

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)

FÍSICA EXPERIMENTAL C CURSO QUADRIMESTRAL (4323303)

● REPRESENTAÇÃO DE INCERTEZAS EM RESULTADOS EXPERIMENTAIS



TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)

MEDIDA, ERRO E INCERTEZA

-  **QUALQUER MEDIDA FÍSICA POSSUI SEMPRE UM VALOR VERDADEIRO, QUE É DESCONHECIDO, E UM VALOR MEDIDO. O VALOR MEDIDO DEVE SEMPRE SE APROXIMAR DO VALOR VERDADEIRO SE A MEDIDA FOR FEITA CORRETAMENTE.**
-  **VALOR MEDIDO:** É AQUELE QUE OBTEMOS DURANTE O PROCESSO DE MEDIÇÃO.
-  **ERRO:** É A DIFERENÇA ENTRE O VALOR VERDADEIRO E O VALOR MEDIDO. COMO O VALOR VERDADEIRO NÃO É CONHECIDO, O ERRO TAMBÉM NUNCA O SERÁ. O MÁXIMO QUE PODEMOS FAZER É ESTIMAR O ERRO.
-  **INCERTEZA:** É UMA ESTIMATIVA DO ERRO.

TIPOS DE ERROS

 OS ERROS PODEM SER DIVIDIDOS EM DOIS GRANDES GRUPOS QUE SÃO OS ERROS **SISTEMÁTICOS** E **ALEATÓRIOS**

 **ERROS SISTEMÁTICOS:** SÃO AQUELES QUE OCORREM EM TODAS AS MEDIDAS SEMPRE NA MESMA DIREÇÃO E POSSUI SEMPRE O MESMO VALOR. ELES SURGEM EM DECORRÊNCIA DE PROBLEMAS DE CALIBRAÇÃO DO INSTRUMENTO DE MEDIDA. PODEM SER REDUZIDOS SE REALIZARMOS AS MEDIÇÕES COM UM NÚMERO GRANDE DE INSTRUMENTOS SEMELHANTES.

 **ERROS ALEATÓRIOS:** SÃO AQUELES QUE SURGEM EM DECORRÊNCIA DA NÃO REPRODUTIVIDADE DE UMA MEDIDA. ELES OCORREM EM TODAS AS DIREÇÕES E SEMPRE POSSUEM VALORES DIFERENTES. PODEM SER MINIMIZADOS SE UM GRANDE NÚMERO DE MEDIDAS FOR REALIZADO.

ERROS ESTATÍSTICOS

 O ERRO ESTATÍSTICO OU ALEATÓRIO TEM COMO PROPRIEDADE O FATO DE QUE, SE UMA GRANDEZA FÍSICA FOR MEDIDA **N** VEZES OBTEREMOS **N** RESULTADOS DIFERENTES. DECORRENTE DISTO, PODEMOS DEFINIR AS SEGUINTEZ GRANDEZAS:

 VALOR MÉDIO:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

 DESVIO PADRÃO:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}$$

 DESVIO PADRÃO DA MÉDIA:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)

● INTERPRETAÇÃO FÍSICA PARA O DESVIO PADRÃO E DESVIO PADRÃO DA MÉDIA

● **DESVIO PADRÃO:** O DESVIO PADRÃO NOS DÁ INFORMAÇÃO SOBRE A DISPERSÃO DOS DADOS EM TORNO DO VALOR MÉDIO. PORTANTO, QUANDO O DESVIO É PEQUENO SIGNIFICA QUE OS DADOS SÃO PARECIDOS.

● **DESVIO PADRÃO DA MÉDIA:** O DESVIO PADRÃO DA MÉDIA σ_m NOS DÁ INFORMAÇÃO SOBRE O VALOR VERDADEIRO. ESTE VALOR DEVE ESTAR CONTIDO NO INTERIOR DO INTERVALO DE:

$$\bar{x} \pm 1\sigma_m \text{ (68,27\%)} \quad \bar{x} \pm 2\sigma_m \text{ (95,45\%)} \quad \bar{x} \pm 3\sigma_m \text{ (99,73\%)}$$

● **CASO EXISTA MAIS DE UM TIPO DE ERRO, O ERRO TOTAL SERÁ DADO POR:**

$$\sigma_T = \sqrt{\sum_{i=0}^n \sigma_i^2}$$

● **NESTE CASO O RESULTADO SERÁ EXPRESSO DA SEGUINTE FORMA:**

$$\bar{x} \pm \sigma_T$$

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)

● ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS E INCERTEZA SISTEMÁTICA RESIDUAL

● **ALGARISMO SIGNIFICATIVO:** ALGARISMO SIGNIFICATIVO EM UM NÚMERO PODE SER ENTENDIDO COMO CADA ALGARISMO QUE, INDIVIDUALMENTE TEM UM SIGNIFICADO QUANDO O NÚMERO É ESCRITO NA FORMA DECIMAL. ZEROS A ESQUERDA NÃO SÃO ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS.

COMO EXISTE UMA INCERTEZA ASSOCIADA A CADA RESULTADO EXPERIMENTAL, ISTO SIGNIFICA QUE TODO OS ALGARISMOS A DIREITA DE UM CERTO ALGARISMO NÃO SÃO SIGNIFICATIVOS POIS A INCERTEZA EM CADA ALGARISMO DIMINUI A MEDIDA QUE CAMINHAMOS PARA A DIREITA.

SE PARA UM DETERMINADO ALGARISMO **A** A PROBABILIDADE DE ELE SER CORRETO É A MESMA QUE PARA QUALQUER NÚMERO ENTRE **0** E **9**, ENTÃO ESTE ALGARISMO NÃO TEM SIGNIFICADO.

● **INCERTEZA SISTEMÁTICA RESIDUAL:** ERROS SISTEMÁTICOS QUE NÃO POSSAM MAIS SER REDUZIDOS OU CORRIGIDOS NO FINAL DO EXPERIMENTO SÃO CHAMADOS DE ERROS SISTEMÁTICOS RESIDUAIS E AS INCERTEZAS CORRESPONDENTE A ESTES ERROS SÃO CHAMADAS DE INCERTEZAS SISTEMÁTICAS RESIDUAL.

● **OBS:** AS INCERTEZAS SISTEMÁTICAS RESIDUAIS DEVEM SER TRATADAS ESTATISTICAMENTE.

INCERTEZA PADRÃO

INCERTEZA PADRÃO: O QUADRADO DA INCERTEZA PADRÃO PODE SER DEFINIDO COMO SENDO IGUAL A SOMA DOS QUADRADOS DO DESVIO PADRÃO DA MÉDIA MAIS O QUADRADO DA INCERTEZA SISTEMÁTICA RESIDUAL, OU SEJA:

$$\sigma_p^2 = \sigma_m^2 + \sigma_r^2$$

INCERTEZA
PADRÃO

DESVIO
PADRÃO DA
MÉDIA

INCERTEZA
SISTEMÁTICA
RESIDUAL.

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)

PRECISÃO E ACURÁCIA

 **PRECISÃO:** ESTA PALAVRA ESTÁ RELACIONADA COM OS ERROS ESTATÍSTICOS. ASSIM SENDO, UM INSTRUMENTO PRECISO PRODUZ MEDIDAS COM BAIXO DESVIO PADRÃO.

 **ACURÁCIA:** A ACURÁCIA OU EXATIDÃO REFERE-SE AO ERRO TOTAL QUE É A SOMA DOS ERROS ESTATÍSTICOS MAIS OS ERROS SISTEMÁTICOS

ESTIMATIVA DA INCERTEZA SISTEMÁTICA RESIDUAL

O DESVIO PADRÃO DA MÉDIA ESTÁ RELACIONADOS COM OS ERROS ESTATÍSTICOS E PODE SER DETERMINADO PELAS FÓRMULAS MOSTRADAS ANTERIORMENTE. POR OUTRO LADO, OS ERROS SISTEMÁTICOS RESIDUAIS SÃO BEM MAIS DIFÍCEIS DE SEREM DETERMINADOS E NÃO EXISTE NENHUM MÉTODO PADRÃO BEM CONHECIDO E ACEITO POR TODOS PARA DETERMINA-LOS.

UM PROCEDIMENTO BASTANTE UTILIZADO PARA DETERMINAR AS INCERTEZAS SISTEMÁTICAS RESIDUAIS CONSISTE NA DETERMINAÇÃO DO NÍVEL MÁXIMO ADMISSÍVEL PARA O ERRO QUE, EM TERMOS PRÁTICOS IMPLICA EM ESTIMAR UM LIMITE PARA O ERRO COM CONFIANÇA DE **95%**. ESTE LIMITE, EM ALGUNS CASOS, É CONSIDERADO COMO SENDO IGUAL A MENOR DIVISÃO DA ESCALA DO INSTRUMENTO DE MEDIDA. PORTANTO PODEMOS ESCREVER QUE:

$$\sigma_r = \frac{L_r}{2}$$

ONDE L_r É O LIMITE DO ERRO

NÚMEROS DE ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS NA INCERTEZA PADRÃO

 NÃO EXISTE UMA REGRA BEM CLARA PARA A QUANTIDADE DE ALGARISMOS PARA INDICAR A INCERTEZA PADRÃO. A TENDÊNCIA ATUAL É INDICAR A INCERTEZA PADRÃO COM DOIS ALGARISMOS ALÉM DOS ZEROS A ESQUERDA. PORÉM MUITOS FÍSICOS UTILIZAM **1** OU **2** CONFORME O CASO. A REGRA É ENTÃO:

- A) A INCERTEZA PADRÃO DEVE SER ESCRITA COM DOIS ALGARISMOS SE O NÚMERO COMEÇA COM **1** OU **2**;
- B) A INCERTEZA PODE SER ESCRITA COM **1** ALGARISMO SE O NÚMERO COMEÇA COM **3, 4, 5, 6, 7, 8** OU **9**;
- C) A INCERTEZA PODE SEMPRE SER ESCRITA COM **2** ALGARISMOS

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

MEDIÇÕES DO PERÍODO DE UM PÊNDULO COM UM CRONÔMETRO DIGITAL: O TEMPO PARA CADA 10 OSCILAÇÕES DE UM PÊNDULO FOI MEDIDO 8 VEZES USANDO UM CRONÔMETRO DIGITAL. OS RESULTADOS DA MEDIÇÃO ESTÃO NA TABELA ABAIXO:

n	Δt_i (s)	T_i (s)
1	32,75	3,275
2	32,40	3,240
3	29,82	2,982
4	30,22	3,022
5	31,57	3,157
6	31,59	3,159
7	30,02	3,002
8	31,95	3,195

VALOR MÉDIO

$$\bar{T} = 3,1290s$$

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = \frac{25,032}{8}$$

DESVIO PADRÃO

$$\sigma = 0,113s$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{T} - T_i)^2}$$

DESVIO DA MÉDIA

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,113}{\sqrt{8}} = 0,040s$$

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

 NESTE TIPO DE EXPERIMENTO UM POSSÍVEL ERRO SISTEMÁTICO QUE PODE OCORRER É DO TIPO OBSERVACIONAL, POR EXEMPLO SE O OBSERVADOR DISPARA O CRONÔMETRO SEMPRE ATRASADO. COMO O TEMPO DE REAÇÃO HUMANA É DA ORDEM DE **0,1s** PODE EXISTIR UM ERRO SISTEMÁTICO DESTA ORDEM. CONSIDERANDO QUE PODEM EXISTIR ERROS TANTO NO ACIONAMENTO QUANTO NA PARADA DO CRONÔMETRO PODEMOS ADMITIR QUE UM LIMITE TOTAL PARA O ERRO SENDO DE **0,5s** PARA **10** OSCILAÇÕES. ASSIM O PERÍODO VALE:

$$L_r = \frac{0,5}{10} = 0,05s \quad \sigma_r = \frac{L_r}{2} = 0,025s$$

INCERTEZA PADRÃO $\sigma_p = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_r^2} = 0,047s$

RESULTADO FINAL $T = 3,129 \pm 0,047s$ $T = 3,13 \pm 0,05s$

$$\boxed{T = 3,1 \pm 0,1s}$$

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)



EXEMPLO DE APLICAÇÃO



MEDIÇÕES DA FORÇA ELETROMOTRIZ DE UMA PILHA: A FORÇA ELETROMOTRIZ DE UMA PILHA FOI MEDIDA **6** VEZES COM UM VOLTÍMETRO DIGITAL CUJA ACURÁCIA NA ESCALA UTILIZADA É MELHOR QUE **0,5%** CONFORME INDICADO PELO FABRICANTE. OS RESULTADOS DA MEDIÇÃO ESTÃO NA TABELA ABAIXO:

n	V_i (V)
1	1,572
2	1,568
3	1,586
4	1,573
5	1,578
6	1,581

VALOR MÉDIO

$$\bar{V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i = 1,5763V$$

DESVIO PADRÃO

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{V} - V_i)^2} = 0,0066V$$

DESVIO DA MÉDIA

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,0027V$$

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)



EXEMPLO DE APLICAÇÃO (CONTINUAÇÃO)

 COMO PODEM EXISTIR ERROS SISTEMÁTICOS DE ATÉ **0,5%** NO VALOR MÉDIO, ISTO IMPLICA QUE:

$$L_r = \frac{0,5}{100} \cdot 1,5763 = 0,0080V$$

$$\sigma_r = \frac{L_r}{2} = 0,0040V$$

INCERTEZA PADRÃO

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_r^2} = 0,0048V$$

RESULTADO FINAL

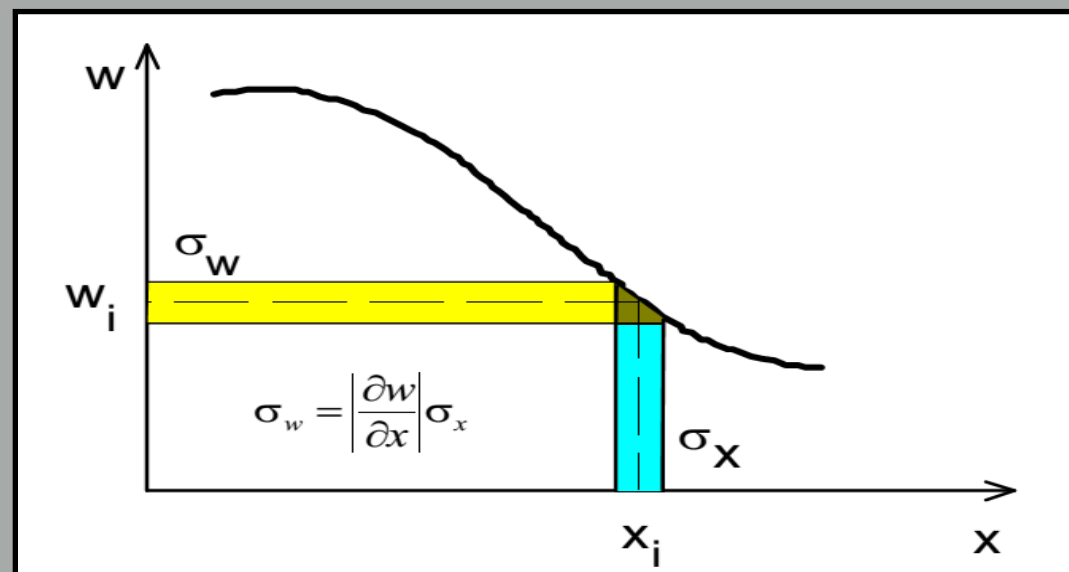
$$V = 1,5763 \pm 0,0048V$$

$$V = 1,576 \pm 0,005V$$

$$\boxed{V = 1,58 \pm 0,01V}$$

PROPAGACÃO DE INCERTEZAS DE GRANDEZAS NÃO CORRELACIONADAS

DADA UMA FUNÇÃO $w = w(x, y, z)$ ONDE x, y, z SÃO GRANDEZAS EXPERIMENTAIS QUE POSSUEM INCERTEZAS, INDEPENDENTES ENTRE SI $\sigma_x; \sigma_y; \sigma_z$. PERGUNTA-SE QUAL É O VALOR DE σ_w



$$\sigma_w^2 = \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \sigma_z^2$$