

Aula 12 - 2018

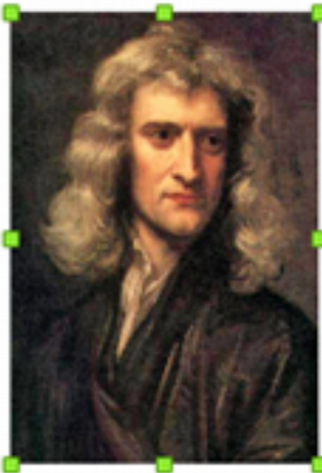
Forças gravitacionais: órbitas

Objetivos

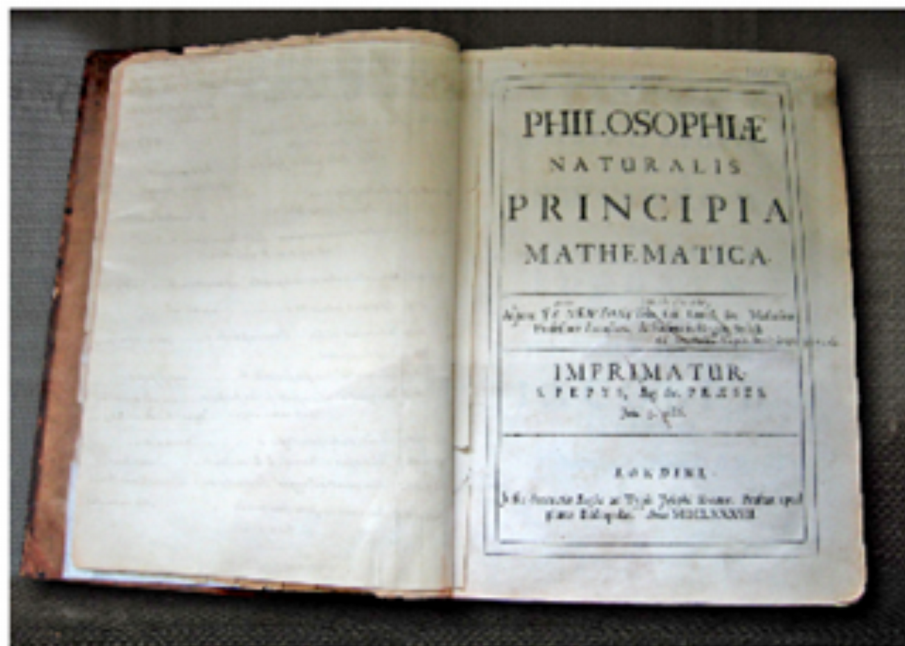
- Utilizar a força gravitacional para atualizar o momento e a posição de um planeta.
- Aplicar a propriedade de “reciprocidade” das forças entre dois objetos cuidadosamente, identificando os objetos e forças apropriadas.
- Utilizar a linguagem de programação VPython para resolver problemas iterativamente e exibir trajetórias que envolvem interações gravitacionais.

Leis de Newton

Issac Newton



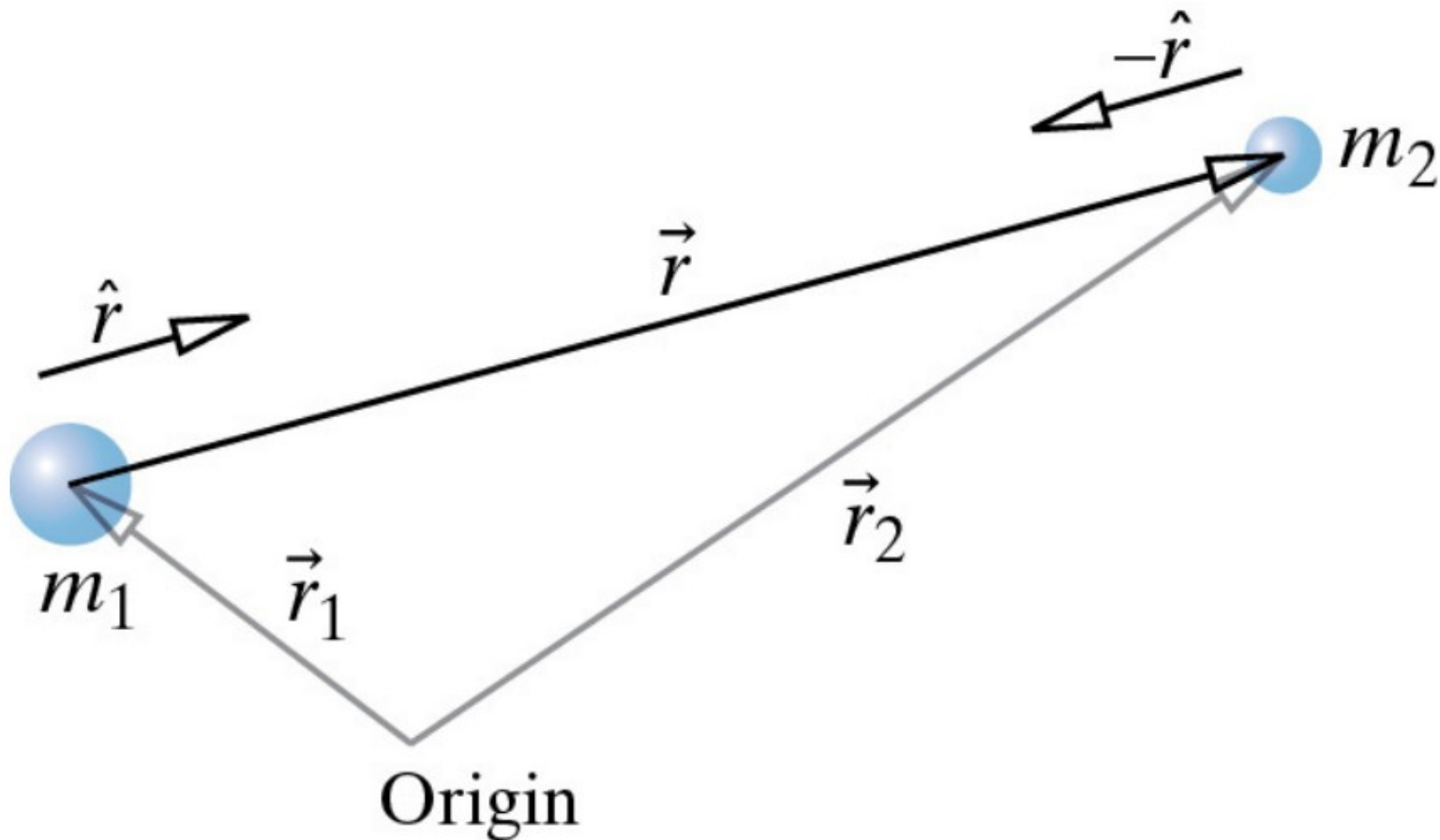
“Principia”
1687



1. Qualquer corpo continua seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta, a menos que seja compelido a mudar deste estado por forças impressas sobre ele.
2. A mudança do movimento [da quantidade de movimento] é proporcional à força impressa e é feita na direção (e sentido) da linha reta na qual aquela força é impressa.
3. **Para cada ação há sempre uma reação igual e oposta: ou seja, as ações mútuas de dois corpos entre si são sempre iguais e dirigidas a partes contrárias.**

Força gravitacional de 1 sobre 2

$$\vec{F} = -\frac{G m_1 m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \hat{r}, \quad \hat{r} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \hat{r},$$



ATC 12 – Parte 1

Item 1

Na lousa, desenhem um diagrama como aquele da figura abaixo. Cada posição numerada representa a localização de uma espaçonave diferente. Em cada posição numerada, desenhem uma seta representando a força gravitacional exercida pelo planeta sobre a espaçonave, naquela posição. Certifiquem-se de que a direção e o sentido estejam corretos, e de que o comprimento das setas sejam (aproximadamente) proporcionais à magnitude da força correspondente.

Desenhem também, no planeta, setas que indiquem as forças exercidas sobre ele por cada nave.

Comparem o resultado com o de outras equipes. Ao final, indiquem na caixa de texto abaixo que já efetuaram o desenho e continuem a atividade.

ATC 12 – Parte 1

- Completem o programa VPython `Forca_gravitacional_esqueleto.py`, de modo a calcular a força gravitacional (vetorial) da Terra sobre cada nave, e exibi-la com o auxílio de um objeto 'arrow'.
- Utilizem símbolos, não números. P. ex., se `bola1 = sphere(pos=vector(0,1,1))` e `bola2 = sphere(pos=vector(1,0,0))`, defina o vetor posição relativa entre eles como `r = bola2.pos - bola1.pos`, ao invés de `r = vector(1, -1, -1)`.
- Depois, exibam também as forças gravitacionais de cada nave sobre a Terra.

```
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 from visual import *
3
4 # Constantes
5 G = 6.7e-11
6 mnave=15e3      # Massa de cada espaçonave
7 mplaneta=6e24   # Massa do planeta
8 Fescala=20000   # Fator de escala para visualização da força
9
10 planeta=sphere(pos=vector(0,0,0), radius=6.4e6, material=materials.earth)
11
12 #Nave 1
13 nave=sphere(pos=vector(-13e7,6.5e7,0), radius=3e6, color=color.blue)
14 r= ???
15 rmag = ???
16 Fmag = ???
17 rchap = ???
18 Fres = ???
19 seta=arrow(pos=???, axis=Fescala*Fres,color=color.green)
20
21 #Nave 2
```

OBS.: Sintaxe no python

$$\frac{1}{|\vec{r}|^2} = 1/\text{rmag}/\text{rmag} = 1/(\text{rmag}*\text{rmag}) = 1/\text{rmag}^{**2} = \text{rmag}^{**(-2)}$$

ATC 12 – Parte 1

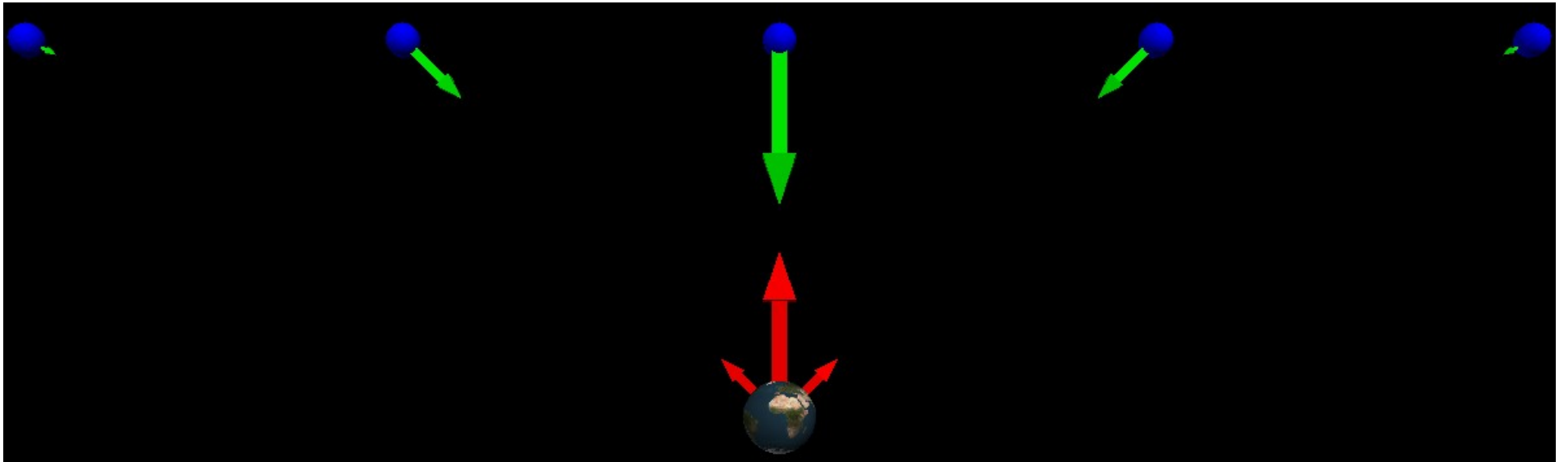
Item 2

```
# Constantes
G = 6.7e-11
mnave=15e3      # Massa de cada espaçonave
mplaneta=6e24   # Massa do planeta
Fescala=20000   # Fator de escala para visualização da força

planeta=sphere(pos=vector(0,0,0), radius=6.4e6, material=materials.earth)

#Nave 1
nave=sphere(pos=vector(-13e7,6.5e7,0), radius=3e6, color=color.blue)
r= nave.pos - planeta.pos
rmag = mag (r)
Fmag = (G*mnave*mplaneta)/(rmag**2)
rchap = r/rmag
Fres = -Fmag*rchap
seta=arrow(pos=nave.pos, axis=Fescala*Fres,color=color.green)
```


ATC 12 – Parte 1



O princípio do momento:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}_R \Delta t$$

Fórmulas de Atualização

Momento: $\vec{p}_f = \vec{p}_i + \vec{F}_R (t_f - t_i)$

Posição: $\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_{med} (t_f - t_i)$

$$\vec{v}_{med} \approx \frac{\vec{p}_f}{m}$$

ATC 12 – Parte 2

- Vamos estudar o movimento de um satélite em torno da Terra. Completem o programa VPython `satelite_esqueleto.py` de modo a incluir a atualização do momento e da posição do satélite a cada passo de tempo.
- Modifiquem a rapidez inicial do satélite para produzir uma trajetória circular.
- Em que região (próximo ou longe da Terra) o momento da nave muda mais rapidamente?
Por quê?

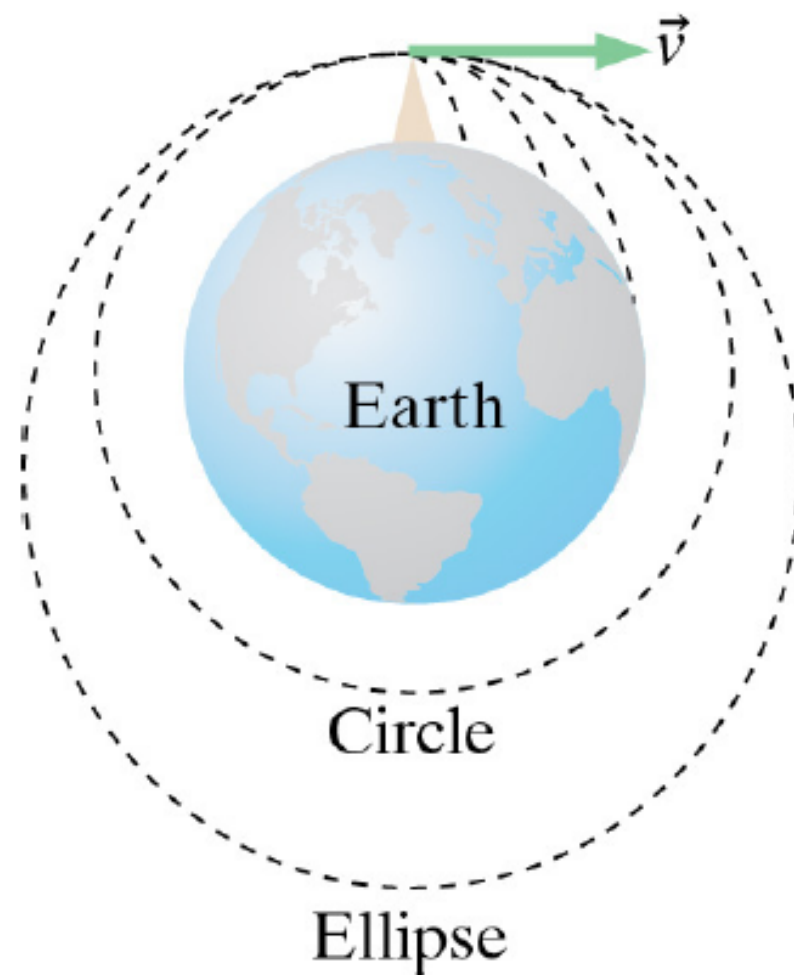


Figura 3.24 Newton imaginou lançamentos horizontais de uma pedra, com diferentes velocidades, a partir de uma montanha alta, resultando em diferentes elipses. Apenas uma velocidade em especial produz uma órbita circular.

```

psatelite = msatelite*vsatelite
t = 0

Fseta = arrow(color=color.red) # Seta para visualizar a força sobre o satélite
pseta = arrow(color=color.green) # Seta para visualizar o momento do satélite

#LAÇO DE CÁLCULO: COLOQUE TODOS OS CÁLCULOS REPETITIVOS DENTRO DO LAÇO
while t < 10*365*24*60*60: ## Por quanto tempo rodará?
    rate(100) ## Torna a animação mais lenta

# Coloque abaixo o cálculo da força da Terra sobre o satélite (Fres)
r=satelite.pos-Terra.pos
rmag=mag(r)
Fmag=(G*msatelite*mTerra)/(rmag**2)
rchap=r/rmag
Fres=-Fmag*rchap

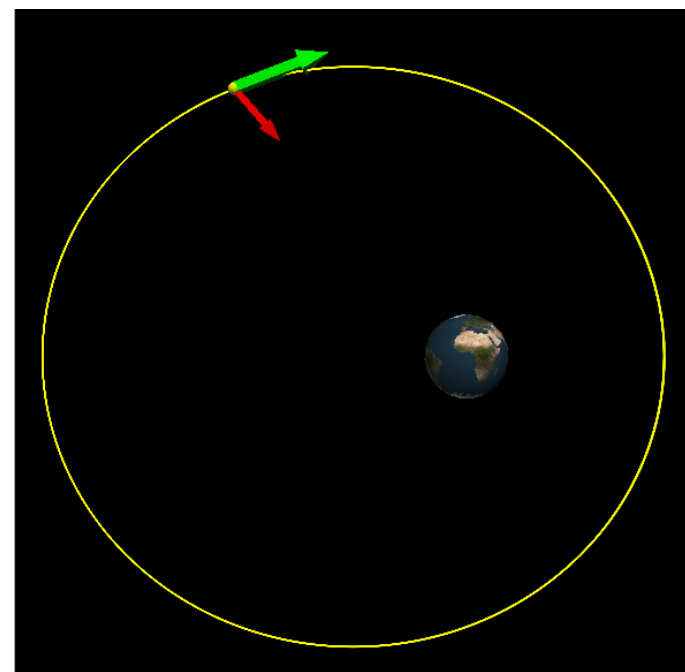
# Agora instrua o cálculo do novo momento do satélite, pelo Princípio do Momento
psatelite = psatelite + Fres*delta_t

# Atualizando a posição do satélite
satelite.pos = satelite.pos + (psatelite/msatelite) * delta_t

# Atualizando as setas da força e do momento
Fseta.pos = satelite.pos
Fseta.axis = Fres*Fescala # Reescalando a força para melhor visualização
pseta.pos=satelite.pos
pseta.axis=psatelite*pescala # Reescalando o momento para melhor visualização

# Atualizando o tempo
t = t+delta_t

```



ATC 12 – Parte 3

- Vamos por fim estudar o movimento de uma sonda entre a Terra e a Lua. Completem o programa VPython `tres_corpos_esqueleto.py` de modo a levar em conta, na força resultante sobre a sonda, os efeitos tanto da Terra quanto da Lua.
- Modifiquem a rapidez inicial da sonda para produzir trajetórias em volta da Terra, ou em volta tanto da Terra quanto da Lua, ou em forma de oito. Que outras trajetórias vocês conseguem obter?

CÁLCULOS

```
while t < 10*365*24*60*60: # Quanto tempo dura a simulação?
    rate(6000)           ## Torna a animação mais lenta
    ## Calcule abaixo a força exercida pela Terra (FTerra)
    ## e a força exercida pela Lua (FLua) sobre a sonda.
    ## Qual a força resultante (Fres) sobre a sonda?
    rt = sonda.pos - Terra.pos          # Vetor posição da sonda em relação à Terra
    rtmag = mag(rt)
    rtchap = rt/rtmag
    FTerra = -(G*mTerra*msonda/rtmag**2)*rtchap

    rl = sonda.pos - Lua.pos            # Vetor posição da sonda em relação à Lua
    rlmag = mag(rl)
    rlchap = rl/rlmag
    FLua = -(G*mLua*msonda/rlmag**2)*rlchap

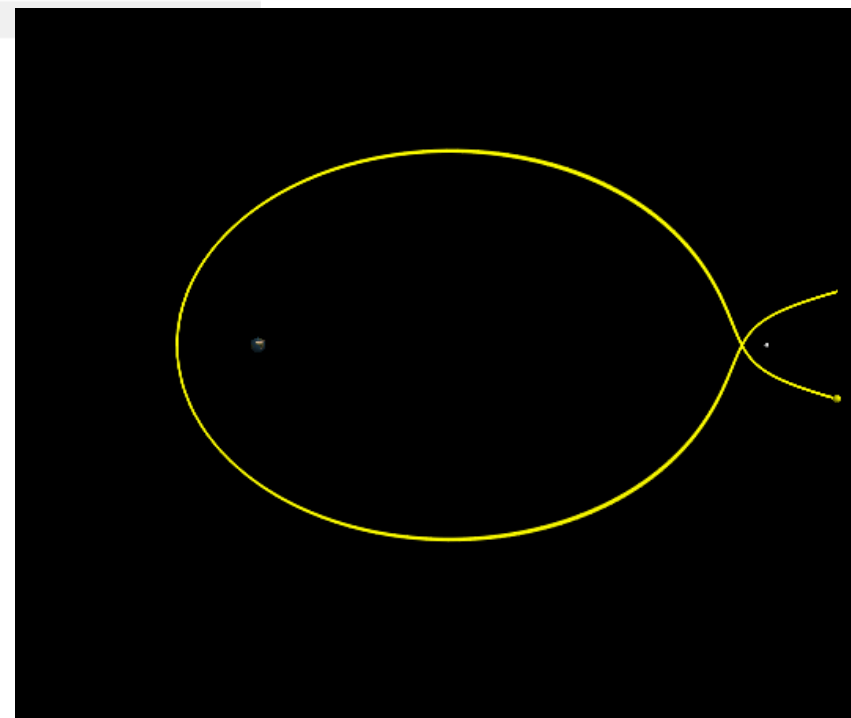
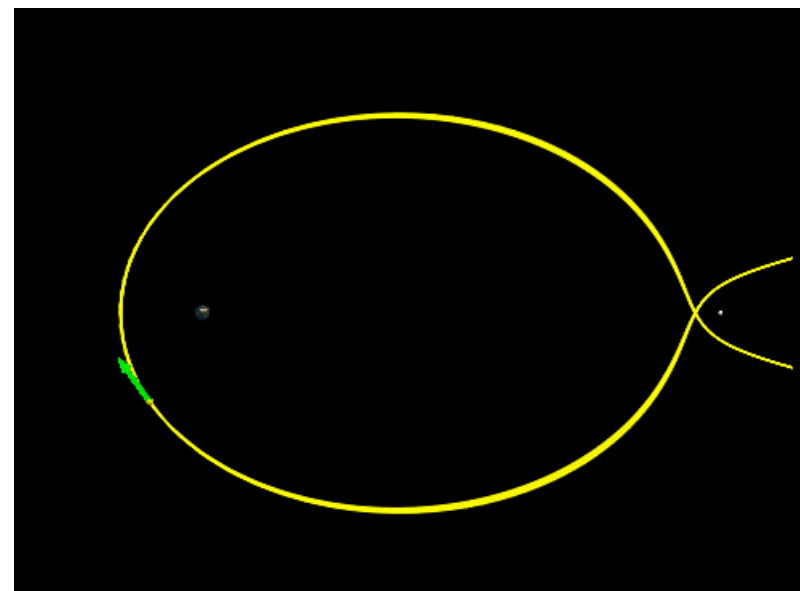
    Fres = FTerra + FLua                # Força resultante sobre a sonda

    ## Atualizando o momento e a posição da sonda
    psonda = psonda + Fres*delta_t
    sonda.pos = sonda.pos + psonda/msonda*delta_t

    ## Atualizando a visualização do momento da sonda
    pseta.pos = sonda.pos
    pseta.axis = psonda*pescala

    ## Verificando se a sonda atingiu a Terra. Em caso positivo,
    ## saímos do laço de cálculo
    if rtmag < Terra.radius:
        break

    ## Verificando se a sonda atingiu a Lua. Em caso positivo,
    ## saímos do laço de cálculo
    if rlmag < Lua.radius:
        break
```



Quando o programa é executado com a velocidade inicial padrão, quais das afirmações a seguir são verdadeiras?
(Marquem todas as corretas.)

- Em todos os instantes, o momento da sonda é tangente a sua trajetória. ✓
- Em todos os instantes, a força resultante sobre a sonda é a superposição das forças gravitacionais exercidas pela Terra e pela Lua. ✓
- Ao longo do movimento, a orientação (direção e sentido) do momento da sonda muda de um instante para outro. ✓
- A força gravitacional da Lua é sempre perpendicular ao momento da sonda.
- No instante em que a sonda começa a retornar sobre sua trajetória, sua velocidade é praticamente nula. ✓
- A magnitude do momento da sonda é constante.
- No instante em que a sonda começa a retornar sobre sua trajetória, a magnitude da força resultante sobre a sonda é nula.

“Antes de sair”

Apagar lousas.

Desligar notebooks.

**Outras providências de arrumação
que julgar necessárias...**

**Não esquecer objetos (réguas,
canetas, cadernos, celulares...)**

A equipe agradece!!