) implica sobre a robustez do ajuste do perfil de temperatura.

3.3. Comparação da Velocidade de Helander

* **Tabela 3:** Métricas de Qualidade para a Velocidade de Helander (Antes e Após Otimização MC)

Métrica (Comparação com Vphi_Exp)	Valor (Helander Inicial - Parte 3)	Valor (Helander Otimizado - Parte 4)
R^2 (Helander vs Vphi_Exp)	valor	valo
Razão de Aderência (%)	valor %	valor %

(Preencha com os valores calculados em `script_03.m` e `script_04.m`. A Razão de Aderência refere-se à % de pontos da curva de Helander dentro do IC do ajuste polinomial de velocidade).*

* **Gráfico 3:** Comparação entre velocidade experimental (`Vphi_Exp` com erros), ajuste polinomial (com IC 95%) e velocidade de Helander otimizada (`V_helander_optimized`).
*(**Insira aqui o gráfico de velocidade gerado por `script_04.m`**)*

* **Pergunta 7:** A Tabela 3 e o Gráfico 3 comparam o modelo de Helander com o ajuste polinomial da velocidade. Geralmente, o R^2 do modelo de Helander (comparado aos dados `Vphi_Exp`) é menor que o R^2 do ajuste polinomial. Explique por que isso é esperado, considerando que o polinômio é um ajuste empírico direto aos dados de velocidade, enquanto o modelo de Helander é uma previsão baseada em um modelo físico e nos dados de ***temperatura***. Consulte o Documento 2 (Seção 4) e discuta brevemente outros mecanismos físicos que podem contribuir para a rotação toroidal e que não estão incluídos no modelo simplificado de Helander usado aqui.

4. Discussão

* (Nesta seção, interprete os resultados apresentados na Seção 3, conectando-os aos conceitos teóricos e metodológicos. Responda à Pergunta 8 dentro desta seção).

* **Qualidade dos Ajustes:** Comente sobre os valores de R^2 e RMSE obtidos para os ajustes de velocidade e temperatura. Os modelos representam bem os dados experimentais?
* **Validação do Modelo de Helander:** Discuta a concordância (ou discordância) entre a velocidade prevista pelo modelo de Helander e os dados experimentais de velocidade, com base no R^2 e na razão de aderência. O modelo de Helander, como implementado, parece ser um bom descritor da rotação observada no TCABR nestas condições?
* **Impacto da Análise de Sensibilidade:** Compare os resultados obtidos antes e depois da otimização por Monte Carlo (parâmetros de temperatura, R^2 e aderência de Helander). A otimização melhorou significativamente a concordância? O que isso sugere sobre a influência das incertezas experimentais na validação do modelo de Helander?
* **Pergunta 8:** Comparando o ajuste polinomial da velocidade (empírico) e o modelo de Helander (baseado na física), qual deles você consideraria mais adequado para fazer ***previsões físicas*** sobre como a rotação poderia mudar se, por exemplo, o

perfil de temperatura fosse alterado? Justifique sua resposta com base nas discussões sobre modelos empíricos vs. modelos baseados em física nos Documentos 1 e 2.

5. Conclusão

* (Resuma brevemente os principais achados do experimento. Reitere as conclusões sobre a qualidade dos ajustes, a validade do modelo de Helander nas condições analisadas e o impacto das incertezas experimentais).

6. Respostas às Perguntas

* (Compile aqui as respostas detalhadas para as Perguntas 1 a 8, certificando-se de que suas respostas demonstram compreensão dos conceitos explicados nos Documentos 1 e 2).

* **Resposta à Pergunta 1:**...
* **Resposta à Pergunta 2:**...
* **Resposta à Pergunta 3:**...
* **Resposta à Pergunta 4:**...
* **Resposta à Pergunta 5:**...
* **Resposta à Pergunta 6:**...
* **Resposta à Pergunta 7:**...
* (A Resposta à Pergunta 8 deve estar integrada na Seção 4: Discussão)

Anexos

* **Scripts MATLAB:**
  * `script_01.m`
  * `script_02.m`
  * `script_03.m`
  * `script_04.m`