12

Teoria Cinética

Até aqui, temos estudado sistemas mecânicos simples, usualmente envolvendo somente um ou dois corpos ou partículas. Porém, um volume típico de um gás, contém um número extremamente grande de partículas. Seria impossível seguir o movimento de cada partícula ou molécula de um gás; entretanto, existem grandezas macroscópicas de interesse prático que podem ser calculadas. Algumas dessas grandezas são densidade, pressão, temperatura, calor, entropia, energia interna e energia mecânica, que serão definidas neste e no próximo Capítulo. Aplicando a Mecânica Newtoniana, às partículas de um sistema grande como esse, deduziremos relações úteis entre as grandezas macroscópicas. O estudo das relações entre as grandezas macroscópicas é chamado Termodinâmica. Neste e no próximo Capítulo, mostraremos como as "leis" da Termodinâmica podem ser deduzidas da Mecânica Newtoniana. O estudo da Termodinâmica de um ponto de vista microscópico, ou de partículas é chamado Teoria Cinética. Nos Caps. 13 e 14, as leis da Termodinâmica serão aplicadas a sistemas práticos, tais como máquinas e sistemas de refrigeração e aquecimento. Veremos que, de acordo com as leis da Termodinâmica, a maioria das máquinas de nossos dias e sistemas de aquecimento (e refrigeração) desperdiçam quantidades consideráveis de energia.

12-1 Pressão e Hidrostática

Qualquer gás ou líquido sob pressão transmite uma força a qualquer superfície que o esteja contendo. Restringiremos nossa discussão a fluidos em repouso (Hidrostática). A força transmitida será perpendicular à superfície que contém o fluido. A pressão sobre a superfície é definida como:

$$P \equiv \frac{\Delta F}{\Delta A} \qquad \text{(pressão)} \qquad (12\text{-}1)$$

onde ΔF é a força sobre a superfície de área ΔA.

Pode-se também falar da pressão no interior do fluido. Ela pode ser medida pela inserção no fluido, de um pequeno cubo com paredes finas cheios do próprio fluido, como é mostrado na Fig. 12-1.

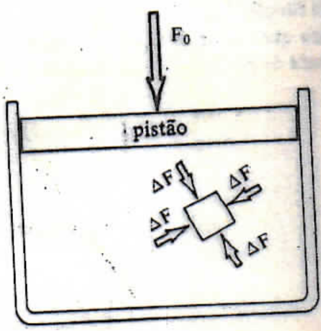


Figura 12-1. *Forças sobre um cubo imerso num fluido sob pressão.*

Como o fluido está em repouso, a força ΔF do fluido sobre cada parede será a mesma. A pressão na região do cubo é $\Delta F/\Delta A$, onde ΔA é a área de uma das faces do cubo. Vemos que a pressão interna é a mesma em todas as direções e, ignorando a gravidade, deve ser a mesma através de todo o volume, independentemente da sua forma. Acabamos de deduzir o chamado **Princípio de Pascal: Se uma pressão P_0 for aplicada a uma região da superfície de um fluido, ela será transmitida igualmente a todas as regiões da superfície do recipiente que o contém.**

Exemplo 1. Um automóvel é levantado por um macaco hidráulico, que consiste de dois pistões conectados por um tubo, como é mostrado na Fig. 12-2. O pistão maior tem 1 m de diâmetro e o menor tem 10 cm de diâmetro. Se o peso do carro é F_2, quão menor é a força sobre o pistão menor, necessária para levantar o carro?

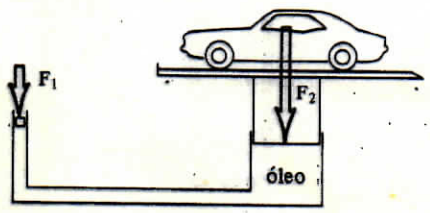


Figura 12-2. *Macaco hidráulico elevando um automóvel.*

Resposta: Ambos os pistões fazem parte do mesmo recipiente e, de acordo com o Princípio de Pascal, experimentam a mesma pressão. Seja $P_1 = F_1/A_1$ a pressão sobre o pistão menor e $P_2 = F_2/A_2$ a pressão sobre o maior. Temos, então:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1 = F_2\frac{A_1}{A_2} = 0{,}01F_2.$$

Observamos que a força sobre o pistão de bombeamento somente necessita ser 1% do peso do carro.

Na presença da gravidade, o Princípio de Pascal aplicado a um líquido incompressível torna-se:

$$P = P_0 + \rho gh \qquad (12\text{-}2)$$

onde P_0 é a pressão externa aplicada na parte superior, ρ é a densidade, e h é a altura da coluna do líquido sobre o ponto considerado. Considere, por exemplo, a coluna de líquido na Fig. 12-3.

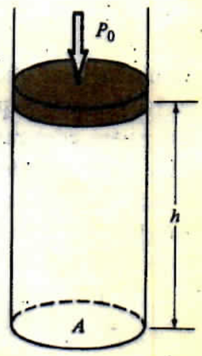


Figura 12-3. *Coluna de líquido de altura h. Pressão externa P_0 aplicada no topo.*

Além da força P_0A, transmitida ao fundo, existe ainda o peso da coluna de líquido:

$$mg = (\rho Ah)g.$$

A força total é, portanto:

$$F = P_0A + \rho ghA.$$

Dividindo ambos os lados por A, temos:

$$P = P_0 + \rho gh,$$

que é a pressão total no fundo. Como cada elemento de volume não pode se mover lateralmente, esta relação é independente da forma do recipiente.

O Barômetro

A altura da atmosfera da Terra é de algumas centenas de quilômetros. Como $P = \rho gh$, deve existir uma pressão P_0 na superfície da Terra igual à altura da atmosfera vezes g vezes a densidade média do ar em relação à altura da atmosfera. O resultado numérico é:

$$P_0 = 1{,}01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

(pressão atmosférica).

Este valor da pressão é também chamado 1 atmosfera (atm):

$$1 \text{ atm} = 1{,}01 \times 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Suponha que tomemos um tubo cheio de mercúrio ($\rho = 13{,}6 \times 10^3$ kg/m^3) e que o invertamos sobre um béquer também com mercúrio, como é mostrado na Fig. 12-4. As pressões nos pontos A e B devem ser as mesmas já que estes dois pontos estão no mesmo nível. De acordo com a Eq. 12-2, $P_A = \rho g h$, onde h é a altura da coluna de mercúrio. A pressão do ar sobre a superfície do mercúrio deve ser $P_B = P_{\text{atm}}$, a pressão atmosférica. Portanto, temos:

$$\rho g h = P_{\text{atm}}$$

$$h = \left(\frac{1}{\rho g}\right) P_{\text{atm}} \qquad \textbf{(12-3)}$$

$$= \frac{1{,}01 \times 10^5}{13{,}6 \times 10^3 \times 9{,}8} \text{ m} = 0{,}76 \text{ m}$$

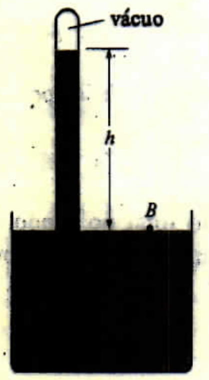


Figura 12-4. *Um barômetro de mercúrio.*

A altura da coluna de mercúrio é proporcional à pressão atmosférica. Aparelhos, chamados barômetros, são usados para medir o valor da pressão atmosférica e o conjunto na Fig. 12-4 é um excelente exemplo destes aparelhos.

De acordo com a Eq. 12-3, a altura da coluna de um barômetro de água deveria ser 13,6 vezes maior, já que a água é 13,6 vezes menos densa que o mercúrio. Se trocarmos o mercúrio, na Fig. 12-4, por água, a altura da água no tubo seria 10,3 m. Se, originalmente, o tubo contivesse ar e se uma bomba de vácuo fosse ligada à parte superior do tubo, como mostrado na Fig. 12-5, a água poderia ser bombeada para cima somente até uma altura de 10,3 m. Muitos poços têm mais que 10 m de profundidade. Como, então, pode a água ser bombeada para fora? A estratégia é usar uma bomba submersa no fundo do poço.

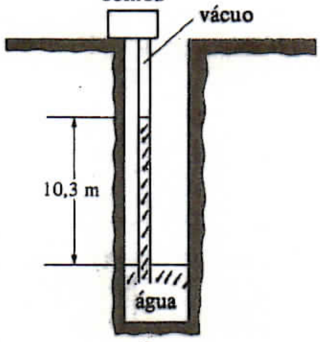


Figura 12-5. *A forma errada de retirar água de um poço, mas que poderia ser usado como barômetro.*

Exemplo 2. Uma casa está ligada à rede principal de água de uma cidade que está 100 m acima da casa. (Fig. 12-6.) Se a pressão na rede é 4 atm, qual será a pressão da água na casa?

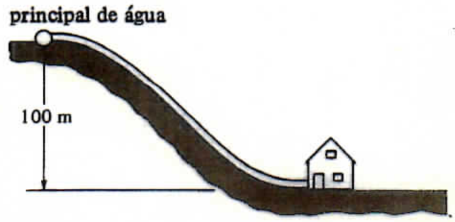


Figura 12-6. *A pressão da água na casa é mais alta que na rede, quando a casa está abaixo da mesma.*

Resposta: Usando a Eq. 12-2, temos:

$$P = P_0 + \rho g h, \quad \text{onde} \quad P_0 = 4 \text{ atm}$$

$$\rho g h = (10^3 \text{ kg/m}^3)(9{,}8 \text{ m/s}^2)(100 \text{ m})$$

$$= 9{,}8 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 9{,}8 \text{ atm}.$$

A pressão estática total é, então:

$$(4 + 9{,}8) \text{ atm} = 13{,}8 \text{ atm}.$$

Esta é uma pressão muito alta e desconfortável para o uso doméstico. Uma válvula de redução de pressão deveria ser usada na entrada da casa.

Exemplo 3. Qual é a pressão no centro da Terra e no centro do Sol? Considere-os esferas de densidade constante, onde $R_T = 6{,}36 \times 10^6$ m, $R_S = 6{,}95 \times 10^8$ m, $\rho_T = 5{,}52 \times 10^3$ kg/m³, e $\rho_S = 1{,}42 \times 10^3$ kg/m³. A aceleração devido à gravidade na superfície do Sol é 274 m/s².

Resposta: De acordo com a Eq. 12-2, a pressão a uma profundidade h é $P = \rho \bar{g} h$, onde $\bar{g}$ é a aceleração média devido à gravidade. Para uma profundidade $h = R$, $P = \rho \bar{g} R$. Observamos no Cap. 5 que g aumenta linearmente a partir do centro de uma esfera de densidade uniforme, de maneira que: $\bar{g} = \frac{1}{2} g$ e $P = \frac{1}{2} \rho g R$.

Para a Terra:

$$P = \tfrac{1}{2}(5{,}52 \times 10^3)(9{,}8)(6{,}36 \times 10^6) =$$

$$= 1{,}72 \times 10^{11} \text{ N/m}^2.$$

Para o Sol:

$$P = \tfrac{1}{2}(1{,}42 \times 10^3)(274)(6{,}95 \times 10^8) =$$

$$= 1{,}35 \times 10^{14} \text{ N/m}^2.$$

Princípio de Arquimedes

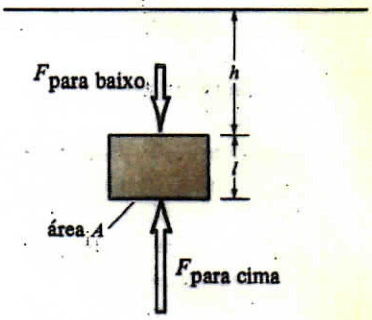


Figura 12-7. *Bloco de volume lA submerso num líquido de densidade ρ. F_{cima} e F_{baixo}, são forças do líquido atuando sobre o bloco.*

Suponha que um bloco de altura l e área da base A, como mostrado na Fig. 12-7, está submerso, a uma profundidade h, em um líquido de densidade ρ. A força na face inferior do cubo é:

$$F_{cima} = PA = \rho g (h + l) A.$$

A força na face superior do cubo é:

$$F_{baixo} = (\rho g h) A.$$

A força resultante do líquido no bloco será, então:

$$F_{cima} - F_{baixo} = \rho g l A = (m_{\text{liq}}) g$$

onde $m_{\text{líq}} = \rho l A$ é a massa do líquido deslocado pelo bloco. Logo, o bloco experimenta uma força para cima igual ao peso da água deslocada. O Princípio de Arquimedes estabelece: **Um corpo imerso num fluido é impulsionado para cima por uma força igual ao peso do fluido deslocado.**

$$F_E = (m_{\text{liq}}) g \qquad \text{(12-4)}$$

onde F_E é a força que impulsiona o corpo para cima, também chamada de empuxo.

Este Princípio, quando aplicado ao caso especial de um corpo flutuando, estabelece que um corpo flutuante deve deslocar seu próprio peso em água.

Uma pergunta popular é: O que acontece com o nível da água num copo com gelo e água, quando o gelo derrete? O gelo derretido aumenta ou diminui o nível da água? A resposta é que o nível permanece o mesmo, desde que o gelo estivesse originalmente flutuando na água. Devido ao cubo de gelo deslocar o seu próprio peso em água, ele preencherá exatamente seu próprio espaço na água quando ele se derreter. Um problema relacionado a esse diz respeito a um barco no canal Erie. Existem alguns lugares onde canal de água atravessa uma estrada sobre aquedutos. A carga sobre a ponte aumenta quando o barco navega através dela? A resposta é que a carga sobre a ponte é a mesma com ou sem o barco, desde que este se encontre em algum lugar do canal.

Exemplo 4. Considere um balão de ar quente de 10 m de diâmetro. Se o ar dentro do balão tem uma densidade que é 75% da densidade do ar fora, quantos passageiros ele poderia transportar com segurança? A densidade do ar fora do balão é 1,3 kg/m³.

Resposta: O Princípio de Arquimedes aplica-se a um corpo imerso em qualquer fluido, seja ele líquido ou gás. A massa de gás deslocada é:

$$M_{\text{gás}} = \rho_{\text{ar}}(\tfrac{4}{3}\pi R^3) = (1{,}3)\tfrac{4}{3}\pi(5)^3\,\text{kg}$$

$$= 680\,\text{kg}.$$

De acordo com a Eq. 12-4, a força que o impulsiona para cima é:

$$F_E = M_{\text{gás}}g = 680(9{,}8)\text{N} = 6664\,\text{N}.$$

Tal balão poderia estar em equilíbrio se transportasse uma carga de 680 kg, incluindo a massa de ar no seu interior. Uma vez que a massa de ar no interior é 510 kg, então 170 kg é o disponível para a carga externa. Tal balão poderia transportar dois adultos e mais um compartimento leve para passageiros.

12-2 A Lei dos Gases Ideais

Um gás ideal satisfaz duas condições: (1) o volume das moléculas do gás é muito menor que o volume ocupado pelo gás, e (2) o alcance da força entre duas moléculas é muito menor que a distância média entre as moléculas. Nesta Seção, provaremos que para esta espécie de gás:

$$\boxed{PV = NkT \quad \text{(Lei do gás ideal)}} \qquad \textbf{(12-5)}$$

onde P é a pressão do gás, N é o número de moléculas de gás num volume V, T é a temperatura absoluta e k é uma constante física universal, idêntica para todos os gases ideais. A lei dos gases ideais é muito útil, por permitir o cálculo da pressão, volume, densidade, ou temperatura de uma amostra de gás, independentemente da espécie de gás. O conceito de temperatura será definida na próxima Seção.

Exemplo 5. Uma bolha de ar triplica o seu volume quando sobe do fundo de um lago até a superfície. Qual a profundidade do lago?

Resposta: Sejam P_1 e V_1 a pressão e o volume da bolha no fundo do lago. Então, $P_2 = P_0$, a pressão atmosférica, e $V_2 = 3V_1$. Supondo que a temperatura da bolha não muda na subida, a Eq. 12-5 fornece:

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$= (P_0)(3V_1)$$

após a substituição de P_2 e V_2.
Observamos que $P_1 = 3P_0$ é o valor da pressão no fundo do lago. A diferença de pressão entre o topo e o fundo é $2P_0$ e, de acordo com a Eq. 12-2, deve ser igual a ρgh. A resposta é duas vezes a altura de um barômetro de água, ou 20,6 m.

Em nossa dedução da lei dos gases ideais, trataremos as moléculas como N esferas rígidas, pequenas e confinadas a uma caixa de volume V. Por esferas rígidas, entendemos que as colisões serão elásticas. Consideremos, primeiro, uma partícula quando ela colide com o lado esquerdo da caixa na Fig. 12-8. A força média que a partícula exerce sobre a parede num tempo Δt é:

$$\bar{F} = \frac{\Delta p_x}{\Delta t}.$$

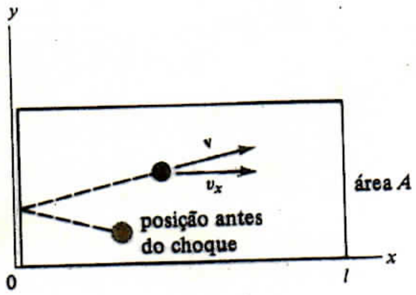


Figura 12-8. *Partícula numa caixa de volume lA logo após chocar-se com o lado esquerdo.*

A mudança no momento linear devido à colisão é:

$$\Delta p_x = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x.$$

Uma vez que o tempo entre colisões com esta parede é dado por:

$$\Delta t = \frac{2l}{v_x},$$

a força média sobre a parede é:

$$\bar{F} = \frac{(2mv_x)}{(2l/v_x)} = \frac{mv_x^2}{l}, \quad \text{por partícula.}$$

Para todas as N partículas na caixa, a força total sobre a parede é:

$$F = N\frac{m\overline{v_x^2}}{l}.$$

onde $\overline{v_x^2}$ é a média de v_x^2 sobre todas as partículas e é chamada velocidade quadrática média na direção x. Dividindo ambos os lados pela área A da parede, obtemos a pressão:

$$P = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{Al}.$$

Agora, substituindo (Al) pelo volume V, temos:

$$P = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{V}$$

ou:

$$PV = Nm\overline{v_x^2}. \qquad (12\text{-}6)$$

Observamos imediatamente que o produto PV para uma dada amostra de gás permanece constante quando a energia cinética das partículas permanece constante. Este resultado é chamado **Lei de Boyle.** O Exemplo 5 foi resolvido usando a Lei de Boyle. Podemos expressar a Eq. 12-6 em termos de v, ao invés de v_x, notando que:

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}.$$

Como as partículas chocam-se contra todas as seis faces da caixa da mesma maneira, temos:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}.$$

Então:

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2} \quad \text{ou} \quad \overline{v_x^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}.$$

Substituindo $\overline{v_x^2}$ por $\overline{v_3^2}$ na Eq. 12-6, obtemos:

$$PV = Nm\left(\frac{\overline{v^2}}{3}\right). \qquad (12\text{-}7)$$

Na próxima Seção, veremos que o primeiro membro é, por definição, igual a NkT, onde T é a temperatura absoluta. Então, $PV = NkT$, que é a lei dos gases ideais. Começando com a Mecânica Newtoniana, a nível microscópico, conseguimos deduzir uma importante relação entre as quantidades macroscópicas P, V e T.

12-3 Temperatura

Definiremos a temperatura absoluta como sendo diretamente proporcional à energia cinética média das partículas na caixa:

$$T \equiv \left(\frac{2}{3k}\right)\frac{m\overline{v^2}}{2}$$

$$= \left(\frac{2}{3k}\right)\bar{K} \qquad (12\text{-}8)$$

(definição de temperatura)

onde $\bar{K}$ é a energia cinética média por partícula. O fator $(2/3k)$ é a constante de proporcionalidade. O valor de k é determinado pela unidade de temperatura. A unidade de temperatura é estabelecida definindo como 100 graus o intervalo de temperatura entre as temperaturas de congelamento e de ebulição da água a 1 atm de pressão. Assim, o valor de k, que é chamado **constante de Boltzmann**, depende das medidas das propriedades da água. O valor obtido experimentalmente é:

$$k = 1{,}38 \times 10^{-23} \text{ J/grau}$$

(constante de Boltzmann).

Se eliminarmos $\overline{v^2}$ entre as Eqs. 12-7 e 12-8, obtemos:

$$PV = NkT \,.$$

(lei do gás ideal).

Termômetros

Uma primeira medida de temperatura usaria a definição da Eq. 12-8, que requer medidas da energia cinética translacional das moléculas do gás. É muito difícil "ver" uma molécula de gás, quanto mais medir a sua energia cinética. Em vez disso, usamos a Eq. 12-5 para determinar a temperatura de uma amostra de um gás ideal, pois é fácil medir o produto PV dessa amostra. Como um exemplo, mostramos um termômetro simples de gás à pressão constante na Fig. 12-9. O volume do gás no tubo é:

$$V = \left(\frac{Nk}{P_0}\right)T \qquad \text{ou} \qquad V \propto T \qquad (12\text{-}9)$$

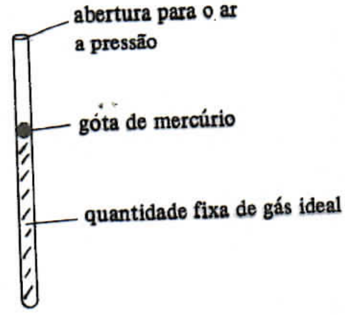


Figura 12-9. *Termômetro a gás a pressão constante.*

Uma vez que a altura da gota de mercúrio é proporcional a V, ela é também proporcional a T. É importante o uso de um gás ideal em um termômetro a gás. Se, na Fig. 12-9, a quantidade fixa de gás ideal fosse substituída por uma quantidade fixa de mercúrio, poderíamos ter o termômetro de mercúrio familiar. Embora o mercúrio esteja longe de ser um gás ideal, o aumento do seu volume é quase proporcional à temperatura, quando próximo da temperatura ambiente. Termômetros que não usam um gás ideal são calibrados por termômetros a gás, de alta precisão.

Também é possível construir um termômetro a volume constante, usando um gás ideal. De acordo com a Eq. 12-5, $P = (Nk/V_0)T$. Vemos que se a pressão P é aplicada de forma que o volume seja mantido em um valor V_0, essa pressão será proporcional a T. À temperatura ambiente normal ou acima, a maioria dos gases comporta-se como um gás ideal. A temperaturas muito baixas, onde o ar e mesmo o hidrogênio são liquefeitos, o hélio ainda se comporta como um gás ideal. Entretanto, a 4° acima do zero absoluto, o hélio se liquefaz e não mais se comporta como um gás ideal.

Exemplo 6. À temperatura de congelamento da água, a densidade do ar (e do nitrogênio) ao nível do mar é 1,255 kg/m³. A massa de uma molécula de nitrogênio é $4{,}68 \times 10^{-26}$

kg. Qual é a temperatura (Kelvin) absoluta a 0° Celsius (na qual a água congela)?

Resposta: Resolvendo a Eq. 12-5 para N, temos $N = PV/kT$ e, multiplicando ambos os lados por m/V,

$$\frac{Nm}{V} = \frac{mP}{kT}.$$

Uma vez que Nm é a massa total do gás contido num volume V, o lado esquerdo é a densidade ρ do gás:

$$\rho = \frac{mP}{kT} \qquad (12\text{-}10)$$

(densidade de gás ideal).

Resolvendo para T:

$$T = \frac{mP}{k\rho}$$

$$= \frac{(4{,}68 \times 10^{-26})(1{,}01 \times 10^5)}{(1{,}38 \times 10^{-23})(1{,}255)}$$

$$= 273 \text{ graus.}$$

Vimos que, de acordo com nossa definição de temperatura, a água congela a 273 graus absolutos. A escala absoluta é também chamada escala Kelvin. Usa-se o símbolo °K e o grau Kelvin é a unidade de temperatura no SI. Por exemplo, a temperatura de congelamento da água ou de fusão do gelo poderia ser escrita 273°K. Na escala de temperatura Celsius, que é atualmente usada em quase todo o mundo (embora não oficialmente nos Estados Unidos), a temperatura de congelamento da água é definida como zero graus (escrita como 0°C). Em ambas as escalas, Kelvin e Celsius, existem 100 graus entre a temperatura de congelamento e de ebulição da água, de modo que o valor do grau nas duas escalas é o mesmo. A comparação das escalas de temperatura Celsius e Kelvin é mostrada na Fig. 12-10, sendo também mostrada a escala Fahrenheit (ainda usada nos Estados Unidos); um grau Fahrenheit corresponde a 5/9 de um grau Celsius.

Exemplo 7. Estime a temperatura do centro do Sol, considerando-o como uma esfera de densidade constante consistindo de um gás ideal de átomos de hidrogênio. $M = 2{,}00 \times 10^{30}$ kg e $R = 6{,}96 \times 10^8$ m. $m_H = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg é a massa de um átomo de hidrogênio.

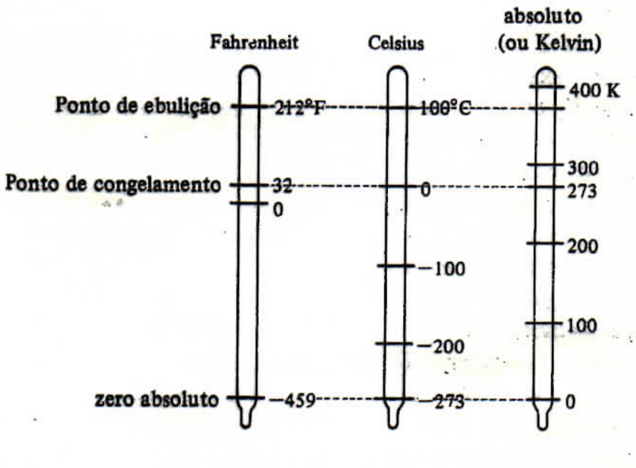


Figura 12-10. *Comparação das escalas de temperatura Fahrenheit, Celsius e Kelvin.*

Resposta: Explicitando T na Eq. 12-10, obtemos:

$$T = \frac{m_H P}{K\rho}$$

onde

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 1{,}41 \times 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

Para a pressão no centro, usamos o resultado do Exemplo 3: $P = 1{,}35 \times 10^{14}$ N/m². Então:

$$T = \frac{(1{,}67 \times 10^{-27})(1{,}35 \times 10^{14})}{(1{,}38 \times 10^{-23})(1{,}41 \times 10^{3})} \text{ °K} =$$

$$= 1{,}16 \times 10^7 \text{ °K}.$$

Como será discutido no Cap. 30, temperaturas elevadas como essas são suficientes para manter uma reação termonuclear se processando de forma constante, embora lenta.

De acordo com a Eq. 12-8, a temperatura $T = 0$°K ocorre quando todo movimento molecular cessa; isto é chamado zero absoluto e é -273°C.

Concluímos esta Seção sobre temperatura com dois exemplos que podem ajudar a reforçar este novo conceito. Como primeiro exemplo, consideremos uma caixa de volume V_1 com N_1 partículas com velocidade quadrática média $\overline{v_1^2}$. Agora, dupliquemos o número de partículas na caixa, mantendo V_1 e $\overline{v_1^2}$ os mesmos, e perguntemos: qual é a nova temperatura? De acordo com a equação de definição, $T \alpha \frac{1}{2}m\overline{v^2}$ por partícula e não há mudança na temperatura. No segundo exemplo, permitimos que o gás se expanda livremente numa câmara evacuada de igual volume, pela remoção súbita da repartição da Fig. 12-11, de maneira que o volume final é o dobro do original. Qual é, agora, a temperatura final? Novamente, $\overline{v^2}$ permanece constante. Se a energia cinética média permanece a mesma, o mesmo ocorrerá com a temperatura. Deste exemplo, vemos que a expansão livre de um gás ideal não resulta em mudança na temperatura.

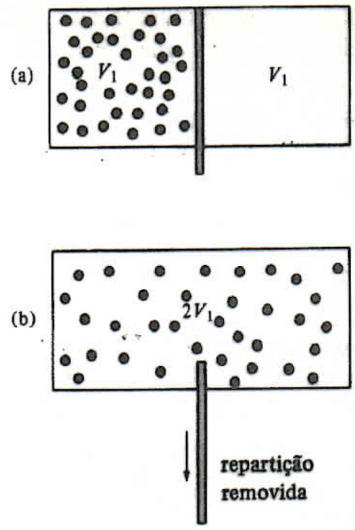


Figura 12-11. *Expansão livre de um gás. Em (b) a repartição foi removida.*

12-4 Equipartição da Energia

Aceitamos que se dois ou mais corpos, a diferentes temperaturas, forem colocados em contato e isolados de tudo mais, eles atingirão a mesma temperatura, após se passar um tempo suficiente. Os corpos podem ser sólidos, líquidos ou gases. Este fato é tão comum na experiência diária que não foi considerado merecedor de ser enunciado como uma "lei" básica da Física, senão após a Primeira e Segunda Leis da Termodinâmica terem sido formuladas. Em vez de renumerar a Primeira e Segunda Leis, a lei que estabelece que corpos isolados em contato alcançam o equilíbrio térmico foi designada como a Lei Zero da Termodinâmica.

Lei Zero da Termodinâmica

Se os corpos 1 e 2 estão em equilíbrio térmico, e os corpos 2 e 3 também estão em equilíbrio térmico, então os corpos 1 e 3 estarão no mesmo equilíbrio térmico, como se estivessem em contato. Se os corpos na Fig. 12-12 são recipientes de três espécies diferentes de gases ideais, estamos afirmando que a energia cinética translacional média por molécula é a mesma para todos os três. Ignorando a experiência diária, não é nada óbvio que $\frac{1}{2}m_1\overline{v_1^2} = \frac{1}{2}m_2\overline{v_2^2}$, quando dois gases diferentes estão em contato (ou misturados no mesmo recipiente). Como parte do nosso programa de deduzir a Termodinâmica a partir da Mecânica Newtoniana, devemos provar que $m_1\overline{v_1^2} = m_2\overline{v_2^2}$, quando as partículas de massas m_1 e m_2 são misturadas numa mesma caixa. No próximo parágrafo, tentaremos justificar este resultado.

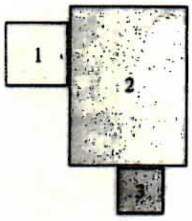


Figura 12-12. *Três corpos em equilíbrio térmico.*

Considere uma partícula de massa m_2 numa caixa contendo N_1 partículas de massa m_1. A velocidade relativa entre uma partícula de massa m_1 e a partícula m_2 é $\mathbf{v}_{\text{rel}} = (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$, que tem o mesmo módulo e direção quando observada no sistema laboratório ou em qualquer outro sistema de referência. A direção do movimento do centro de massa das duas partículas é na direção do vetor $(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)$. Desde que esta direção seja independente da direção de $\mathbf{v}_{\text{rel}}$, temos:

$$\overline{(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)\cdot\mathbf{v}_{\text{rel}}} = 0$$

$$\overline{(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)\cdot(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)} = 0$$

$$\overline{\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{v}_1} - \overline{\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{v}_2} + \overline{\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{v}_1} - \overline{\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{v}_2} = 0.$$

A média $\overline{\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{v}_2}$ é zero porque para um dado $\mathbf{p}_1$ cada componente de $\mathbf{v}_2$ é tanto positiva como negativa. Analogamente, $\overline{\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{v}_1} = 0$. Então:

$$\overline{\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{v}_1} - \overline{\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{v}_2} = 0$$

$$\overline{\mathbf{p}_1\cdot\mathbf{v}_1} = \overline{\mathbf{p}_2\cdot\mathbf{v}_2}$$

$$m_1\overline{v_1^2} = m_2\overline{v_2^2}$$

o que completa a "prova".

Equipartição de Energia

A dedução precedente mostra que todas as partículas em equilíbrio térmico têm a mesma energia cinética média translacional por partícula, a qual independe da massa da partícula. E quanto à energia cinética rotacional e vibracional? Certamente, duas moléculas em forma de haltere poderiam começar a girar após uma colisão, como visto na Fig. 12-13. No Exemplo 8 do Cap. 10, mostramos que, quando uma molécula com forma de haltere foi atingida por uma partícula, a molécula adquiriu quantidades iguais de energia cinética rotacional e translacional na colisão. Uma generalização da dedução do parágrafo anterior fornece como resultado que a energia cinética média para cada grau de liberdade é a mesma para cada partícula. Este resultado é chamado equipartição de energia. A dedução geral é muito complexa para ser aqui apresentada. O número de graus de liberdade de um corpo é igual ao número de coordenadas independentes necessárias para especificar a sua posição no espaço.

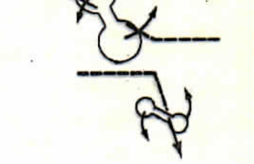


Figura 12-13. *Duas moléculas são postas em rotação por uma colisão.*

A energia cinética translacional média é obtida da Eq. 12-8:

$$\tfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \tfrac{3}{2}kT.$$

Isto corresponde a três graus de liberdade, uma vez que as três coordenadas (x, y, z) são necessárias para especificar a posição do centro da molécula. Logo, a energia média por grau de liberdade é $\frac{1}{2}kT$ por partícula:

$$\text{energia média por grau de liberdade} = \tfrac{1}{2}kT \qquad (12\text{-}11)$$

(lei de equipartição da energia).

Existem também três graus de liberdade para descrever a orientação angular de um corpo rígido em torno de seu centro. Por exemplo, a orientação do haltere na Fig. 12-14 requer o ângulo polar θ e o ângulo azimutal ϕ para especificar a orientação do eixo do haltere. O ângulo Ψ é necessário para especificar a posição angular do haltere em relação ao seu eixo. Desse modo, esperaríamos que halteres pequenos e rígidos, colidindo em uma caixa, tenham $\frac{3}{2}kT$ de energia cinética rotacional por partícula, em média, além dos $\frac{3}{2}kT$ da energia cinética translacional. A energia cinética total por partícula na caixa contendo N moléculas seria $3NkT$.

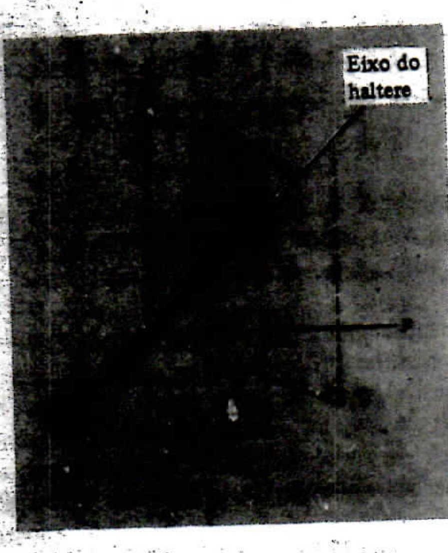


Figura 12-14. *Três ângulos θ, ϕ e Ψ são necessários para determinar a orientação do haltere.*

Na realidade, os primeiros modelos de moléculas supunham que elas eram lisas, isto é, que não haveria atrito nas superfícies. Portanto, não seria possível induzir rotações em torno do eixo do haltere e somente dois graus de liberdade rotacionais seriam efetivos. Esperar-se-ia, pois, que a energia cinética total por partícula para uma molécula diatômica fosse $\frac{5}{2}kT$, em média. Algumas violações da equipartição da energia têm sido observadas e serão discutidas na Seção 13-3 do próximo Capítulo.

12-5 Teoria Cinética do Calor

Na página 97, a energia interna é definida como a soma das energias cinética e potencial das partículas individuais, excluindo-se qualquer energia macroscópica (movimento coletivo). A energia interna é a energia adicional das partículas individuais, que não é considerada quando o sistema é visto macroscopicamente. Para uma caixa contendo N partículas que não podem girar, a energia interna total deve ser somente a energia cinética translacional ou $U = \frac{3}{2}NkT$. O símbolo U é geralmente usado para a energia interna de um corpo ou de um sistema de partículas. Infelizmente, o mesmo símbolo é também usado comumente para energia potencial, o que pode causar confusão. Se a caixa contém partículas, tais como moléculas de H_2O, que são livres para girar em todas as três direções:

$$U = K_{\text{Translação}} + K_{\text{Rotação}}$$

$$U = \tfrac{3}{2}NkT + \tfrac{3}{2}NkT = 3NkT. \qquad (12\text{-}12)$$

Moléculas diatômicas (halteres lisos) têm:

$$U = \tfrac{3}{2}NkT + \tfrac{2}{2}NkT = \tfrac{5}{2}NkT.$$

Até aqui, temos dado exemplos de gases ideais. Evidentemente, sistemas mais complicados têm energias internas bem definidas. Se a energia interna de um sistema cresce, sua temperatura aumenta. A energia interna de um sistema ou amostra de gás depende de sua massa, temperatura, e pressão (ou volume) e é uma função dessas variáveis.

Energia Calorífica

Se uma pessoa esfrega a superfície externa de um recipiente com água, ela está fazendo um trabalho contra uma força dissipativa ou de atrito. A temperatura (ou energia interna) da água aumentará e o atrito produzirá energia calorífica que será transferida para a água. Além do joule, há uma unidade de energia calorífica chamada caloria (cal), que é definida como a quantidade de energia necessária para aumentar a temperatura de 1 g de água de 1°C (ou 1°K). Mais precisamente:

1 cal ≡ calor para aumentar a temperatura de 1 g de água de 14,5 para 15,5°C

(definição de caloria).

No sistema SI, temos que 1 kcal = calor para aumentar 1 kg de água de 1°C (ou 1°K). Uma terceira unidade de calor é a caloria alimentar, que é algumas vezes escrita com um *C* maiúsculo:

1 caloria alimentar = 1 Caloria = 1 kcal.

Esta é uma unidade obsoleta, que pode causar considerável confusão, devendo o seu uso ser evitado. A queima de 1 g de gordura animal fornecerá em torno de 10 kcal de energia calorífica. Colocando de outra forma, 1000 Caloria (= 1000 kcal) de alimento poderia produzir 100 g de gordura animal, se todo o alimento fosse convertido e armazenado como gordura animal. Veremos no próximo parágrafo que 1000 kcal é energia suficiente para elevar um corpo humano a uma altura de 7 km.

Equivalente Mecânico do Calor

Para evitar confusão e mistura de unidades é melhor para nós usarmos o Joule como unidade de energia calorífica ao invés da caloria. A conversão entre as duas unidades é chamada o equivalente mecânico do calor. Ele é facilmente medido através da realização de uma quantidade fixa de trabalho ($F_a \cdot \Delta s$) sobre uma amostra de água. Uma experiência de laboratório para estudantes de Física consiste na aplicação de uma força de atrito conhecida à superfície de um vaso de cobre, de paredes finas, que contém água e na medição da variação da temperatura causada pelo trabalho realizado por essa força. O resultado é que 4,185 J do trabalho é convertido em 1 cal de calor:

1 cal = 4,185 J (equivalente mecânico do calor).

Calor é uma transferência, de um corpo para outro, de parte da energia "escondida" das partículas. A energia interna (energia das partículas) do primeiro corpo pode ser aumentada realizando-se trabalho mecânico sobre o corpo, ou pode ser aumentada colocando-o em contato com um segundo corpo mais quente. No último caso, a energia calorífica flui do segundo corpo para o primeiro. O mecanismo é a equipartição da energia via colisões de partículas. As partículas do primeiro corpo aumentam a sua energia via colisões com as partículas mais energéticas do segundo corpo.

Exemplo 8. Considere que uma pessoa mediana deve dissipar energia à taxa média de 120 W para permanecer viva.
(a) Quantas quilocalorias por dia ela deve consumir para permanecer viva?
(b) Se a sua massa é 60 kg, qual a altura que ela poderia subir utilizando a energia equivalente ao consumo diário mínimo de quilocalorias? (Considere de 10% a eficiência de conversão para energia potencial gravitacional.)

Resposta: (a) A energia usada em um dia é (120 W)(86400 s/dia) = 1,04 × 10⁷ J/dia. A caloria equivalente é:

$$\frac{1{,}04 \times 10^7 \text{ J/dia}}{4{,}185 \text{ J/cal}} = 2{,}48 \times 10^6 \text{ cal/dia}$$

$$= 2480 \text{ kcal/dia}.$$

(b) Igualamos mgh a 10% do resultado da parte (a):

$$mgh = 1{,}04 \times 10^6 \text{ J}$$

$$h = \frac{1{,}04 \times 10^6 \text{ J}}{(60 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 1{,}76 \text{ km}.$$

Um alpinista deve estar apto a subir alturas como essa por dia, alimentando-se em dobro, sem perder peso. Se o alpinista não aumentar a sua dieta, as 2480 kcal terão que provir da gordura do seu corpo. A 10 kcal por grama, ele perderia cerca de 250 g por dia da gordura do corpo.

Resumo

A pressão sobre uma superfície ΔA é a força ΔF aplicada, dividida por ΔA: $P \equiv \Delta F / \Delta A$.

Para um fluido de densidade constante na presença de gravidade, $P = P_0 + \rho g h$, onde P_0 é a pressão na extremidade superior e h é a profundidade ou distância do topo.

A pressão na base da atmosfera terrestre é $P_{atm} = 1{,}01 \times 10^5\ N/m^2$.

Se um corpo é imerso num fluido, o fluido exercerá uma força resultante para cima sobre o corpo igual ao peso do fluido deslocado.

Um gás ideal consistindo de N pequenas esferas rígidas, de massa m, contidas num volume V, exercerá uma pressão P, onde:

$$PV = Nm \frac{\overline{v^2}}{3}.$$

Na Teoria Cinética, a definição da temperatura absoluta de um gás ideal é:

$$T \equiv \left(\frac{2}{3k}\right) \frac{m\overline{v^2}}{2}$$

onde $k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K é a constante de Boltzmann. Se $\overline{v^2}$ é eliminado nas duas equações precedentes:

$$PV = NkT$$

(lei dos gases ideais)

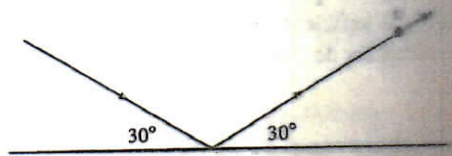
A temperatura pode ser medida pela altura de uma coluna de um gás ideal à pressão constante, ou pela pressão de um volume constante de um gás ideal.

Pode ser provado que a temperatura, como definida acima, será a mesma para dois corpos deixados em contato durante um tempo suficiente para alcançarem o equilíbrio. Isto é a chamada Lei Zero da Termodinâmica. Um resultado correlacionado com ela é a equipartição da energia, que diz que todos os graus de liberdade têm a mesma energia quando o equilíbrio é estabelecido.

A energia "escondida" das partículas individuais é chamada energia interna. Energia calorífica é produzida quando o trabalho é feito por forças de fricção; 1 cal de calor aumenta a temperatura de 1 g de água de 1°C (ou 1°K).

Exercícios

1. Uma agulha de um fonógrafo tem um raio $R = 10^{-2}$ mm. Sua massa é 2 gramas. (A força que ela exerce é mg onde m = 2 g.) Supondo que a área de contato é πR^2, qual é a pressão exercida sobre o disco?
2. Uma bolha de ar duplica o seu volume, ao subir do fundo de um lago. Qual é a profundidade do lago?
3. Se a atmosfera terrestre tivesse densidade uniforme ($\rho = 1{,}25\ kg/m^3$), qual seria sua espessura?
4. Suponha que a bomba da Fig. 12-5 somente consiga produzir uma pressão de 0,1 atm. Qual a altura que a coluna de água pode atingir?
5. A densidade do gelo é 0,9 g/cm³. Qual a fração do volume de um cubo que está acima do nível da água? A resposta é independente da forma do pedaço de gelo?
6. A que profundidade deve uma pessoa mergulhar em um lago para sentir uma pressão 50% maior do que a da superfície?
7. Uma partícula de massa m e velocidade v atinge uma superfície num ângulo de 30°, como mostrado. Ela é refletida também a um ângulo de 30°, sem mudar a sua velocidade. Qual é a mudança no seu momento linear?



8. Um balão preso à Terra por um cabo tem uma massa total de 50 kg e um volume de 110 m³.
   (a) Se o cabo permanece na vertical, qual é a tensão?
   (b) Se há um vento que faz o cabo ficar em uma direção a 30° da vertical, qual é a tensão no cabo? (Considere que o empuxo é o mesmo.)
9. Um corpo quando pesado sob a água pesa [illegible]. Seu peso normal é 300N. Quais são a densidade e o volume do corpo?
10. Um bloco de chumbo de densidade 11,3 g/cm³ flutua numa piscina de mercúrio com densidade 13,6 g/cm³.
    (a) Qual a fração do bloco que está submersa?
    (b) Se o bloco tem massa 2 kg, qual a força que deve ser aplicada para mantê-lo totalmente submerso?
11. Um pedaço de madeira cuja densidade é [illegible] g/cm³ flutua num líquido de densidade 1,2 g/cm³. O volume total da madeira é 36 cm³.

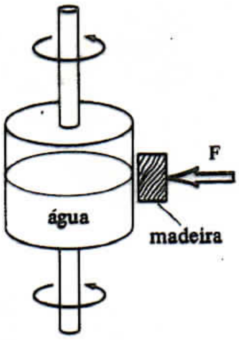
(a) Qual é a massa da madeira?
(b) Qual é a massa do líquido deslocada?
(c) Qual é o volume de madeira que aparece acima da superfície do líquido?

12. Uma pessoa deseja reduzir seu peso através de uma dieta. Se ela reduz a sua alimentação de forma que a gordura do seu corpo deva suprir 1000 kcal por dia, qual o peso que ela perde por semana?

13. Uma pessoa de peso excessivo, despende 1 h por dia em exercícios para reduzir o seu peso. Seu corpo despende 400 W em esforço adicional durante o exercício. Admitindo não haver acréscimo em sua dieta, qual o peso que ela perde numa semana?

14. Um estudante toma um banho de 10 min, usando água quente a uma razão de 15 litros por minuto. A temperatura da água quente é 60°C e a da água fria 20°C. Qual é a energia calorífica total utilizada, em joules, neste banho? Se essa energia custa aproximadamente 10 cruzeiros por KWh, qual é o custo do banho? Qual é a taxa de energia calorífica utilizada, em watts?

15. Um vaso de cobre com paredes finas contém 100 cm^3 de água. Ele tem 1 cm de raio e gira a uma razão de 2 rot/s. Uma força externa de 10 N está pressionando um bloco de madeira contra a superfície do cobre. Considerando que todo o calor produzido flui para a água, qual será o aumento de temperatura após 2 min?



16. Qual o aumento de temperatura na água fluindo numa cachoeira de 50 m de altura?

17. Um arroio desce 200 m numa distância de 2 km. Supondo que nenhum calor flui para dentro ou para fora do arroio, qual seria o aumento de temperatura?

18. (a) Pequenos discos rígidos estão colidindo no interior de uma caixa. Considere que a superfície de atrito entre os discos não é zero. Qual será a razão entre a energia cinética rotacional média e a energia translacional média?
(b) Os discos estão flutuando em um colchão de ar, onde sofrem colisões. Qual é, agora, a razão entre as energias já referidas?

19. Numa caixa de volume V, temos N partículas tal que a energia cinética média por partícula é ϵ. Dê todas as respostas em função de V, N, ϵ e k.
(a) Qual a energia cinética total na caixa?
(b) Qual é a temperatura na caixa?
(c) Qual é a pressão na caixa?
(d) Se o volume é duplicado pela conexão com uma caixa vazia de mesmo volume, o que acontecerá à temperatura e à pressão?

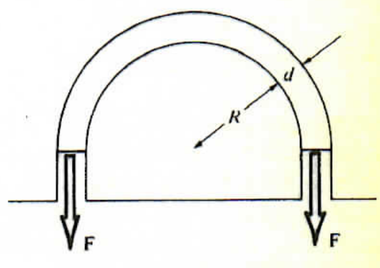
20. Um gás ideal contido num vaso de volume fixo está a 0°C e 1 a atm de pressão.
(a) Se a velocidade média por molécula for duplicada, qual será a nova temperatura?
(b) Se a velocidade média por molécula for duplicada, qual será a nova pressão?
(c) Se o volume do vaso for 1 litro, quantas moléculas ele contém?

21. Um gás ideal numa caixa tem N moléculas. Agora, duplique o número de moléculas na mesma caixa, enquanto é mantida a mesma energia cinética ou energia calorífica do gás. (A energia total da nova quantidade de gás é a mesma que a da quantidade original.)
(a) Qual será a razão entre a nova pressão e a original?
(b) Qual será a razão entre a nova temperatura e a temperatura original?

22. Estime a pressão e a temperatura no centro de Júpiter. Sua massa e raio são $1{,}9 \times 10^{27}$ kg e $7{,}2 \times 10^4$ km, respectivamente.

Problemas

23. Desejamos projetar um edifício para a superfície da Lua, que agüente 0,5 atm de pressão. O telhado é uma superfície cilíndrica de 2 m de raio. Qual deve ser a força F, por metro de comprimento, necessária para prender o telhado? Se a parede e o telhado são de material de resistência tênsil de 2×10^9 N/m^2, qual deve ser a espessura d mínima permissível? (Resistência tênsil é a força máxima por unidade de área que pode ser aplicada a uma haste do material sem incorrer em deformação ou rompimento.)

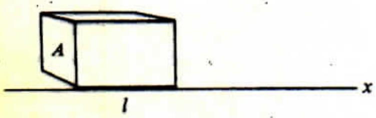


24. Um cilindro de aço para gás tem 0,5 m de diâmetro. Se ele suporta uma pressão de 150 atm, qual deve ser a espessura d da parede? A resistência tênsil do aço é 1×10^9 N/m^2. (*Sugestão:* Veja o Probl. 23.)

25. Uma esfera de raio R suporta uma pressão P. Se a resistência tênsil do material da parede é S em força por unidade de área, qual a espessura mínima

d da parede, em função de R, P e S? (*Sugestão*: Veja o Probl. 24).

26. Considere um único fóton numa caixa de volume $V = Al$. Admita que o fóton está se movendo paralelamente ao eixo x e as paredes são perfeitamente refletoras. O fóton tem energia E e momento linear $p = E/C$.
    (a) Qual é o momento linear transferido para a parede, quando o fóton é refletido por ela?
    (b) Qual é a pressão na parede devida às contínuas reflexões do fóton?
    (c) Considere um total de N fótons de energia E cada um, e que $N/3$ estão se movendo paralelamente ao eixo x. Qual é o produto PV, em função de N e E?



27. Considere que a densidade da atmosfera terrestre é proporcional à pressão; isto é, $\rho/\rho_0 = P/P_0$, onde ρ_0 e P_0 são a densidade e a pressão na superfície. Então, a Eq. 12-2 dá $dP = -\rho g dh$ para a variação de pressão, em função da distância dh, a partir da Terra.
    (a) Prove que a pressão é da forma $P(h) = P_0 \exp(-h/h_0)$, onde $P_0 = \rho_0 g h_0$.
    (b) A que altura a pressão do ar é $\frac{1}{2}P_0$?
    (c) Qual seria a pressão no pico do Monte Everest (8,8 km)?

28. Suponha que todas as partículas na caixa da Fig. 12-8, são extremamente relativísticas. Então, o momento linear pode ser escrito $p \simeq E/C$, onde E é a energia da partícula. Usando $\overline{p_x v_x} = \frac{1}{3}\overline{pv}$, prove que $PV = E_t/3$, onde E_t é a energia total na caixa. Como isto se compara com o resultado não relativístico, onde E_t é a energia cinética total na caixa?

29. Prove que o resultado relativístico exato para a Eq. 12-7 é:

$$PV = \frac{N}{3}\overline{pv}.$$

30. Uma bomba de 1 Megaton explode numa cavidade abaixo do solo, de 200 m de diâmetro.
    (a) Se a energia liberada por 1 Megaton é 4×10^{15} J, qual é a pressão na cavidade?
    (b) A cavidade se romperá, desde que a pressão exceda aquela da rocha circundante. Considerando que a densidade da rocha é 3×10^3 kg/m^3, qual deve ser a profundidade da cavidade?

31. Deduza uma relação numérica entre o raio R da cavidade no Probl. 30 e a profundidade y da cavidade.

32. Considere uma estrela formada por N átomos de hidrogênio de massa m_H, de densidade uniforme e de raio R.
    (a) Qual é a pressão no centro, em função de m_H, N, R e G?
    (b) Qual é a temperatura no centro, em função de m_H, N, R e G?

33. Como a densidade atmosférica decresce com a altura h? Suponha que a atmosfera está toda a uma mesma temperatura e deduza a fórmula:

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right).$$