

Documento 1: Entendendo o Fluxo de Análise de Dados para o Experimento TCABR

Introdução: Definindo o Contexto - O Experimento TCABR e a Busca pela Compreensão da Rotação do Plasma

A pesquisa em fusão nuclear tem como objetivo reproduzir na Terra as reações que ocorrem no interior das estrelas, visando o desenvolvimento de uma fonte de energia limpa, segura e praticamente inesgotável. Uma das abordagens mais promissoras para atingir esse objetivo é o uso de dispositivos denominados *tokamaks*, que apresentam formato toroidal — semelhante a uma câmara de pneu — e utilizam campos magnéticos intensos para confinar o plasma, um gás extremamente quente e ionizado.

O **tokamak TCABR**, operado no Instituto de Física da Universidade de São Paulo, embora de porte reduzido em comparação com os dispositivos de última geração, oferece vantagens notáveis para a pesquisa em física de plasmas. Destaca-se, entre elas, a sua **versatilidade para a instalação de novos diagnósticos e sistemas experimentais**, o que o torna um ambiente altamente propício ao desenvolvimento e validação de tecnologias voltadas à fusão nuclear.

Outro aspecto relevante é que os **parâmetros de plasma alcançados no TCABR são comparáveis aos da borda de tokamaks maiores** — e até de reatores de fusão em desenvolvimento —, permitindo a realização de estudos importantes sobre transporte, estabilidade e interação do plasma com as paredes do reator. Além disso, os dados obtidos no TCABR são valiosos para a formulação e validação de **leis de escala**, que são essenciais para extrapolar resultados de experimentos em máquinas menores para dispositivos de grande porte. Para esse fim, é imprescindível dispor de medições sistemáticas realizadas em tokamaks com diferentes tamanhos e regimes operacionais.

Entre as linhas de pesquisa em destaque atualmente no TCABR está o estudo dos **mecanismos físicos responsáveis pela rotação espontânea do plasma**, tanto nas direções poloidal quanto toroidal. A compreensão desses fenômenos é fundamental para a melhoria do confinamento magnético e para o alcance das condições necessárias à ignição da fusão nuclear controlada.

Este experimento de laboratório, realizado no contexto da disciplina **Física Experimental C**, oferece aos estudantes a oportunidade de trabalhar com **dados reais obtidos no TCABR**, aplicando técnicas de análise para investigar uma hipótese específica relacionada à rotação do plasma. A proposta centra-se na análise de dados como ferramenta essencial na prática científica: como extrair informações relevantes de medições experimentais, invariavelmente sujeitas a ruído e incertezas, com o intuito de testar e refinar modelos teóricos.

Para isso, utilizaremos o **software MATLAB** como ferramenta computacional de apoio à análise. Este documento servirá como guia conceitual, explicando a lógica por trás das etapas propostas no roteiro experimental. Serão abordados os fundamentos do **ajuste de curvas**, os métodos específicos utilizados (como ajustes polinomiais e não-lineares), os critérios para avaliar a qualidade dos ajustes e estimar as **incertezas associadas**, além da análise da **sensibilidade dos resultados aos erros experimentais**. O objetivo é tornar o processo de análise de dados mais transparente e acessível, promovendo uma compreensão mais profunda sobre as escolhas metodológicas envolvidas em cada etapa.

Seção 1: Por Que Ajustar Curvas a Dados Experimentais? A Fundamentação da Modelagem

- **1.1 O Objetivo:** Encontrando Padrões em Medições

Dados experimentais, como as medições de velocidade ou temperatura de plasma em diferentes posições radiais no TCABR, são coletados como um conjunto de pontos discretos. Cada ponto representa uma medição em uma condição específica, mas essa medição é invariavelmente afetada por ruído instrumental e flutuações inerentes ao próprio plasma. O objetivo do ajuste de curvas (ou *curve fitting*) é encontrar uma função matemática – um "**modelo**" – que represente a tendência subjacente ou a relação física oculta nesses dados ruidosos.

Essa função ajustada serve a múltiplos propósitos. Ela resume um conjunto potencialmente grande de dados em uma forma compacta (os parâmetros da função). Permite interpolar valores entre os pontos medidos, fornecendo uma estimativa do comportamento onde não houve medição direta. Crucialmente, transforma os dados discretos e ruidosos em uma representação contínua e suave, que pode ser manipulada matematicamente – por exemplo, para calcular derivadas (gradientes) – e comparada diretamente com previsões de modelos teóricos. Em essência, o ajuste de curvas é o processo de extrair o "**sinal**" (a tendência física) do "**ruído**" (as variações aleatórias).

- **1.2 Entendendo Resíduos:** Medindo a Discrepância

Uma vez que temos uma curva ajustada (um modelo), podemos avaliar quão bem ela representa os dados originais. Um "**resíduo**" é definido como a diferença vertical entre um ponto de dado experimental real e o valor previsto pela curva ajustada na mesma posição. No contexto da Parte 1 do roteiro, um resíduo para o ajuste polinomial de 4º grau seria $V_{phi_Exp} - polyval(p4, r_Exp)$ para cada ponto experimental r_Exp .

Os resíduos quantificam o erro do modelo para cada ponto individual. Resíduos pequenos indicam que o modelo passa perto daquele ponto de dado específico. Analisar a distribuição dos resíduos pode também fornecer informações sobre a adequação do modelo (por exemplo, se os resíduos parecem aleatórios ou se mostram um padrão sistemático, sugerindo que o modelo pode não estar capturando toda a física).

- **1.3 O Princípio dos Mínimos Quadrados:** Encontrando o "Melhor" Ajuste

Como determinar qual curva, dentro de uma família de funções escolhida (por exemplo, todos os polinômios de 4º grau), é a "melhor" representação dos dados? O método mais amplamente utilizado é o Método dos Mínimos Quadrados (*Least Squares Method*).

Este método busca encontrar os parâmetros da função que minimizam a *soma dos quadrados* de todos os resíduos. No roteiro, isso corresponde a minimizar quantidades como $SS_{res4} = \sum((V_{phi_Exp} - \text{polyval}(p4, r_Exp)).^2)$. A razão para elevar os resíduos ao quadrado é dupla: primeiro, garante que todos os termos na soma sejam positivos, evitando que erros positivos e negativos se cancelem; segundo, penaliza desvios maiores de forma mais significativa do que desvios pequenos.

O princípio dos mínimos quadrados fornece um critério matemático objetivo e bem definido para encontrar o conjunto "ótimo" de parâmetros para o modelo escolhido. Ele traduz a ideia intuitiva de um "bom ajuste" (a curva que passa "mais perto" dos pontos) em um problema de otimização quantitativo que, para muitos tipos de funções como polinômios, tem uma solução única e computacionalmente tratável.

Seção 2: Descrevendo a Velocidade - Ajuste Polinomial (Parte 1 do Roteiro)

- **2.1 Usando Polinômios para Capturar Formas de Perfis**

Polinômios são funções da forma $ax^n + bx^{(n-1)} + \dots + z$. Eles são frequentemente usados em análise de dados como modelos empíricos, especialmente quando a forma funcional exata da relação física subjacente é desconhecida, muito complexa, ou quando o objetivo principal é obter uma representação suave dos dados. A flexibilidade dos polinômios permite que eles se adaptem a uma variedade de formas de perfis – picos, vales, inflexões – ajustando seus coeficientes (a, b, \dots, z).

No roteiro (Parte 1), os dados experimentais de velocidade de rotação toroidal (V_{phi_Exp}) são ajustados a polinômios de 4º e 5º graus usando a função `polyfit` do MATLAB ($p4 = \text{polyfit}(r_Exp, V_{phi_Exp}, 4)$ e $p5 = \text{polyfit}(r_Exp, V_{phi_Exp}, 5)$). O "grau" do polinômio determina sua complexidade e flexibilidade. Um grau maior permite que a curva se ajuste a variações mais complexas nos dados. No entanto, há um risco: usar um grau excessivamente alto pode levar ao "sobreajuste" (*overfitting*), onde o polinômio começa a seguir o ruído aleatório dos dados em vez da tendência física real, resultando em uma curva que se ajusta bem aos dados de treinamento, mas que pode não generalizar bem ou não ter significado físico..

- **2.2 Comparando Ajustes:** O Coeficiente de Determinação (R^2)

Quando ajustamos diferentes modelos aos mesmos dados (neste caso, polinômios de 4º e 5º graus), precisamos de uma métrica quantitativa para decidir qual deles oferece uma representação "melhor". O Coeficiente de Determinação, ou R^2 , é uma métrica comumente usada para essa finalidade. O R^2 mede a proporção da variabilidade total nos dados experimentais que é

"**explicada**" pelo modelo ajustado. Seu valor varia de 0 a 1 (ou 0% a 100%). Um R^2 de 1 significa que o modelo explica perfeitamente toda a variabilidade dos dados (a curva passa exatamente por todos os pontos), enquanto um R^2 de 0 significa que o modelo não explica nada da variabilidade (é tão bom quanto simplesmente usar a média dos dados como previsão).

A fórmula para R^2 é: $R^2 = 1 - SS_{res} / SS_{tot}$.

- SS_{res} (Soma dos Quadrados dos Resíduos) é a soma dos quadrados das diferenças entre os dados e o modelo ($\sum((V_{phi_Exp} - polyval(p_fit, r_Exp)).^2)$). Representa a variabilidade *não explicada* pelo modelo.
 - SS_{tot} (Soma Total dos Quadrados) é a soma dos quadrados das diferenças entre os dados e a *média* dos dados ($\sum((V_{phi_Exp} - mean(V_{phi_Exp})).^2)$). Representa a variabilidade *total* nos dados..
- No laboratório, calculamos $R2_4$ e $R2_5$ e selecionamos o polinômio com o maior valor de R^2 (if $R2_5 > R2_4$) como o "**melhor ajuste empírico**". É importante entender que R^2 é uma medida *relativa* da qualidade do ajuste. Um R^2 alto indica que o modelo segue os pontos de dados de perto *em comparação com um modelo trivial* (a média dos dados). No entanto, não garante que o modelo seja fisicamente correto ou que seja a melhor representação possível da realidade subjacente. Como mencionado, um polinômio de grau muito alto pode alcançar um R^2 próximo de 1 simplesmente por se contorcer para passar perto de pontos ruidosos (*overfitting*). Outra nuance importante surge ao comparar R^2 entre modelos fundamentalmente diferentes. A comparação do R^2 entre um polinômio de 4º grau e um de 5º grau é geralmente válida porque eles pertencem à mesma família de funções e são "**aninhados**" (um polinômio de 4º grau é um caso especial de um de 5º grau onde o coeficiente do termo de 5ª ordem é zero). Geralmente, adicionar mais parâmetros (aumentar o grau) tenderá a aumentar o R^2 ou, na pior das hipóteses, mantê-lo igual. A questão é se o *aumento* no R^2 justifica a complexidade adicional do modelo. No entanto, comparar o R^2 de um ajuste polinomial (Parte 1) com o R^2 de um ajuste de função canônica não-linear (Parte 2) deve ser feito com mais cautela, pois as formas funcionais e o número de parâmetros são diferentes, e o R^2 por si só pode não contar toda a história sobre qual modelo é "**melhor**" em um sentido físico.

Tabela 1: Comparação do Ajuste Polinomial para o Perfil de Velocidade

Grau do Polinômio	Coefficiente de Determinação (R^2)	Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE) [m/s]
4º Grau	(Valor calculado de $R2_4$)	(Valor calculado de RMSE para $p4$)
5º Grau	(Valor calculado de $R2_5$)	(Valor calculado de RMSE para $p5$)

(Nota: Os valores reais devem ser preenchidos pelos alunos após executarem o [script_01](#))

Seção 3: Modelando a Temperatura - Ajuste Não-Linear com Base Física (Parte 2 do Roteiro)

- **3.1 Além dos Polinômios:** O Perfil Canônico de Temperatura
Enquanto os polinômios são úteis para ajustes empíricos, muitas vezes temos algum conhecimento prévio ou uma hipótese teórica sobre a forma esperada dos dados. Na Parte 2 do roteiro, ajustamos os dados de temperatura iônica ($T_{i_reconstructed}$) a uma função "canônica" específica:
$$T_i(r) = (T_{i,max} - T_{i,min})(1 - (r/a)^2)^n + T_{i,min}$$
Esta não é uma função arbitrária. Sua forma matemática é inspirada em observações e modelos teóricos de perfis de temperatura em plasmas de tokamak, que geralmente são máximos no centro ($r=0$) e decaem em direção à borda do plasma ($r=a$). Os parâmetros neste modelo têm interpretações físicas diretas:
 - $T_{i,max}$: Temperatura iônica máxima (esperada no centro).
 - $T_{i,min}$: Temperatura iônica mínima (esperada na borda).
 - n : Expoente que controla a "peakedness" ou quão achatado/pontudo é o perfil.
- Usar um modelo com base física, quando disponível, é geralmente preferível a um ajuste puramente empírico, pois os parâmetros ajustados podem fornecer insights sobre os processos físicos subjacentes.
- **3.2 Otimização Iterativa:** Como [lsqcurvefit](#) Encontra Parâmetros
Ajustar modelos não-lineares como a função canônica de temperatura geralmente não permite uma solução analítica direta como no caso dos polinômios (que envolvem resolver um sistema de equações lineares). Em vez disso, precisamos usar algoritmos de otimização numérica iterativa. O MATLAB fornece a função [lsqcurvefit](#) para essa tarefa. O nome significa "least squares curve fitting" (ajuste de curvas por mínimos quadrados). Ela funciona da seguinte maneira:
 - **Função Objetivo:** O usuário define a função matemática a ser ajustada (no caso, [Ti_function](#)).
 - **Estimativa Inicial:** O usuário fornece uma estimativa inicial (*initial guess*) para os parâmetros do modelo ([initial_guess = \[270, 30, 3.5\]](#)). Esses valores são tipicamente baseados em conhecimento prévio ou estimativas aproximadas a partir dos dados.
 - **Iteração:** [lsqcurvefit](#) inicia com a estimativa inicial e, iterativamente, ajusta os valores dos parâmetros, recalculando a curva e a soma dos quadrados dos resíduos (SSR) em cada passo. O algoritmo

(frequentemente Levenberg-Marquardt) tenta mover os parâmetros em uma direção que *reduza* o SSR..

- **Convergência:** O processo continua até que um critério de parada seja atingido (por exemplo, a mudança nos parâmetros ou no SSR se torna muito pequena, ou um número máximo de iterações é alcançado, conforme definido em `options = optimset(...)`).
 - **Resultado:** A função retorna os valores dos parâmetros (`best_params`) que resultaram no menor SSR encontrado.
- A necessidade de uma *estimativa inicial* é uma característica chave da otimização não-linear. O processo de busca pelo mínimo SSR pode ser visualizado como encontrar o ponto mais baixo em uma paisagem multidimensional (onde cada dimensão corresponde a um parâmetro e a altitude ao SSR). Se a paisagem tiver múltiplos vales (mínimos locais), o algoritmo pode convergir para um vale que não é o mais profundo (mínimo global) se a estimativa inicial estiver mais próxima dele. Uma boa estimativa inicial, baseada em expectativas físicas (como os valores típicos de `Ti,max`, `Ti,min`, `n` para o TCABR), aumenta a probabilidade de encontrar a solução fisicamente significativa.

Comparado ao `polyfit`, que resolve um problema linear diretamente, `lsqcurvefit` é mais geral (pode ajustar qualquer função definida pelo usuário), mas requer mais cuidado com a estimativa inicial e as configurações de otimização para garantir a convergência para uma solução significativa.

Tabela 2: Parâmetros Ajustados para o Perfil Canônico de Temperatura

Parâmetro	Valor Ajustado (<code>best_params_temp</code>)	Unidades
<code>Ti,max</code>	(Valor de <code>best_params_temp(1)</code>)	eV
<code>Ti,min</code>	(Valor de <code>best_params_temp(2)</code>)	eV
<code>n</code>	(Valor de <code>best_params_temp(3)</code>)	(adimensional)
Métrica	Valor Calculado	
R ²	(Valor calculado de R ²)	
RMSE	(Valor calculado de RMSE)	eV

(Nota: Os valores reais devem ser preenchidos pelos alunos após executarem o `script_02`)

Seção 4: Quão Bom é o Ajuste? Métricas e Incertezas

- **4.1 Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE):** Erro Médio do Modelo
Além do R^2 , outra métrica importante para avaliar a qualidade do ajuste é a Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE - Root Mean Squared Error). Ela é calculada como a raiz quadrada da média dos erros quadrados: $RMSE = \sqrt{SS_{res} / \text{graus_de_liberdade}}$. Os "graus de liberdade" geralmente são o número de pontos de dados (N) menos o número de parâmetros ajustados (p), ou seja, $N-p$. O roteiro usa $\text{length}(r_Exp) - \text{grau}$ para polinômios e uma lógica similar para o ajuste não-linear.

A principal vantagem do RMSE é que ele é expresso nas *mesmas unidades* que a variável dependente que está sendo ajustada (por exemplo, m/s para velocidade na Parte 1, eV para temperatura na Parte 2). Isso dá uma ideia direta da magnitude típica do erro de previsão do modelo. Um RMSE de $10 eV$, por exemplo, significa que, em média, a previsão da temperatura pelo modelo difere dos dados experimentais em cerca de $10 eV$. Geralmente, um RMSE menor indica um ajuste melhor, pois significa que os pontos de dados estão, em média, mais próximos da curva ajustada.

Enquanto R^2 oferece uma medida relativa (proporção da variância explicada), o RMSE fornece uma medida absoluta da magnitude do erro do modelo. Ambos são complementares: um modelo pode ter um R^2 alto, mas um RMSE grande se a escala geral dos dados for grande, ou vice-versa. Avaliar ambos ajuda a ter uma imagem mais completa da qualidade do ajuste.

- **4.2 Intervalos de Confiança (95%):** Quantificando a Incerteza no Ajuste

A curva que obtemos de um ajuste não é a "verdadeira" representação da realidade, mas sim uma estimativa baseada em dados limitados e ruidosos. Portanto, a própria curva ajustada possui uma incerteza associada. Um Intervalo de Confiança (IC) é uma forma de quantificar essa incerteza. Um IC de 95% em torno da curva ajustada define uma faixa dentro da qual esperamos que a "verdadeira" curva subjacente (se pudéssemos medir sem erro e com infinitos pontos) se encontre com 95% de probabilidade. Visualmente, é frequentemente representado como uma área sombreada ao redor da linha de ajuste. O fator $1,96$ usado no cálculo ($\text{fitted_value} \pm 1.96 * \text{uncertainty_measure}$) deriva da distribuição normal e corresponde ao número de desvios padrão necessários para abranger 95% da área sob a curva.

O cálculo da largura desse intervalo de confiança pode ser complexo, pois depende de várias fontes de incerteza:

1. **Dispersão dos Dados:** Quão espalhados estão os pontos experimentais em torno da curva ajustada (quantificado pelo RMSE).
2. **Incerteza das Medições Originais:** Os erros inerentes a cada ponto de dado experimental (as barras de erro, como $T_{i,data_err}$ na Parte 2).
3. **Incerteza nos Parâmetros Ajustados:** Como os parâmetros do modelo ($T_{i,max}$, $T_{i,min}$, n , ou os coeficientes polinomiais) são estimados a partir de dados ruidosos, eles próprios têm incertezas. Essas incertezas estão correlacionadas (um erro na estimativa de $T_{i,max}$ pode estar ligado a um

erro em n). Essa informação está contida na **Matriz de Covariância** dos parâmetros.

4. **Sensibilidade do Modelo:** Quão sensível é o valor previsto pela função ajustada a pequenas mudanças nos parâmetros. Isso é capturado pela **Matriz Jacobiana (J)**, que contém as derivadas parciais da função ajustada em relação a cada um dos seus parâmetros. A matriz Jacobiana é crucial para propagar as incertezas dos parâmetros para a incerteza na previsão da curva.
- O roteiro da Parte 2 implementa um cálculo sofisticado do intervalo de confiança para o ajuste não-linear que leva em conta essas fontes. Ele usa a Jacobiana (J) e a Soma dos Quadrados dos Resíduos (SSres) para estimar a matriz de covariância ($\text{cov_matrix} = \text{inv}(J' * J) * \text{SSres} / (\text{length}(\text{Ti_reconstructed}) - \text{length}(\text{initial_guess_temp}))$). Em seguida, para cada ponto r_new onde se deseja calcular o IC, ele calcula as derivadas da função $Ti_function$ em relação aos parâmetros ($dTmax$, $dTmin$, dn), formando um vetor Jacobiano J_val . A variância da *predição* devido à incerteza nos parâmetros é então estimada como $\text{pred_var}(i) = J_val * \text{cov_matrix} * J_val'$. Finalmente, a largura total do intervalo de confiança combina essa variância da predição com a variância residual do modelo (relacionada ao RMSE) e a incerteza média dos dados originais: $\text{conf_range} = 1.96 * \text{sqrt}(\text{pred_var} + \text{RMSE}^2 + \text{mean}(\text{Ti_data_err})^2)$. Uma observação importante é que a largura do intervalo de confiança geralmente não é constante. Ela tende a ser mais estreita na região onde há mais dados e mais larga nas extremidades do intervalo de dados ou em regiões de extrapolação. Isso reflete o fato de que nossa confiança na previsão do modelo é maior onde ele é bem suportado pelos dados. A formulação matemática envolvendo a Jacobiana e a matriz de covariância captura essa dependência espacial da incerteza. A abordagem detalhada no script, combinando pred_var , RMSE , e Ti_data_err , visa fornecer uma estimativa abrangente da incerteza total na curva de temperatura ajustada.

Seção 5: A Física da Rotação Intrínseca - O Modelo de Helander (Partes 3 e 4 do Roteiro)

- **5.1 Breve Introdução aos Plasmas de Tokamak e Rotação**

Tokamaks são máquinas projetadas para confinar plasmas a temperaturas extremamente altas (dezenas a centenas de milhões de graus Celsius) usando uma combinação de campos magnéticos. Um forte campo toroidal (circulando ao longo do eixo principal do toro) e um campo poloidal mais fraco (circulando na seção transversal do toro, gerado pela corrente que flui no próprio plasma) criam linhas de campo magnético helicoidais que aprisionam as partículas carregadas do plasma.

O plasma confinado não é estático. Ele pode exibir movimentos fluidos complexos, incluindo rotação em torno do eixo toroidal (a longa circunferência do toro) e do eixo poloidal (a curta circunferência). Essa rotação não é apenas um efeito colateral; ela desempenha um papel ativo na física do plasma. Foi observado que a rotação, especialmente o cisalhamento da rotação (quando a velocidade de rotação varia rapidamente com o raio), pode suprimir certos

tipos de turbulência e instabilidades magnetohidrodinâmicas (MHD), levando a um melhor confinamento de energia e partículas.

Um fenômeno particularmente intrigante é a **rotação intrínseca**. Observa-se experimentalmente que os plasmas em tokamaks frequentemente giram mesmo na ausência de qualquer fonte externa óbvia de momento angular (como a injeção de feixes de partículas neutras de alta energia, que é também um método de aquecimento). Essa rotação "**espontânea**" deve surgir de processos internos ao próprio plasma, envolvendo a redistribuição de momento angular. Compreender a origem da rotação intrínseca é de grande importância para futuros reatores de fusão como o ITER, que dependerão primariamente do auto-aquecimento por partículas alfa (produtos da fusão) e terão fontes externas de momento relativamente menores.

- **5.2 A Hipótese de Helander:** Ligando Gradiente de Temperatura à Velocidade Toroidal

Diversos mecanismos teóricos foram propostos para explicar a rotação intrínseca, envolvendo interações complexas entre turbulência, transporte neoclássico (colisões em geometria toroidal), ondas de radiofrequência usadas para aquecimento, e efeitos de borda. Um dos modelos proeminentes, investigado neste experimento de laboratório, foi desenvolvido por Helander e seus colaboradores.

A hipótese central testada aqui é que, sob certas condições, a velocidade de rotação toroidal (V_ϕ) é impulsionada pelo gradiente radial da *temperatura dos íons* (dT_i/dr). A ideia é que a taxa de variação espacial da temperatura iônica pode gerar um fluxo de momento toroidal líquido.

A fórmula específica utilizada no roteiro para representar este modelo é:

$$V_\phi(r) = \frac{2\epsilon}{B_{pol}(r)} \frac{dT_i}{dr}$$

Vamos analisar os termos:

- dT_i/dr : O gradiente radial da temperatura iônica. É uma medida de quão rapidamente a temperatura dos íons muda à medida que nos movemos do centro para a borda do plasma. Ele é calculado a partir do ajuste da função canônica aos dados de temperatura da Parte 2.
- $B_{pol}(r)$: A intensidade do campo magnético poloidal na posição radial r . No modelo simplificado usado, ele depende da corrente total do plasma (I_p), do raio menor (a), da posição radial (r), e da constante magnética (μ_0), conforme a expressão fornecida no roteiro:
$$B_{pol} = -\mu_0 \frac{I_p}{2\pi} (r/a^2) [2 - (r/a)^2] + 0.001$$
. Note que B_{pol} varia com o raio.
- ϵ : A razão de aspecto inversa ($\epsilon = a/R_{centr}$), que é uma medida puramente geométrica da forma do tokamak (quão "**gordo**" ou "**magro**" é o toro).

- Este modelo estabelece uma relação de *proporcionalidade* direta entre a velocidade toroidal e o gradiente de temperatura iônica. O fator de proporcionalidade, $(\frac{2\epsilon}{B_{pol}})$, depende da geometria do tokamak e da intensidade local do campo magnético poloidal. A implicação física é que regiões com gradientes de temperatura mais acentuados (onde dT_i/dr é maior em magnitude) deveriam apresentar velocidades de rotação intrínseca mais elevadas, assumindo que este mecanismo seja dominante. É importante notar que a fórmula apresentada é provavelmente uma versão simplificada de modelos teóricos mais completos sobre rotação intrínseca. A física real da rotação em plasmas é extremamente complexa, envolvendo uma interação intrincada entre efeitos cinéticos (movimento de partículas individuais e suas distribuições de velocidade), transporte neoclássico (devido a colisões na geometria toroidal) e transporte turbulento (devido a flutuações e instabilidades no plasma). O modelo de Helander foca em um mecanismo específico ligado ao gradiente de temperatura. O objetivo deste experimento é avaliar quantitativamente a relevância deste mecanismo específico para descrever a rotação observada no tokamak TCABR nas condições experimentais analisadas. Discrepâncias entre a previsão do modelo e os dados experimentais não invalidam necessariamente a teoria fundamental, mas podem indicar que outros mecanismos físicos também são importantes ou que as suposições do modelo simplificado não são totalmente satisfeitas nestas condições experimentais.

Seção 6: Do Ajuste de Temperatura à Previsão de Velocidade (Parte 3 do Roteiro)

- 6.1 Calculando o Gradiente de Temperatura (dT_i/dr) Analiticamente**
 Para utilizar a fórmula de Helander, o primeiro passo crucial é obter o gradiente de temperatura iônica, dT_i/dr . Como ajustamos uma função analítica conhecida, a função canônica $T_i(r) = (T_{i,max} - T_{i,min})[1 - (r/a)^2]^n + T_{i,min}$, aos dados de temperatura na Parte 2, podemos calcular sua derivada em relação a r usando as regras de cálculo diferencial. A aplicação da regra da cadeia e da regra da potência à função $T_i(r)$ resulta na expressão analítica para o gradiente fornecida no roteiro:

$$\frac{dT_i}{dr} = n(T_{i,max} - T_{i,min})[1 - (r/a)^2]^{(n-1)}(-2r/a^2).$$
 Para obter o perfil numérico do gradiente, substituímos nesta fórmula os *valores ajustados* dos parâmetros $T_{i,max}$, $T_{i,min}$ e n que foram determinados pela função `lsqcurvefit` na Parte 2. Isso nos dá o valor de dT_i/dr para qualquer posição radial r dentro do plasma.
- 6.2 Aplicando a Fórmula de Helander**
 Com o perfil radial do gradiente dT_i/dr calculado e o perfil radial do campo poloidal $B_{pol}(r)$ também determinado (a partir da fórmula que depende de I_p , a , r), podemos agora calcular a velocidade toroidal prevista pelo modelo de Helander em cada ponto r . Isso é feito simplesmente inserindo esses perfis,

juntamente com o valor constante de epsilon, na fórmula:

$$V_{helander}(r) = \frac{2\epsilon}{B_{pol}(r)} \frac{dT_i(r)}{dr}$$

O resultado é um perfil radial completo da velocidade de rotação toroidal, $V_{helander}(r)$, que é a *previsão* do modelo de Helander baseada inteiramente nos dados de temperatura medidos (através dos parâmetros ajustados) e nas suposições físicas do modelo.

Este passo representa uma conexão crítica entre as duas análises separadas realizadas nas Partes 1 e 2 (ajuste de velocidade e ajuste de temperatura). A qualidade da previsão da velocidade de Helander depende diretamente da qualidade do ajuste de temperatura realizado na Parte 2. Quaisquer erros ou incertezas no ajuste da temperatura (ou seja, nos valores estimados de $T_{i,max}$, $T_{i,min}$, n) irão se propagar através do cálculo do gradiente dT_i/dr e, subsequentemente, afetarão o perfil de velocidade $V_{helander}$ previsto.

Seção 7: Confrontando Teoria com Experimento (Parte 3 do Roteiro)

- **7.1 Comparando a Velocidade de Helander com os Dados Experimentais de Velocidade**

O cerne da investigação científica neste experimento reside na comparação entre a previsão teórica e a observação experimental. A questão fundamental é: a velocidade toroidal prevista pelo modelo de Helander (calculada a partir dos dados de temperatura) corresponde à velocidade toroidal que foi *realmente medida* experimentalmente (V_{phi_Exp})?

A primeira abordagem para responder a essa pergunta é visual. O roteiro instrui a gerar um gráfico que sobrepõe a curva da velocidade de Helander ($V_{helander}$) aos pontos de dados experimentais de velocidade ($errorbar(r_Exp, V_{phi_Exp}, V_{phi_Exp_err})$). A inspeção visual deste gráfico permite uma avaliação qualitativa inicial da concordância entre o modelo e os dados.

- **7.2 Comparação Quantitativa: R^2 e "Razão de Aderência"**

Para uma avaliação mais objetiva, utilizamos métricas quantitativas:

1. **R^2 para Helander:** De forma análoga ao cálculo do R^2 para os ajustes polinomiais, o roteiro calcula um R^2 comparando a previsão de Helander ($V_{helander_Exp}$, que são os valores de $V_{helander}$ interpolados nas posições radiais dos dados experimentais r_Exp) com os dados experimentais de velocidade V_{phi_Exp} . A fórmula é $R^2_{helander} = 1 - SS_{res_helander} / SS_{tot_helander}$. Este R^2 quantifica especificamente que fração da variabilidade observada nos dados de *velocidade* é explicada pela previsão do modelo de Helander (que foi derivada dos dados de *temperatura*).
2. **Razão de Aderência:** Esta métrica adota uma abordagem ligeiramente diferente. Em vez de comparar Helander diretamente com os pontos de dados brutos, ela compara a curva de Helander com o *intervalo de confiança* do *ajuste polinomial* da velocidade (que foi determinado como o "melhor" ajuste empírico na Parte 1). O roteiro calcula a porcentagem de pontos ao longo da curva $V_{helander}$ que caem *dentro* da faixa

definida pelo intervalo de confiança de 95% do ajuste polinomial ($\text{razao_aderencia} = \text{sum}(\text{dentro_intervalo}) / \text{length}(r)$).

- Essas duas métricas oferecem perspectivas complementares sobre a validade do modelo. O R^2 avalia quão bem a previsão de Helander corresponde aos pontos de dados de velocidade individuais. A razão de aderência, por outro lado, avalia se a previsão de Helander é estatisticamente consistente com a *tendência geral* dos dados de velocidade, conforme capturada pelo ajuste empírico polinomial, levando em conta a incerteza experimental representada pelo intervalo de confiança deste ajuste. Se o `R2_helander` for baixo e/ou a razão de aderência for significativamente menor que 100%, isso sugere que o modelo de Helander, na forma simplificada utilizada e com base nos dados de temperatura medidos, não descreve completamente a rotação toroidal observada no TCABR nestas condições. Essa discrepância não significa necessariamente um "fracasso", mas sim um resultado científico importante. Pode indicar:
 - Que o mecanismo de acionamento pelo gradiente de temperatura, embora talvez presente, não é o único ou o principal mecanismo responsável pela rotação intrínseca observada. Outros efeitos (turbulência, etc.) podem ser mais dominantes.
 - Que existem imprecisões significativas nas medições de temperatura ou no ajuste do perfil canônico, que se propagaram para o cálculo do gradiente e da velocidade prevista.
 - Que as condições específicas do plasma no TCABR (por exemplo, nível de collisionalidade, perfil de densidade, forma magnética) podem não se enquadrar perfeitamente nas suposições implícitas no modelo de Helander utilizado.
- Identificar e quantificar tais discrepâncias é um passo fundamental no processo científico, pois orienta o refinamento dos modelos teóricos ou sugere a necessidade de investigações experimentais adicionais.

Tabela 3: Métricas de Desempenho do Modelo de Helander (Parte 3)

Métrica	Valor Calculado
R^2 (Helander vs. V_{ϕ} Experimental)	(Valor de <code>R2_helander</code>)
Razão de Aderência (% de Helander dentro do IC do Polinômio)	(Valor de <code>razao_aderencia</code> * 100)

(Nota: Os valores reais devem ser preenchidos pelos alunos após executarem o `script_03`)

Seção 8: E se as Medições Não Forem Perfeitas? Análise de Sensibilidade via Monte Carlo (Parte 4 do Roteiro)

• 8.1 O Impacto da Incerteza Experimental

Como já discutido, todas as medições experimentais possuem incertezas associadas (`Vphi_Exp_err`, `Ti_data_err`). Vimos como a incerteza nos dados se propaga para a incerteza na curva ajustada, quantificada pelos intervalos de confiança (Seção 4.2). Uma questão natural que surge é: quão sensíveis são as nossas conclusões – especificamente, os parâmetros ajustados do perfil de temperatura e a consequente previsão da velocidade de Helander – a essas incertezas iniciais nas medições? Em outras palavras, se o ruído aleatório nos dados de temperatura fosse ligeiramente diferente (mas ainda consistente com as barras de erro), quão diferente seria o perfil de velocidade de Helander previsto? A concordância entre o modelo e o experimento mudaria significativamente?

• 8.2 Como a Simulação de Monte Carlo Explora os Efeitos da Incerteza

A Simulação de Monte Carlo (MC) é uma técnica computacional poderosa usada para modelar sistemas complexos e analisar o efeito de incertezas. Ela se baseia na geração de múltiplas realizações aleatórias de um processo para obter resultados estatísticos.

No contexto da Parte 4 do roteiro, o método MC é aplicado para realizar uma análise de sensibilidade da seguinte forma:

- 1. Perturbação dos Dados:** O conjunto original de dados de temperatura (`Ti_reconstructed`) é "perturbado" aleatoriamente um grande número de vezes (`n_iterations = 1000`). Em cada iteração, um novo conjunto de dados de temperatura "sintético" é criado adicionando-se ruído aleatório aos dados originais. Esse ruído é gerado a partir de uma distribuição estatística (normal, via `randn`) cuja largura é determinada pelas barras de erro experimentais (`Ti_perturbed = Ti_reconstructed + randn(size(Ti_reconstructed)).* Ti_data_err`). Cada conjunto `Ti_perturbed` representa uma versão "plausível" dos dados de temperatura, consistente com as incertezas de medição.
- 2. Re-ajuste e Recálculo:** Para cada um dos 1000 conjuntos de dados de temperatura perturbados, o roteiro re-ajusta a função canônica de temperatura usando `lsqcurvefit` para encontrar um novo conjunto de parâmetros (`params`). Em seguida, ele recalcula o perfil de velocidade de Helander (`V_helander`) correspondente a esses novos parâmetros.
- 3. Otimização:** O objetivo desta simulação específica é encontrar, entre todas as 1000 realizações, aquela que produz um perfil de velocidade de Helander (`V_helander`) que seja o *mais próximo possível* do perfil de velocidade empírico determinado pelo ajuste polinomial (`poly5_val`). A "proximidade" é medida pela soma dos quadrados das diferenças entre as duas curvas (`diff = sum((V_helander - poly5_val).^2)`). A simulação

rastreia os parâmetros de temperatura (`best_params_temp`) que correspondem à realização que minimiza essa diferença (`best_diff`).

- **8.3 Interpretando os Resultados "Otimizados"**

A simulação de Monte Carlo, neste caso, não fornece apenas uma única resposta, mas explora uma gama de resultados possíveis que são consistentes com a incerteza nos dados de temperatura. O conjunto de parâmetros "**otimizado**" (`best_params_temp`) e o perfil de velocidade de Helander correspondente (`V_helander_optimized`) representam um cenário específico: é a melhor concordância possível entre o modelo de Helander e a tendência empírica da velocidade (representada pelo polinômio), que pode ser alcançada *modificando os dados de temperatura dentro de suas barras de erro experimentais*.

Comparar os resultados do ajuste inicial (baseado nos dados brutos, Partes 2 e 3) com os resultados otimizados pelo Monte Carlo (Parte 4) é instrutivo:

1. **Plausibilidade:** O procedimento MC testa se é *plausível* obter uma melhor concordância entre o modelo de Helander e os dados de velocidade, simplesmente assumindo que o ruído experimental nos dados de temperatura "**conspirou**" da maneira mais favorável possível. Se mesmo após essa otimização a concordância ainda for ruim (baixo R^2 ou baixa aderência), isso reforça a conclusão de que o modelo de Helander, como implementado, pode ser incompleto ou inadequado para descrever a rotação neste caso. Se a concordância melhorar significativamente, sugere que o modelo *poderia* ser consistente com os dados, dentro das incertezas experimentais. É crucial entender que os parâmetros "**otimizados**" não são necessariamente os "**verdadeiros**", mas representam um limite superior de quão bem o modelo pode funcionar dadas as incertezas.
2. **Sensibilidade:** A comparação direta entre os parâmetros iniciais (`params_initial`) e os parâmetros otimizados (`best_params_temp`) revela quão sensível é o ajuste da temperatura às perturbações nos dados. Se pequenas perturbações (dentro das barras de erro) levam a grandes mudanças nos parâmetros ajustados (`Ti,max`, `Ti,min`, `n`), isso indica que o processo de ajuste é sensível ao ruído. Da mesma forma, comparar o perfil inicial `V_helander` com o `V_helander_optimized` mostra a sensibilidade da *previsão* da velocidade às incertezas na *entrada* (temperatura). Uma alta sensibilidade (grandes mudanças na saída para pequenas mudanças na entrada) pode tornar a previsão do modelo menos robusta ou confiável. A simulação MC torna essa sensibilidade explícita.

Tabela 4: Impacto da Otimização Monte Carlo nos Parâmetros de Temperatura

Parâmetro	Valor do Ajuste Inicial (Parte 2)	Valor Otimizado por MC (Parte 4)	Unidades
$T_{i,max}$	(Valor de <code>params_initial(1)</code>)	(Valor de <code>best_params_temp(1)</code>)	eV
$T_{i,min}$	(Valor de <code>params_initial(2)</code>)	(Valor de <code>best_params_temp(2)</code>)	eV
n	(Valor de <code>params_initial(3)</code>)	(Valor de <code>best_params_temp(3)</code>)	(adimensional)

(Nota: Os valores reais devem ser preenchidos pelos alunos após executarem o `script_04`)

Tabela 5: Comparação das Métricas de Qualidade do Ajuste Antes e Depois da Otimização MC

Descrição do Ajuste	R^2 (vs Dados Originais)	Razão de Aderência (%) (se aplicável)
Ajuste Temp. Canônico Inicial (vs <code>Ti_reconstructed</code>)	(<code>R2_initial</code>)	(N/A ou 100% no próprio IC)
Ajuste Temp. Canônico Otimizado (vs <code>Ti_reconstructed</code>)	(<code>R2_optimized</code>)	(<code>razao_otimizada_no_IC * 100</code>)
Ajuste Vel. Polinomial (vs <code>Vphi_Exp</code>)	(<code>R2_poly</code>)	(100% no próprio IC)
Vel. Helander Inicial (vs <code>Vphi_Exp</code>)	(<code>R2_helander de Part 3</code>)	(<code>aderencia de Part 3 * 100</code>)
Vel. Helander Otimizada (vs <code>Vphi_Exp</code>)	(<code>R2_helander de Part 4</code>)	(<code>aderencia de Part 4 * 100</code>)

(Nota: Os valores reais devem ser preenchidos pelos alunos após executarem o `script_04` e referenciarem resultados do `script_03`. A aderência para ajustes de temperatura refere-se à fração da curva ajustada otimizada dentro do IC da temperatura otimizada. A aderência para Helander refere-se à fração da curva de velocidade dentro do IC do polinômio.)

Conclusão: Amarrando Tudo - Análise de Dados para Validar Modelos Físicos

Este exercício de laboratório percorreu um fluxo de trabalho representativo da análise de dados científicos. Partimos de dados experimentais brutos e ruidosos (perfis de velocidade e temperatura do TCABR). Aplicamos técnicas de ajuste de curvas para obter representações matemáticas suaves e contínuas desses dados: um polinômio empírico para a velocidade e uma função canônica com base física para a temperatura. Avaliamos a qualidade desses ajustes usando métricas estatísticas como R^2 e RMSE, e quantificamos a incerteza associada aos ajustes através de intervalos de confiança, compreendendo o papel da Jacobiana e da matriz de covariância.

Em seguida, utilizamos o perfil de temperatura ajustado para calcular uma quantidade derivada – o gradiente de temperatura. Este gradiente foi então usado como entrada em um modelo físico específico – o modelo de Helander – para prever o perfil de velocidade de rotação toroidal. Comparamos essa previsão teórica com os dados experimentais de velocidade, tanto visualmente quanto quantitativamente (usando R^2 e a razão de aderência ao intervalo de confiança do ajuste empírico). Finalmente, empregamos a simulação de Monte Carlo para investigar a sensibilidade de nossas conclusões às incertezas inerentes às medições experimentais originais.

Este processo ilustra como as ferramentas estatísticas e computacionais são indispensáveis para extrair significado de dados experimentais e para testar rigorosamente as hipóteses e modelos propostos pela física teórica. As conclusões específicas sobre a aplicabilidade do modelo de Helander para descrever a rotação intrínseca no TCABR, sob as condições analisadas, devem ser baseadas nos resultados quantitativos obtidos (valores de R^2 , razões de aderência, e o impacto da análise de sensibilidade). Independentemente do grau de concordância encontrado, o exercício demonstra a interação fundamental entre teoria, experimento e análise de dados na vanguarda da pesquisa científica, como a busca pela energia de fusão.

Documento 2: O Modelo de Helander para Rotação Toroidal Intrínseca

Introdução: Por Que o Plasma Gira?

Em um tokamak, o plasma – um gás de íons e elétrons aquecido a temperaturas extremas – é confinado por campos magnéticos complexos. Uma das observações fascinantes sobre esses plasmas confinados é que eles frequentemente exibem rotação, um movimento fluido organizado em torno dos eixos da máquina. Essa rotação não é meramente um detalhe; ela tem implicações profundas para o desempenho do tokamak. Sabe-se que perfis de rotação adequados, especialmente aqueles com forte cisalhamento (variação rápida da velocidade com o raio), podem suprimir a turbulência e certas instabilidades, levando a um melhor confinamento do calor e das partículas dentro do plasma.

Um aspecto particularmente interessante é a chamada "**rotação intrínseca**". Este termo se refere à rotação observada em plasmas de tokamak mesmo quando não há uma fonte externa aplicando torque ou momento angular ao sistema (como feixes de partículas neutras injetadas). A existência da rotação intrínseca implica que processos internos ao próprio plasma são capazes de gerar e sustentar esse movimento. Compreender esses processos é crucial, especialmente para projetar futuros reatores de fusão que podem operar com baixo ou nenhum torque externo. Este documento foca em explicar um dos mecanismos teóricos propostos para impulsionar a rotação intrínseca: o modelo de Helander, que relaciona a rotação ao gradiente de temperatura dos íons.

Seção 1: O Ambiente do Tokamak

Para entender o modelo, precisamos primeiro visualizar o ambiente onde ele se aplica. Um tokamak é um dispositivo em forma de toro. O plasma é confinado por uma combinação de campos magnéticos:

- **Campo Toroidal (B_T):** Um campo magnético forte que circula ao longo do eixo principal do toro (o "*caminho longo*"). É geralmente produzido por bobinas magnéticas externas.
- **Campo Poloidal (B_P):** Um campo magnético mais fraco que circula na seção transversal do toro (o "*caminho curto*"). É primariamente gerado pela corrente elétrica (I_P) que é induzida a fluir dentro do próprio plasma.

A superposição desses dois campos resulta em linhas de campo magnético que seguem trajetórias helicoidais ao redor do toro, formando superfícies magnéticas concêntricas (superfícies de fluxo) que ajudam a confinar as partículas carregadas do plasma.

Alguns parâmetros geométricos são importantes:

- **Raio Menor (a):** O raio da seção transversal circular (ou quase circular) da coluna de plasma.
- **Raio Maior (R ou R_{centr}):** A distância do centro do tokamak ao centro da seção transversal da coluna de plasma.
- **Razão de Aspecto Inversa ($\epsilon = a/R$):** Uma medida adimensional que caracteriza quão "*compacto*" é o toro. Um ϵ maior corresponde a um toro mais "*gordo*".

Dentro do plasma confinado, as propriedades como densidade de partículas e temperatura não são uniformes. Elas tipicamente variam com a posição radial (r , a distância do centro magnético da coluna de plasma), formando "**perfis**". Frequentemente, esses perfis são máximos no centro ($r = 0$) e diminuem em direção à borda do plasma ($r = a$).

Seção 2: O Papel dos Gradientes e do Transporte

A existência de gradientes – variações espaciais em quantidades como temperatura, densidade ou pressão – é fundamental na física de plasmas. Esses gradientes atuam como forças motrizes que impulsionam o transporte de partículas, momento e energia através das linhas de campo magnético. Por exemplo, um gradiente de temperatura (uma diferença de temperatura entre duas regiões) naturalmente leva a um fluxo de calor da região mais quente para a mais fria.

No contexto da rotação intrínseca, o **gradiente de temperatura iônica** (dT_i/dr) é de particular interesse para o modelo de Helander. Ele representa quão rapidamente a temperatura média dos íons (os núcleos atômicos no plasma) muda à medida que nos movemos radialmente para fora, do centro quente para a borda mais fria do plasma. Um gradiente íngreme (grande magnitude de dT_i/dr) indica uma mudança rápida de temperatura em uma curta distância radial.

Seção 3: O Modelo de Helander - Conectando Gradiente de Temperatura e Velocidade

Helander, um físico teórico proeminente na área de plasmas de fusão, e seus colaboradores propuseram um mecanismo pelo qual o gradiente radial de temperatura iônica pode, por si só, gerar um fluxo toroidal líquido, resultando em rotação intrínseca. A derivação completa deste efeito é bastante complexa, envolvendo a teoria cinética de plasmas, que descreve o comportamento estatístico de um grande número de partículas carregadas interagindo através de colisões e campos eletromagnéticos na geometria específica do tokamak.

A ideia central é que, na presença de um gradiente de temperatura e devido à complexa trajetória das partículas na geometria toroidal (incluindo desvios das superfícies de fluxo, conhecidos como "drifts"), juntamente com o efeito das colisões entre partículas, pode ocorrer um transporte preferencial de momento angular toroidal. Isso pode levar a um acúmulo líquido de momento em certas regiões e a uma depleção em outras, resultando em um perfil de rotação toroidal.

Uma forma simplificada da relação prevista por este modelo, como utilizada no roteiro do experimento, é:

$$V_\phi(r) = \frac{2\epsilon}{B_{pol}(r)} \frac{dT_i(r)}{dr}$$

Vamos reexaminar os termos à luz da física:

- $V_\phi(r)$: A velocidade de rotação toroidal média do plasma na superfície de fluxo localizada no raio r .
- $\epsilon = a/R$: A razão de aspecto inversa, um fator geométrico. A forma do toro influencia as trajetórias das partículas e, portanto, o transporte.

- $B_{pol}(r)$: A intensidade do campo magnético poloidal no raio r . O campo magnético é o agente que confina as partículas e guia seus movimentos. Sua intensidade afeta as taxas de transporte e os *drifts*. A fórmula usada no script mostra sua dependência da corrente de plasma I_P e da geometria.
- dT_i/dr : O gradiente radial da temperatura iônica no raio r . Esta é a "força motriz" para a rotação neste modelo específico.

Intuição Física (Simplificada): Embora uma imagem intuitiva completa seja difícil sem recorrer à matemática detalhada, pode-se pensar que íons em diferentes lados de um gradiente de temperatura (ou seja, com diferentes energias térmicas) experimentam efeitos ligeiramente diferentes devido aos *drifts* e colisões na geometria toroidal. Por exemplo, partículas mais energéticas podem ter órbitas que se desviam mais das superfícies de fluxo. Essas diferenças sutis, quando somadas sobre todas as partículas, podem levar a um fluxo líquido de momento toroidal que é proporcional à intensidade do gradiente de temperatura. Efeitos neoclássicos (relacionados a colisões em geometria toroidal) e interações com a turbulência do plasma também desempenham papéis importantes nos modelos mais completos.

O modelo, como apresentado, prevê tanto a *magnitude* quanto a *direção* da rotação. A magnitude é proporcional à magnitude do gradiente dT_i/dr e inversamente proporcional a $B_{pol}(r)$. A direção (co-corrente, ou seja, na mesma direção da corrente de plasma, ou contra-corrente) dependerá dos sinais de dT_i/dr (geralmente negativo, pois a temperatura cai em direção à borda) e $B_{pol}(r)$ (cujo sinal depende da direção da corrente de plasma e da convenção usada).

Seção 4: Contexto e Limitações

É fundamental reconhecer que a rotação intrínseca em tokamaks é um fenômeno multifacetado, e o mecanismo de acionamento pelo gradiente de temperatura proposto por Helander é apenas *uma* das várias teorias concorrentes ou complementares. Outros mecanismos importantes que foram propostos e estudados incluem:

- **Estresse de Reynolds Turbulento:** A própria turbulência no plasma pode gerar um fluxo de momento médio (semelhante a como flutuações em um fluido podem gerar correntes médias).
- **Efeitos de Ondas de RF:** As ondas de radiofrequência usadas para aquecer o plasma ou gerar corrente podem depositar momento diretamente ou modificar o transporte de momento.
- **Perda de Órbita de Íons:** Perto da borda do plasma, íons energéticos podem seguir órbitas que interceptam a parede do vaso. Se essa perda for assimétrica (por exemplo, perdendo mais íons que se movem em uma direção do que na outra), isso pode deixar um torque líquido no plasma remanescente.
- **Efeitos Neoclássicos:** Colisões em geometria toroidal podem levar a fluxos viscosos que redistribuem momento.

A importância relativa de cada um desses mecanismos pode variar dependendo das condições específicas do plasma: regime de collisionalidade (quão frequentes são as colisões), nível e tipo de turbulência, forma da configuração magnética (por exemplo, a localização do ponto X em plasmas desviados), métodos de aquecimento utilizados, e a região do plasma considerada (núcleo vs. borda).

Portanto, o experimento de laboratório que utiliza o modelo de Helander deve ser visto como um teste da relevância *deste mecanismo específico* no contexto dos dados experimentais do TCABR. Se a previsão do modelo concordar bem com os dados de velocidade medidos, isso fornece suporte para a hipótese de que o gradiente de temperatura iônica é um fator importante na determinação da rotação intrínseca nestas condições. Se houver discrepâncias significativas, isso sugere que outros mecanismos podem ser igualmente ou mais importantes, ou que as simplificações feitas no modelo não capturam toda a física relevante.³⁶ A comparação entre modelos teóricos e dados experimentais é um processo iterativo essencial para construir uma compreensão mais completa e precisa da física complexa dos plasmas de fusão.

Conclusão: Uma Peça do Quebra-Cabeça do Plasma

O modelo de Helander oferece uma ligação teórica elegante entre uma propriedade termodinâmica fundamental do plasma – o gradiente de temperatura iônica – e uma propriedade dinâmica – a rotação toroidal intrínseca. Ele representa uma tentativa de explicar a rotação espontânea observada em tokamaks através de processos físicos internos relacionados ao transporte de partículas e momento na complexa geometria magnética.

Testar tais modelos contra dados experimentais detalhados, como realizado neste experimento de laboratório usando dados do TCABR e ferramentas de análise como o MATLAB, é um pilar do progresso científico. Permite validar, refutar ou refinar as teorias propostas, aproximando-nos gradualmente de uma compreensão abrangente dos fenômenos complexos que governam o comportamento dos plasmas de fusão – um passo necessário na jornada para realizar o potencial da energia de fusão.