Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

1.1) INTRODUÇÃO:

Todas as propriedades conhecidas da luz são descritas em termos dos experimentos através das quais elas foram descobertas. Por mais numerosas que sejam essas propriedades, suas demonstrações podem ser agrupadas e classificadas em uma dos três grandes grupos: óptica geométrica, óptica ondatória e óptica quântica, onde cada uma das quais pode ser subdividida da seguinte forma:

1. **Óptica geométrica:**
Propagação retilínea, velocidade finita, reflexão, refração e dispersão
2. **Óptica ondulatória:**
Interferência, difração, polarização e dupla refração
3. **Óptica quântica:**
Órbitas atômicas, densidades de probabilidade, níveis de energia, quanta e laser.

O primeiro grupo de fenômenos classificados como óptica geométrica é mais facilmente descrito em termos de linhas retas e geometria plana. O segundo grupo, a óptica das ondas, lida com a natureza ondulatória da luz. O terceiro grupo, a óptica quântica, considera a luz como sendo composta de fótons que são pequenos pacotes de energia.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

1.2) Propagação retilínea da luz:

A propagação retilínea da luz é a terminologia técnica aplicada ao princípio de que "a luz viaja em linhas retas". O fato de que objetos podem projetar sombras bastante nítidas pode ser considerado uma boa demonstração desse princípio. Outra ilustração é encontrada na câmera pinhole. Neste dispositivo simples, a imagem de um objeto estacionário é formada em um filme ou placa fotográfica pela luz que passa através de uma pequena abertura, como ilustrado na Fig.1.1. Nesta figura, o objeto é uma árvore que emite luz branca. Para ver como uma imagem é formada, considere os raios de luz que emanam de um único ponto a próximo no topo da árvore. Dos muitos raios de luz que irradiam em muitas direções, o raio que viaja na direção exata do buraco passa para o ponto a' próximo à parte inferior da tela da imagem. Da mesma forma, um raio saindo de b perto da parte inferior da árvore e passando pelo buraco chegará a b', próximo ao topo da tela da imagem. Assim, pode-se ver como é formada uma imagem invertida de toda a árvore.

Se a tela da imagem for movida para mais perto do orifício, a imagem será proporcionalmente menor, enquanto que se for afastada, a imagem será proporcionalmente maior.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

Excelentes fotografias nítidas de objetos estacionários podem ser feitas com esse arranjo. Fazendo um orifício em uma extremidade de uma caixa pequena e colocando um filme ou placa fotográfica na outra extremidade, é possível tirar boas fotos. Para fotografias nítidas e boas, o orifício deve ser muito pequeno, porque seu tamanho influenciará na profundidade de campo e consequentemente, se o orifício for grande a imagem aparecerá desfocada nas regiões da borda.

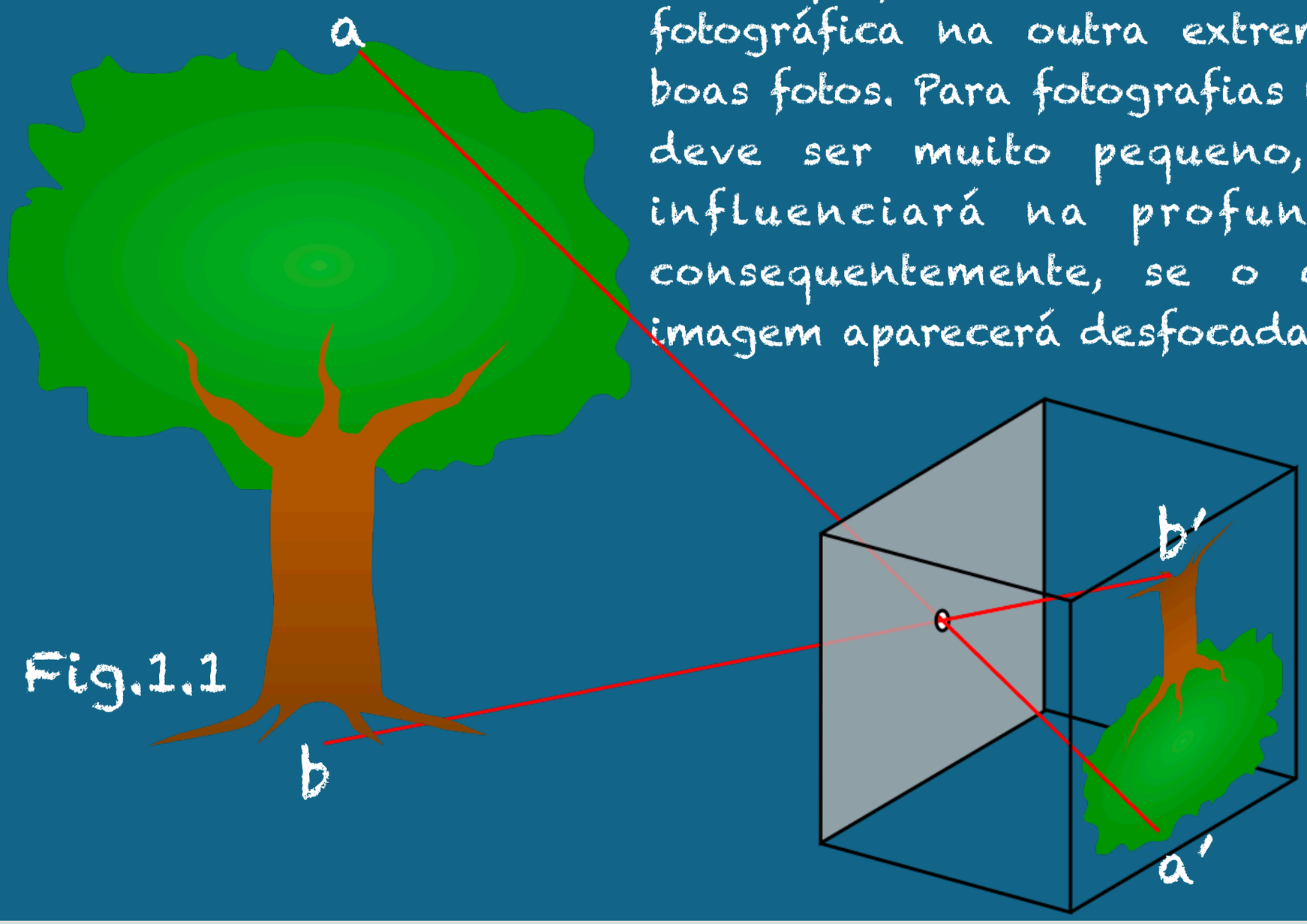


Fig.1.1

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

A fotografia abaixo foi tirada com uma câmera pinhole. Observe que as linhas não estão distorcidas. No entanto, a profundidade de campo é prejudicada nas regiões da borda, provavelmente devido ao diâmetro do pinhole.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

1.3) Velocidade da luz:

Os astrônomos da antiguidade acreditavam que a luz viajava com velocidade infinita. Acreditavam ainda que qualquer evento importante ocorrido em estrelas distantes fosse imediatamente observado em todos os outros pontos do universo.

Dizem que por volta de 1600, Galileu tentou medir a velocidade da luz, mas não teve sucesso. Ele subiu no topo de uma colina com uma lâmpada e seu assistente no topo de uma outra colina distante com outra lâmpada. O plano era que Galileu, em um determinado instante, permitisse que a luz da sua lâmpada chegasse até o seu assistente. Ao ver a luz, o assistente faria o mesmo fazendo com que essa luz chegasse até Galileu, que mediria o tempo decorrido. Muitas repetições desse experimento, realizadas a distâncias cada vez maiores entre os dois observadores, convenceram Galileu de que a luz deveria viajar a uma velocidade infinita.

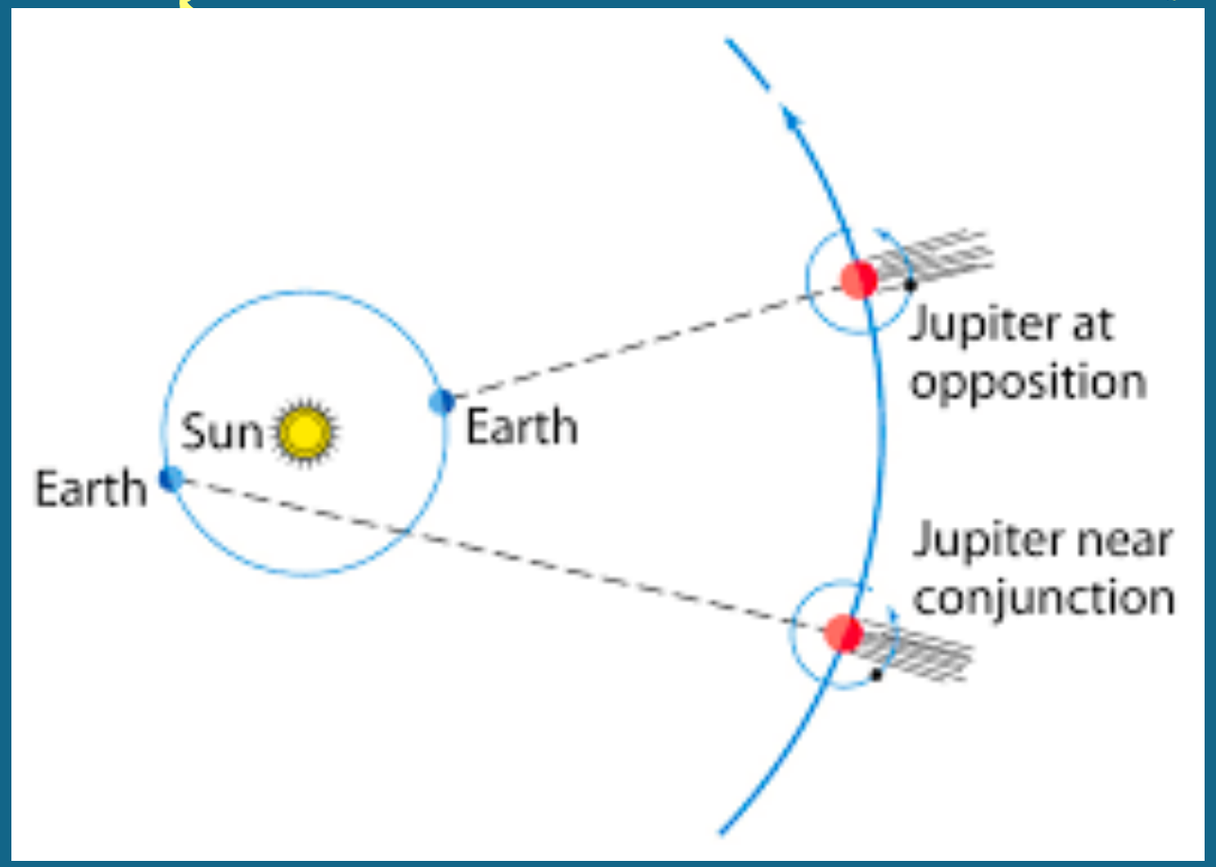
Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

Rømer foi o primeiro a provar em 1676 que a luz possui uma velocidade finita. Cronometrando os eclipses da lua de Júpiter Io, Rømer estimou que a luz levaria cerca de 22 minutos para percorrer uma distância igual ao diâmetro da órbita da Terra ao redor do Sol. Isso daria à luz uma velocidade de cerca de 220.000 quilômetros por segundo, cerca de 26% menor que o valor real de 299.792 km / s.

A determinação do posicionamento de um objeto na direção leste-oeste (longitude) foi um problema prático significativo em cartografia e navegação antes dos anos 1700. Em 1598, Filipe III da Espanha havia oferecido um prêmio para quem propusesse um método para determinar a posição longitudinal de um navio. Galileu propôs um método para estabelecer a hora do dia e, portanto, a longitude, com base nos horários dos eclipses das luas de Júpiter, que teriam a função de um relógio cósmico. Galileu propôs esse método à coroa espanhola entre os anos de 1616 e 1617, mas provou ser impraticável, principalmente por causa da dificuldade de observar os eclipses de um navio.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

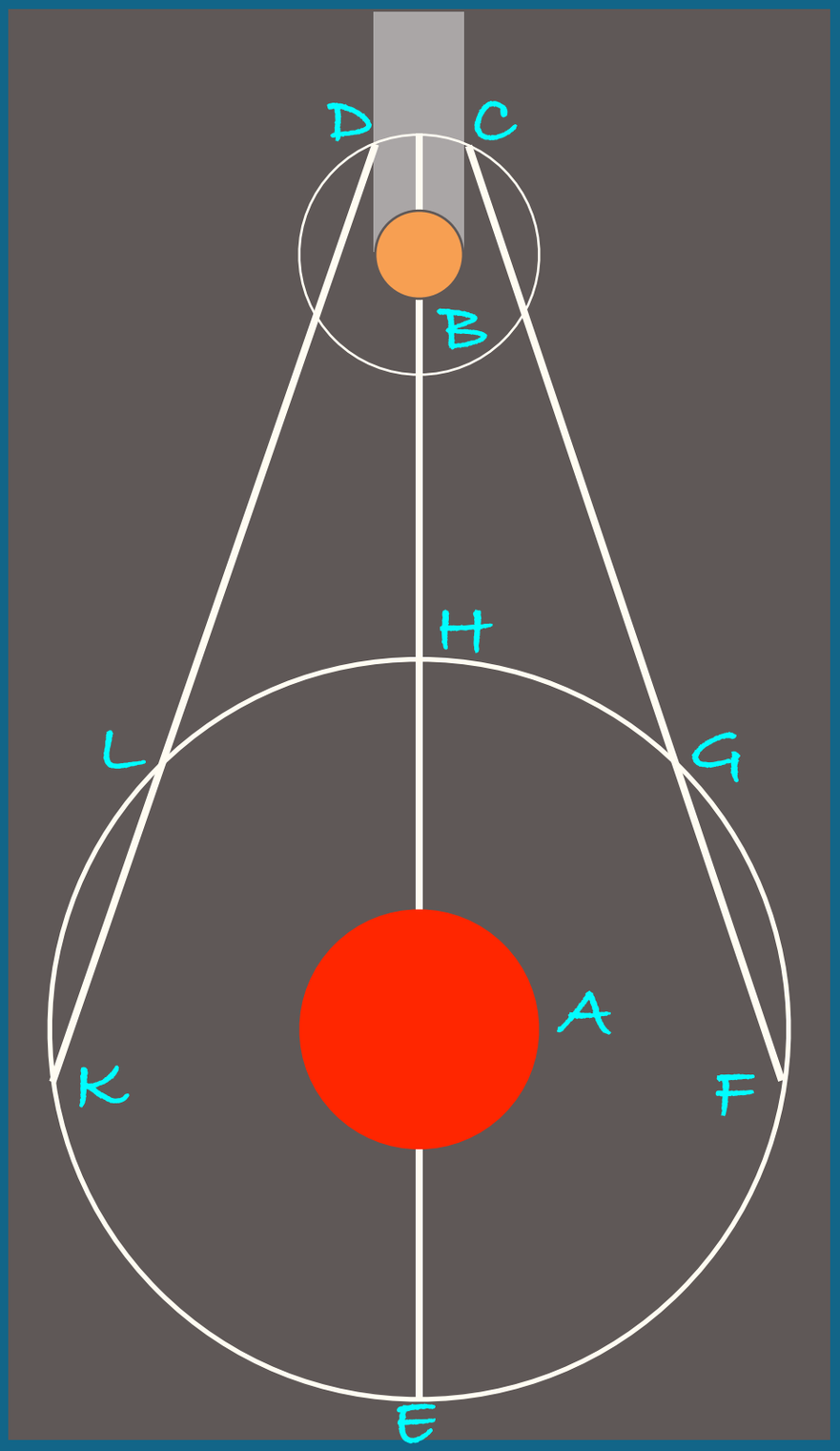


Eclipse de Io: Io é a mais interna das quatro luas de Júpiter descoberta por Galileu em janeiro de 1610. Ela orbita Júpiter uma vez a cada 42 horas e meia, e o plano de sua órbita fica muito próximo do plano da órbita de Júpiter ao redor do sol. Isso significa que ele passa parte de cada órbita na sombra de Júpiter - um eclipse.

Visto da Terra, um eclipse de Io é visto de duas maneiras. Io desaparece subitamente, enquanto se move para a sombra de Júpiter. Io reaparece repentinamente, saindo da sombra de Júpiter.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

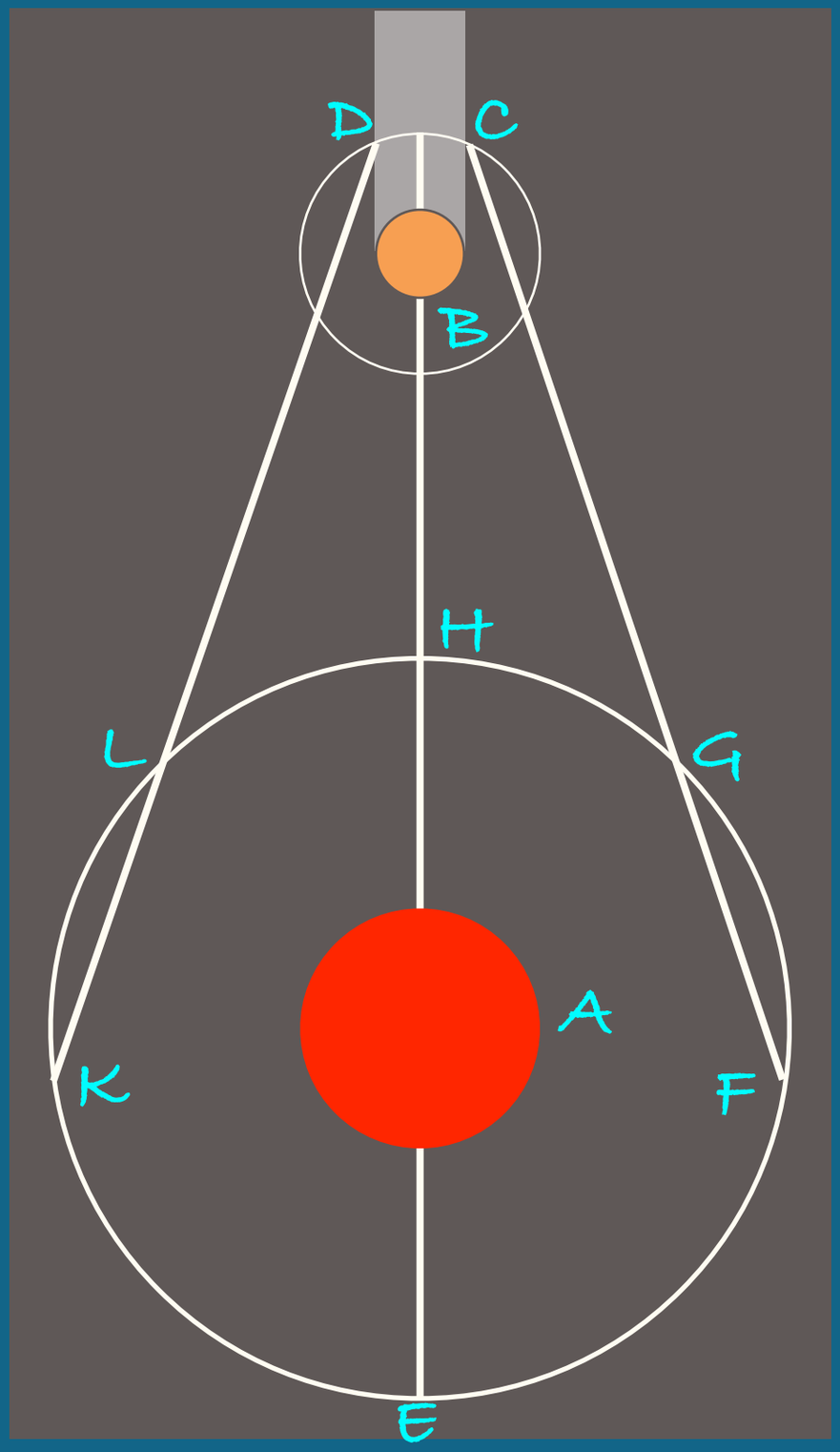


O ponto L no diagrama representa a segunda quadratura de Júpiter, quando o ângulo entre Júpiter e o Sol (visto da Terra) é de 90 °. Rømer supõe que um observador possa ver o surgimento de Io na segunda quadratura (L), e o surgimento que ocorre após uma órbita de Io em torno de Júpiter (quando a Terra é considerada no ponto K, ou seja, 42 horas e meia depois). Durante essas 42 horas e meia, a Terra se afastou de Júpiter na distância LK: isso, segundo Rømer, é 210 vezes o diâmetro da Terra.

Para as posições do lado esquerdo (LK), a Terra está se afastando de Jupter, o que significa que a luz, a partir do primeiro eclipse em L tem que percorrer uma distância menor que a luz que vem do segundo eclipse em K, o que significa que o tempo entre eclipses vai aumentando a medida que a Terra se afasta de Jupter.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP



Quando a Terra se move no lado direito da figura, o tempo entre os eclipses diminui. Usando essas observações, Roemer estimou que a velocidade da luz seria de 220.00 Km/s.

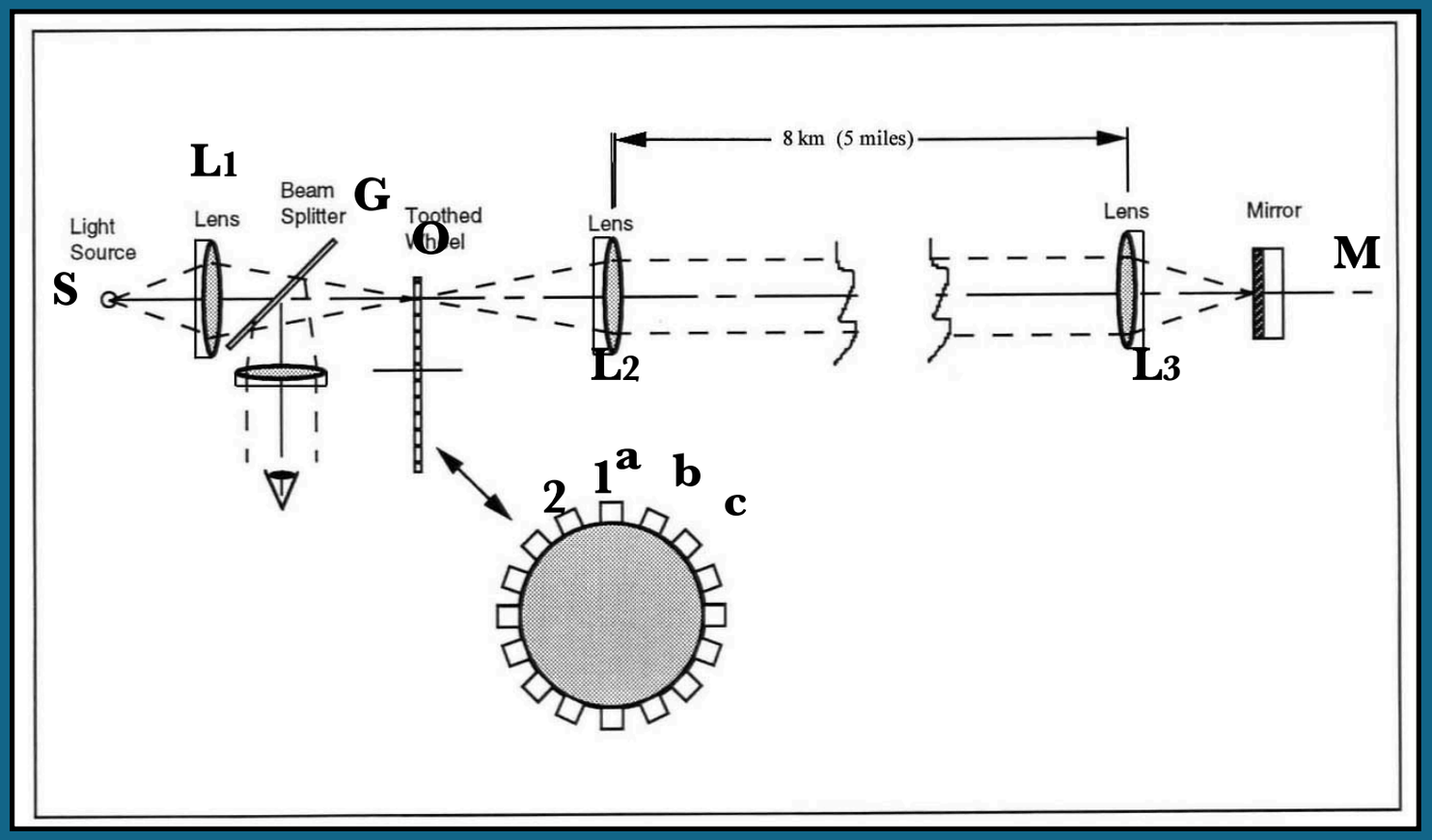
Agora sabe-se que a velocidade da luz é finita e que é de aproximadamente:

$$v = 300.000 Km/s$$

Em 1849, o físico francês Fizeau mediu também a velocidade da luz utilizando um outro aparato experimental. Este aparato está representado na figura seguinte. Seu relato desse experimento é bastante detalhado, mas nenhum diagrama de seu aparato é apresentado em suas anotações.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP



Um feixe intenso de luz de uma fonte S é primeiro refletido em um semi-espelho G e depois focalizado no ponto O por meio da lente L1 o O feixe divergente de O é transformado em um feixe paralelo pela lente L2. Após percorrer uma distância de 8,67 km para as lentes L3 e o espelho M, a luz é refletida na e caminha de volta para a origem.

Esse feixe de retorno refaz seu caminho através de L2, O e L1, metade dele passando por G e chegando até o olho do observador em E.

A função da roda dentada é cortar o feixe de luz em pulsos curtos e medir o tempo necessário para que esses pulsos viajem para o espelho distante e vice-versa. Quando a roda está parada, é permitido que a luz passe por uma das fendas em O.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

Nesta posição, todas as lentes e o espelho distante estão alinhados para que uma imagem da fonte de luz em S possa ser vista pelo observador em E.

A roda é então ajustada girando com velocidade lentamente crescente. Em algum momento, a luz que passa por 0 retornará a tempo de ser interrompida pelo dente a. Nessa mesma velocidade, a luz que passa pela fenda 1 retornará a tempo de ser parada pelo próximo dente b. Nessas circunstâncias, a luz de S é completamente eclipsada do observador. Com o dobro dessa velocidade, a luz reaparecerá e atingirá uma intensidade máxima. Esta condição ocorre quando os pulsos de luz que se encontram através das aberturas 1, 2, 3, 4, ... retornam bem a tempo de passar pelas fendas 2, 3, 4, 5, ..., respectivamente. Como a roda continha 720 dentes, Fizeau descobriu que a intensidade máxima ocorria quando sua velocidade era de 25 rev/s. O tempo necessário para que cada pulso de luz que viajasse de um lado para o outro pode ser calculado por (1/720) (1/25) = 1 / 18.000 s. A partir da distância total (ida e volta) percorrida pelo raio que é de 17,34 km, é possível estimar a velocidade da luz. Os resultados de Fizeau mostram que essa velocidade é de aproximadamente

$$v = \frac{d}{t} = \frac{17{,}34}{1/18.000} = 312.000 Km/s$$

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

Nos anos que se seguiram às primeiras experiências de Fizeau sobre a velocidade da luz, vários experimentadores aprimoraram seus aparelhos e obtiveram valores cada vez mais precisos para essa constante universal. Cerca de três quartos de século se passaram, no entanto, antes de A. A. Michelson, e outros que o seguiram, aplicarem novos e aprimorados métodos à luz visível, ondas de rádio e microondas e obtiveram a velocidade da luz com uma precisão de aproximadamente seis algarismos significativos.

Acredita-se que ondas eletromagnéticas de todos os comprimentos de onda, desde raios X em uma extremidade do espectro até as ondas de rádio mais longas, viajem exatamente com a mesma velocidade no vácuo que é de:

$$c = 299.792{,}5 Km/s = 2{,}997925.10^{8} m/s$$

Para fins práticos, a velocidade da luz no ar ou no vácuo pode ser considerada como:

$$c = 3.10^{8} m/s$$

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

4. Velocidade da luz em um meio:

Em 1850, o físico francês Foucault publicou os resultados de um experimento em que medira a velocidade da luz na água. O experimento de Foucault foi de grande importância, pois estabeleceu uma longa controvérsia sobre a natureza da luz. Newton e seus seguidores na Inglaterra acreditavam que a luz era composta de pequenas partículas emitidas por fontes. O físico holandês Huygens, por outro lado, acreditava que a luz fosse composta de ondas, semelhantes à água ou às ondas sonoras.

De acordo com a teoria corpuscular de Newton, a luz deve viajar mais rapidamente em um meio opticamente denso como a água do que em um meio menos denso como o ar. A teoria das ondas de Huygens exigia que a luz viajasse mais lentamente no meio opticamente denso. Ao enviar um raio de luz para frente e para trás através de um longo tubo contendo água, Foucault descobriu que a velocidade da luz era menor do que no ar. Este resultado foi considerado, por muitos, como uma forte confirmação sobre a natureza ondulatória da luz.

O aparato de Foucault para esse experimento é mostrado na figura seguinte. A luz que vem através de uma fenda S é refletida por um espelho giratório plano R para os espelhos côncavos equidistantes M1 e M2.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

Quando R está na posição 1, a luz viaja para M1, e retorna ao longo do mesmo caminho para R, através da lente L, e pela reflexão, para o observador em E. Quando R está na posição 2, a luz percorre o caminho inferior através de uma lente auxiliar L' e tubo T para M2, e retorna para R. Através de L e G a luz chega até o observador em E. Se agora o tubo T estiver cheio de água e o espelho estiver em rotação, haverá um deslocamento das imagens em E para E1 e E2. Foucault observou que o raio de luz através do tubo estava mais deslocado que o outro. Isso significa que a luz leva mais tempo para percorrer o caminho inferior através da água do que o caminho superior através do ar.

A imagem observada foi devida a um fio fino paralelo e esticado pela fenda. Como imagens nítidas eram desejadas em E1 e E2, a lente auxiliar L' era necessária para evitar curvar os raios de luz nas extremidades do tubo T.

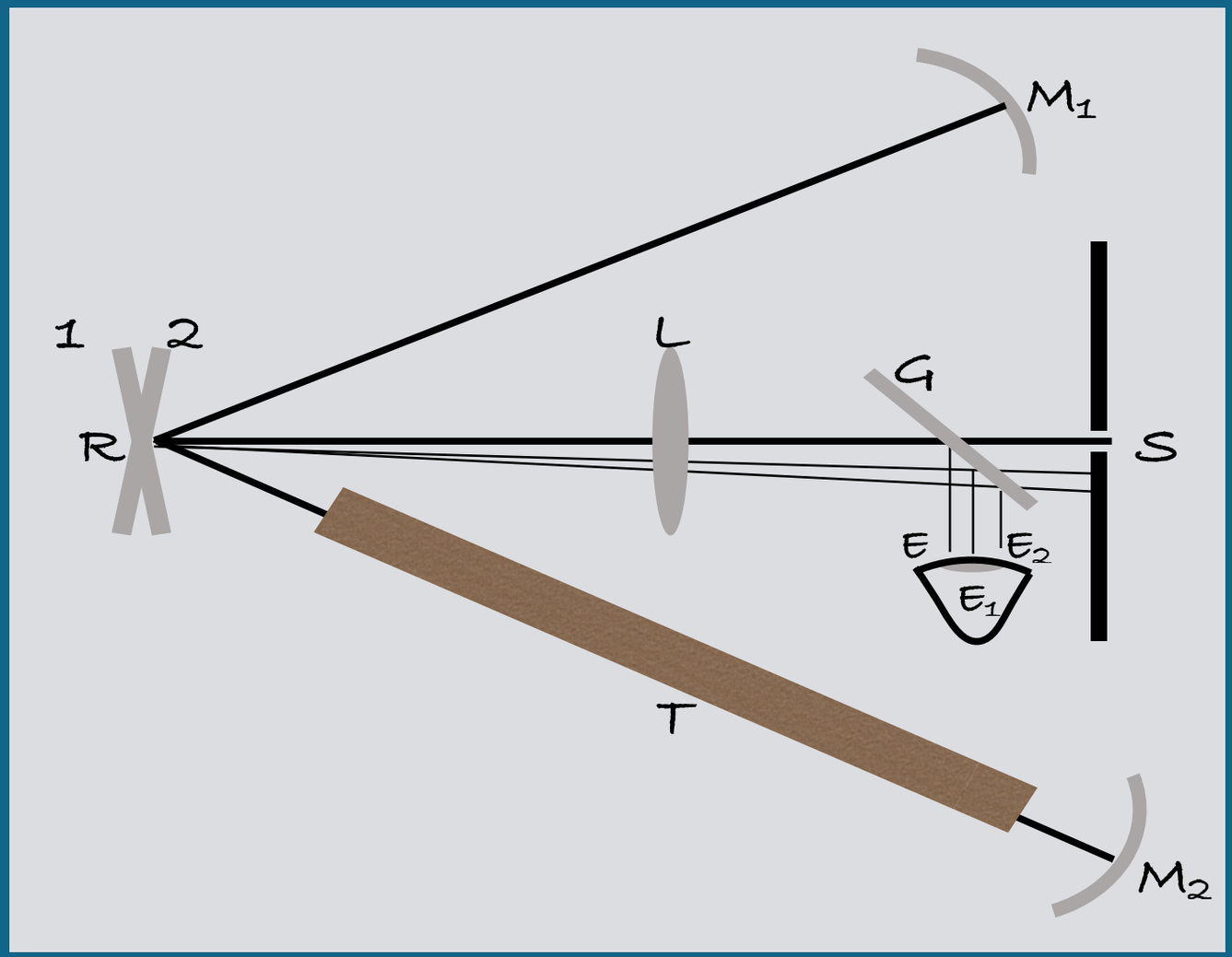
Mais de 40 anos depois, o físico americano Michelson mediu a velocidade da luz no ar e na água. Para a água, ele encontrou o valor de 225.000 km/s, que é apenas três quartos da velocidade no vácuo. No vidro óptico comum, a velocidade ainda era mais baixa, cerca de dois terços da velocidade no vácuo.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

A velocidade da luz no ar à temperatura e pressão normais é cerca de 87 km/s menor que no vácuo, ou v = 299.706 km/s. Para muitos propósitos práticos, essa diferença pode ser negligenciada e a velocidade da luz no ar pode ser considerada a mesma do vácuo, .

$$v = 3.10^8 m/s$$



Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

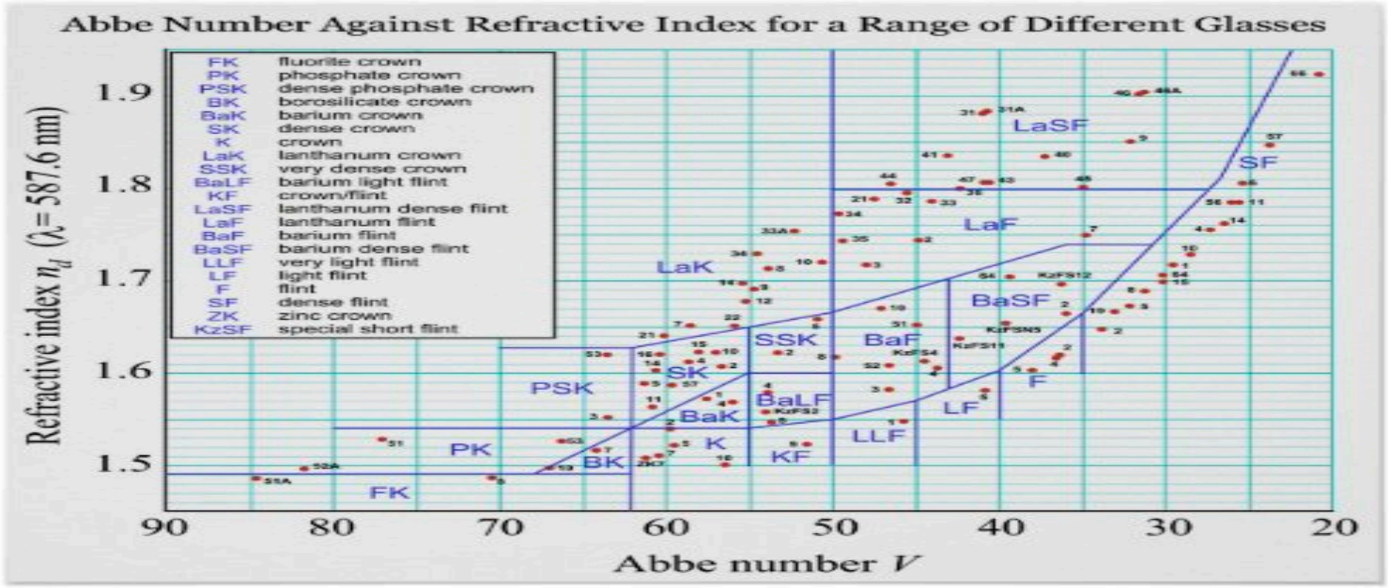
5. Índice de refração

O índice de refração de qualquer meio óptico é definido como a razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio:

$$Índice\ de\ refração = \frac{velocidade\ da\ luz\ no\ vácuo}{velocidade\ da\ luz\ no\ meio}$$

A letra n é normalmente usada para representar essa grandeza. A tabela abaixo mostra os valores do índice de refração para alguns meios:

Meio	Valor
Vidro	1,520
Agua	1,333
Ar (0ºC, 760	1,000292
Schott (N-BK7)	1,5168
Ohara (S-BSL7)	1,5163



(Propriedades da luz)

6. Dispersão

A dispersão é definida como a dependência do índice de refração com o comprimento de onda. A diferença entre os índices de refração para dois comprimentos de onda diferentes nos dá informação sobre a dispersão, ou seja:

$$\Delta n = n_2(\lambda_2) - n_1(\lambda_1)$$

Em geral, o índice de refração é maior para pequenos comprimentos de onda, ou seja:

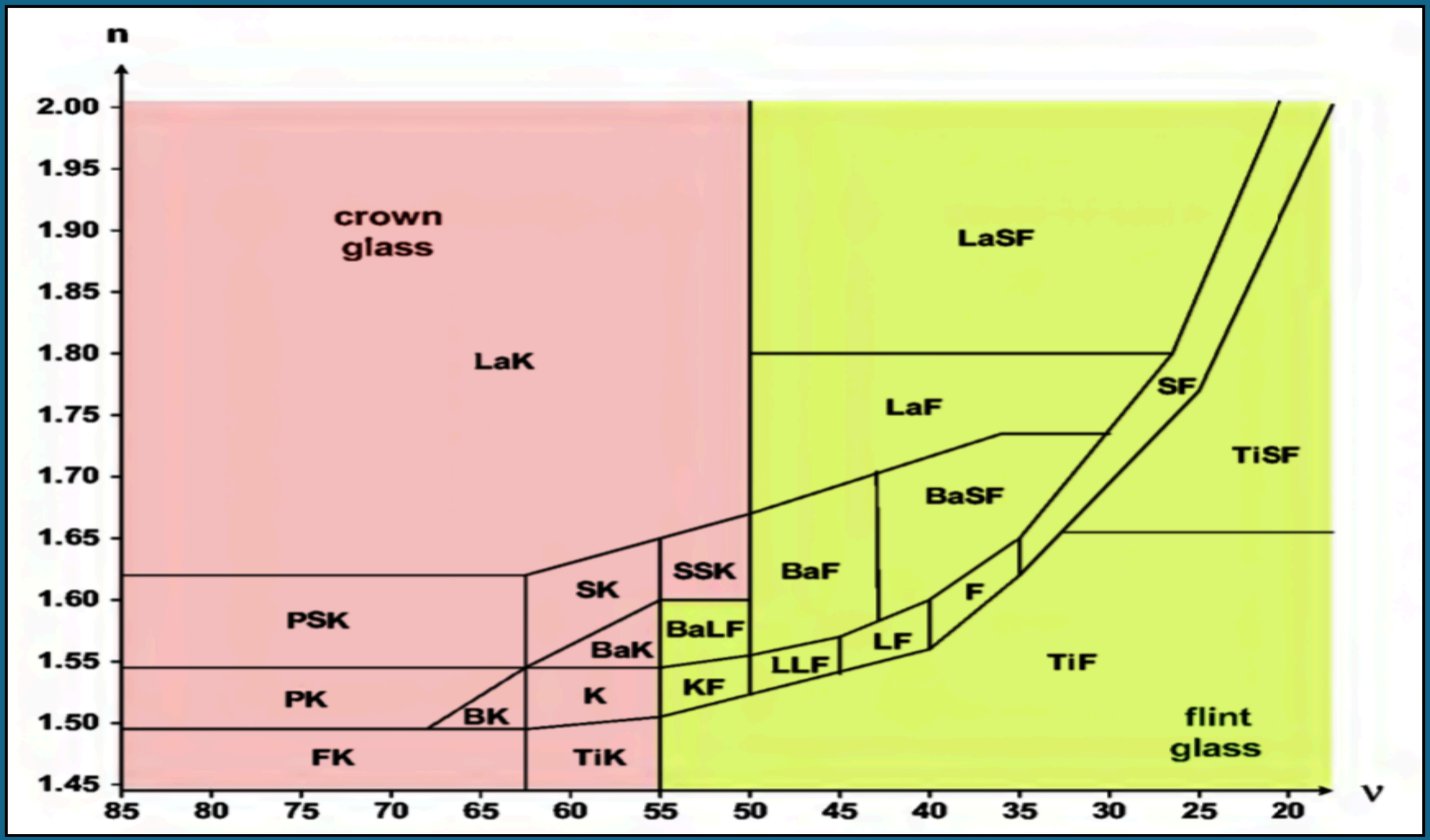
$$\frac{d\lambda}{dn} < 0$$

7. Vidros Crowns e Flints

Vidros com pequena dispersão são chamados de Crowns. Eles em geral possuem os menores índices de refração. Por outro lado, os vidros com grande dispersão e alto índice de refração são chamados de Flints. A figura seguinte mostra essa duas categorias de vidros.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP



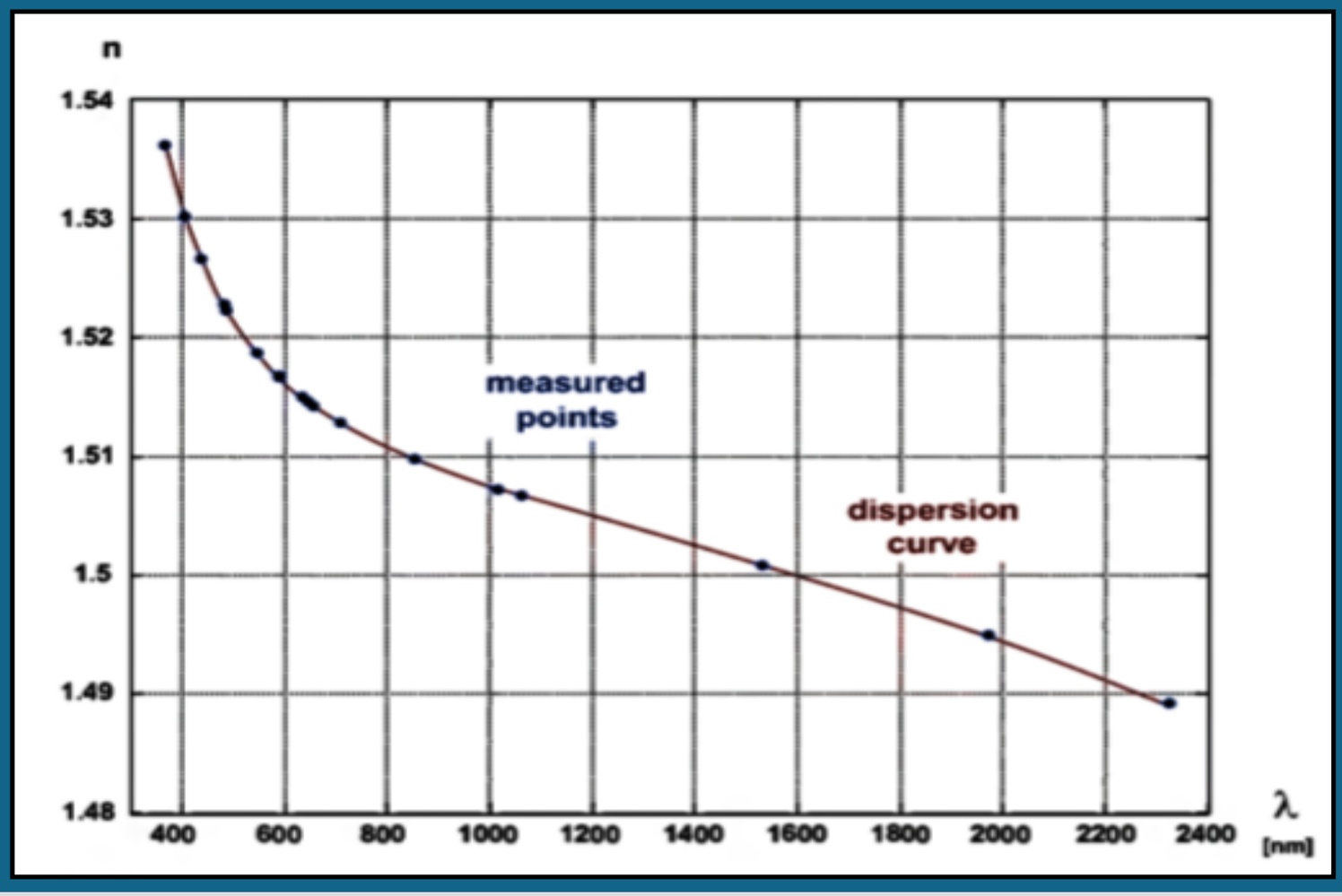
Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

7. Dependência do índice de refração com o comprimento de onda

O índice de refração depende varia com o comprimento de onda. A fórmula proposta pela Schott para expressar essa dependência tem a seguinte forma:

$$n^2 - 1 = \frac{1,0396121}{\lambda^2 - 0,00600069867}\lambda^2 + \frac{0,231792344}{\lambda^2 - 0,0200179144}\lambda^2 + \frac{1,01046945}{\lambda^2 - 103,560653}\lambda^2$$

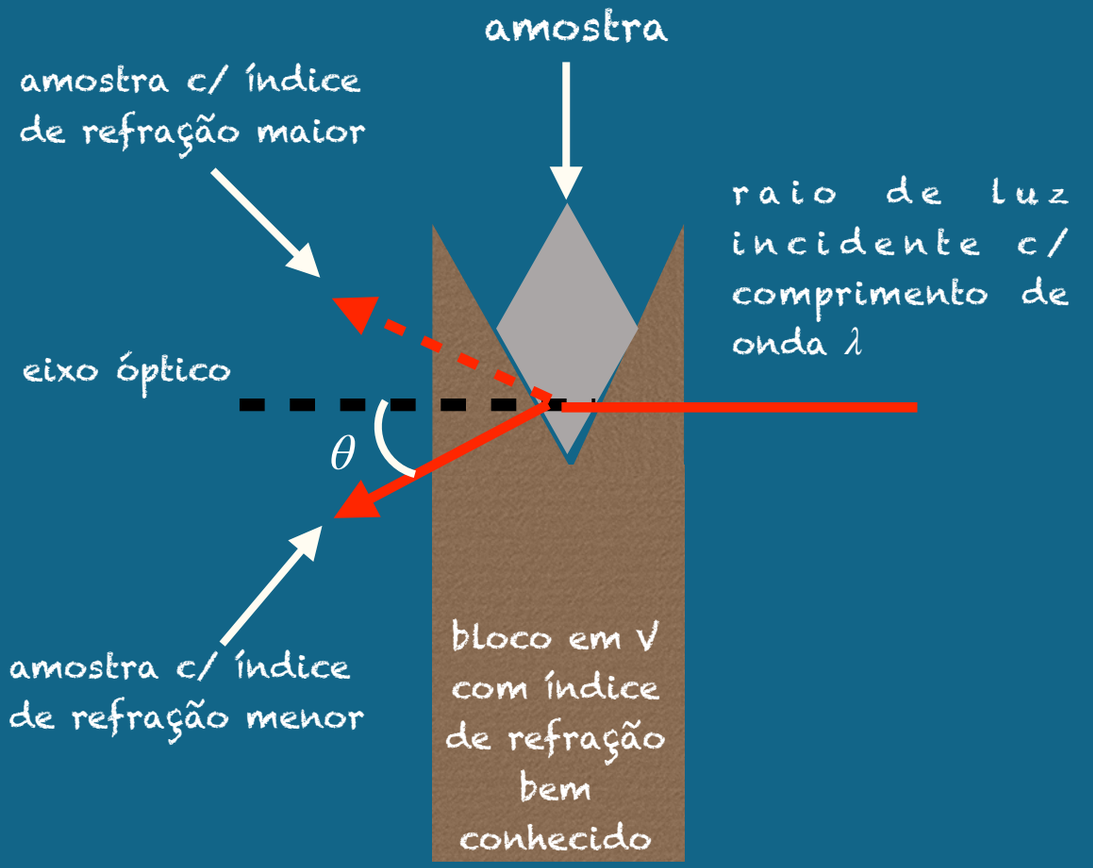


Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

8. Medição do índice de refração

A medição do índice de refração é feita utilizando um refratômetro em bloco V e o goniômetro espectral. A figura abaixo mostra o princípio da medição. As amostras são modeladas em uma forma quase quadrada. Uma amostra é cerca de 20 x 20 x 5 mm pequena. A amostra é colocada no prisma em forma de V. Se o índice de refração do prisma é conhecido com muita precisão e como a refração de um feixe de luz que entra depende da diferença do índice de refração entre a amostra e o prisma, é possível determinar o índice da amostra. A precisão relativa da medição é muito alta, portanto, o índice da amostra pode ser medida com muita precisão. A temperatura padrão de medição é 22 ° C.



9. Tolerância no índice de refração

O fabricante SCHOTT fornece vidros com índice de refração com precisão de cinco casas decimais, ou seja (para $\lambda > 2$ µm: $\pm 2 \cdot 10^{-5}$).

A tolerâncias para o índice de refração de um vidro inclui também a tolerância da variação do índice de refração dentro de um lote e a homogeneidade do índice de refração.

A SCHOTT é o único fabricante a oferecer vidros ópticos na nova etapa de tolerância 0.5. Para a etapa 0.5, o desvio máximo permitido dos valores nominais listados na folha de dados é de apenas ± 0,0001 para o índice de refração n_d e ± 0,1% para o número de Abbe n_d. Este novo grau de tolerância pode ser oferecido apenas para seguintes tipos de vidro: N-FK51A, N-PK51, N-FK5, SCHOTT N-BK7, N-BK7HT, N-PSK53A, N-SK2, N-KZFS2, N-KZFS4, N-KZFS4HT, N-KZFS5, N-KZFS8, N-KZFS11, N-LAK9, N-LASF44, SF2, SF57HTUltra e N-SF5.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

$\lambda\ [nm]$	Nome	Cor	Elemento
365,0146	i	UV	Hg
404,6561	h	Violeta	Hg
434,8343	g	Azul	Hg
479,9914	F	Azul	Cd
486,1327	F	Azul	H
546,0740	e	Verde	Hg
587,5618	d	Amarelo	He
589,2938	D	Amarelo	Na
656,2725	C	Vermelho	H
706,5188	r	Vermelho	He
852,11	s	NIR	Cs
1013,98	t	NIR	Hg

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

Diferentes tipos de vidro e plástico têm diferentes índices de refração. Os vidros ópticos mais usados tem seus índices de refração variando entre 1,52 a 1,72.

A densidade óptica de qualquer meio transparente é uma medida do seu índice de refração. Diz-se que um meio com um índice de refração relativamente alto (Flints) tem uma alta densidade óptica, enquanto que um com um índice baixo (Crowns) tem uma baixa densidade óptica.

10. Caminho óptico:

Para derivar um dos princípios mais fundamentais em óptica geométrica, é apropriado definir uma quantidade chamada caminho óptico. O caminho d de um raio de luz em qualquer meio é dado pelo produto da velocidade pelo tempo:

$$d = vt$$

Uma vez que v=c/n, pode-se escrever:

$$dn = ct = \Delta$$

onde Δ é chamado de caminho óptico.

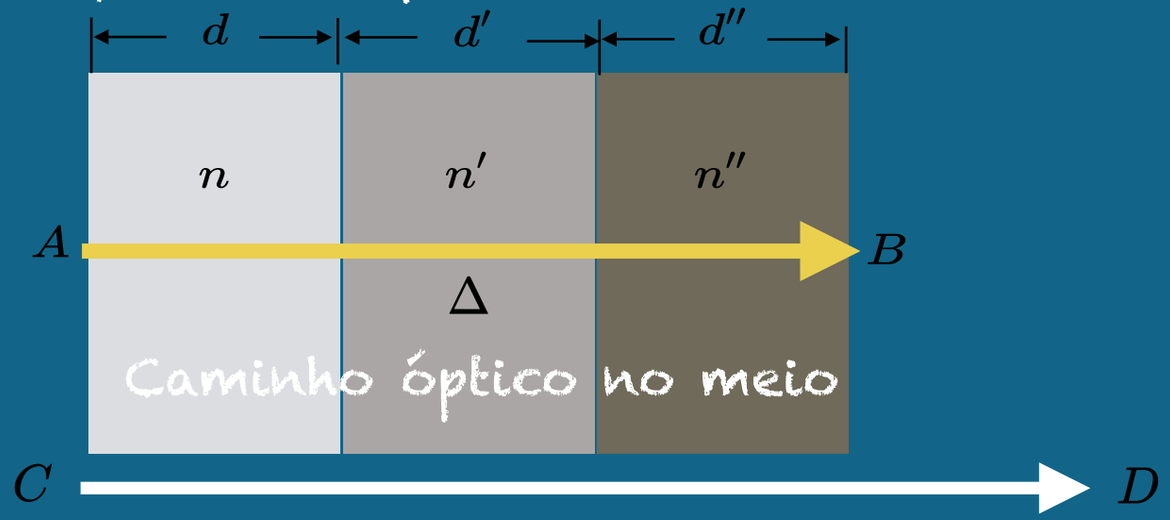
Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

O caminho óptico representa a distância que a luz percorre no vácuo ao mesmo tempo em que percorre a distância d no meio. Se um raio de luz viaja através de uma série de meios ópticos de espessura d, d', d", ... e índices de refração n, n', n", ..., o caminho óptico total é apenas a soma das valores:

$$\Delta = nd + n'd' + n''d'' + \cdots$$

Um diagrama que ilustra o significado do caminho óptico é mostrado na figura abaixo. Três meios de comprimento d, d' e d", com índices de refração n, n' e n", respectivamente, são mostrados. O comprimento AB representa o caminho real da luz através desses meios, enquanto que CD representa a distância que a luz percorreria no vácuo no mesmo instante de tempo t.



Caminho óptico equivalente para o vácuo

11. Leis da reflexão e refração:

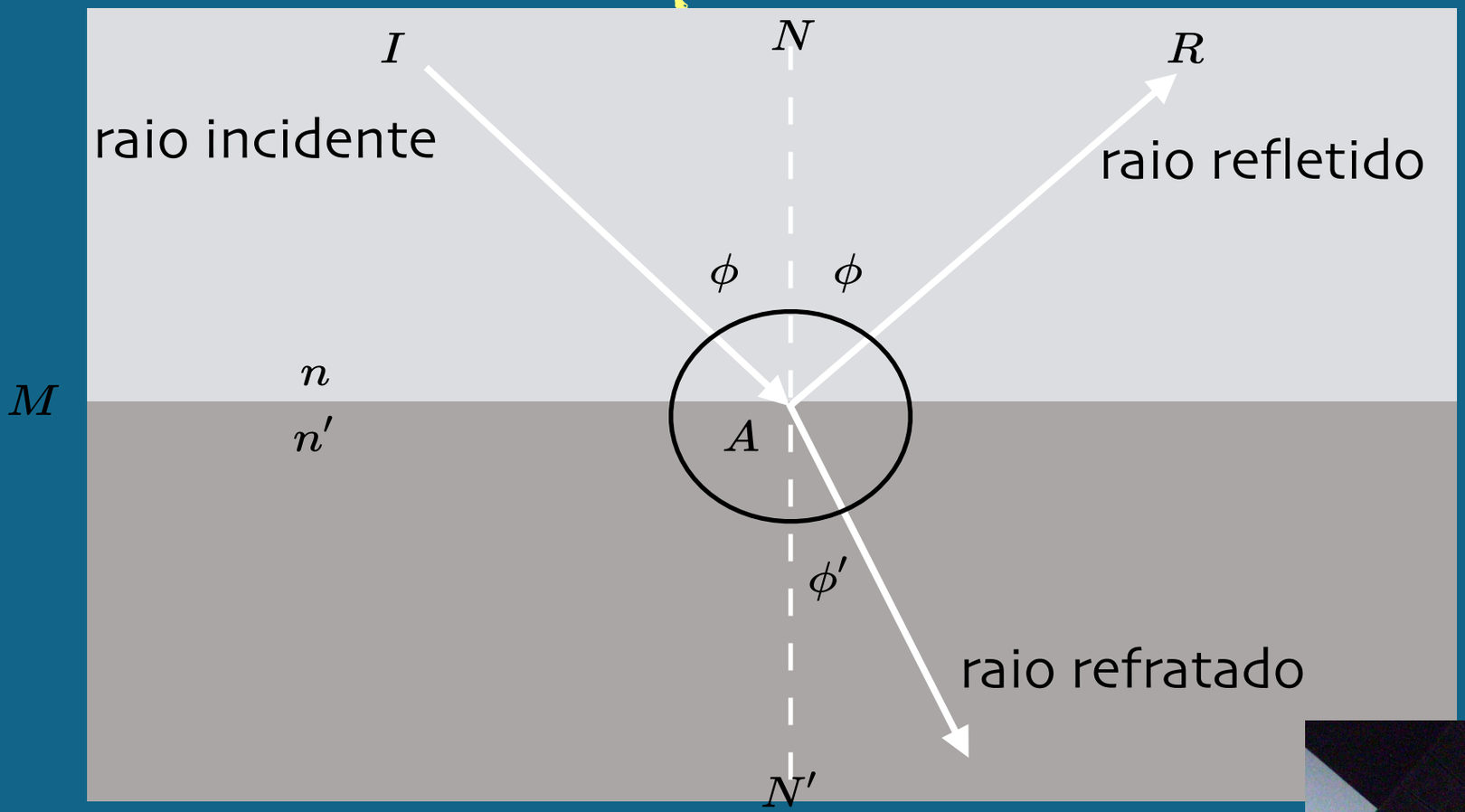
Sempre que um raio de luz incide na fronteira que separa dois meios diferentes, parte da luz é refletida de volta para o primeiro meio e parte é refratado à medida que entra no segundo meio, mudando sua direção (figura seguinte). As leis que descrevem o comportamento da luz nestes dois meios são a lei da reflexão e a lei da refração, que serão introduzidas a seguir.

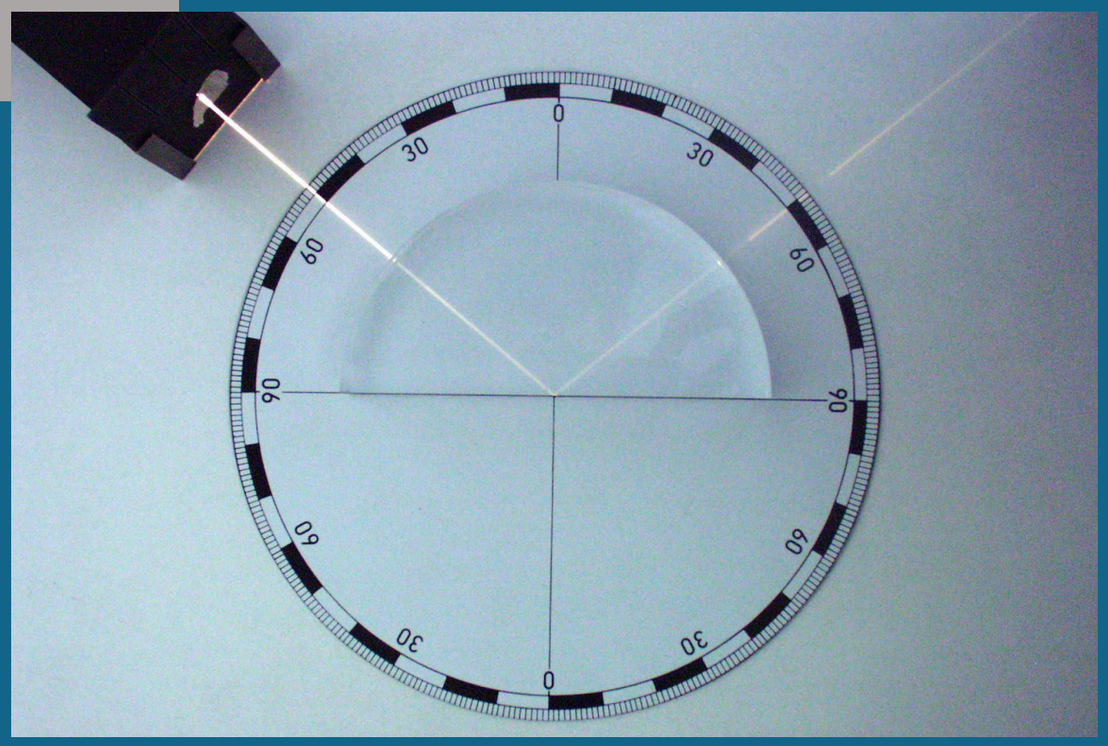
De acordo com a lei da reflexão, o ângulo que o raio incidente faz com a interface MM' é exatamente o mesmo que o raio refletido faz com a mesma interface. Em vez de medir o ângulo de incidência e o ângulo de reflexão com relação a interface MM', é habitual medir ambos a partir de uma linha comum perpendicular a essa superfície. Esta linha NN' no diagrama é chamada de normal. À medida que o ângulo de incidência aumenta, o ângulo de reflexão também aumenta exatamente na mesma quantidade, de modo que, para todos os ângulos de incidência podemos escrever que:

$$angulo\ de\ incidencia\ =\ angulo\ de\ reflexao$$

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP





Lei da reflexão:

ângulo de incidência = ângulo de reflexão

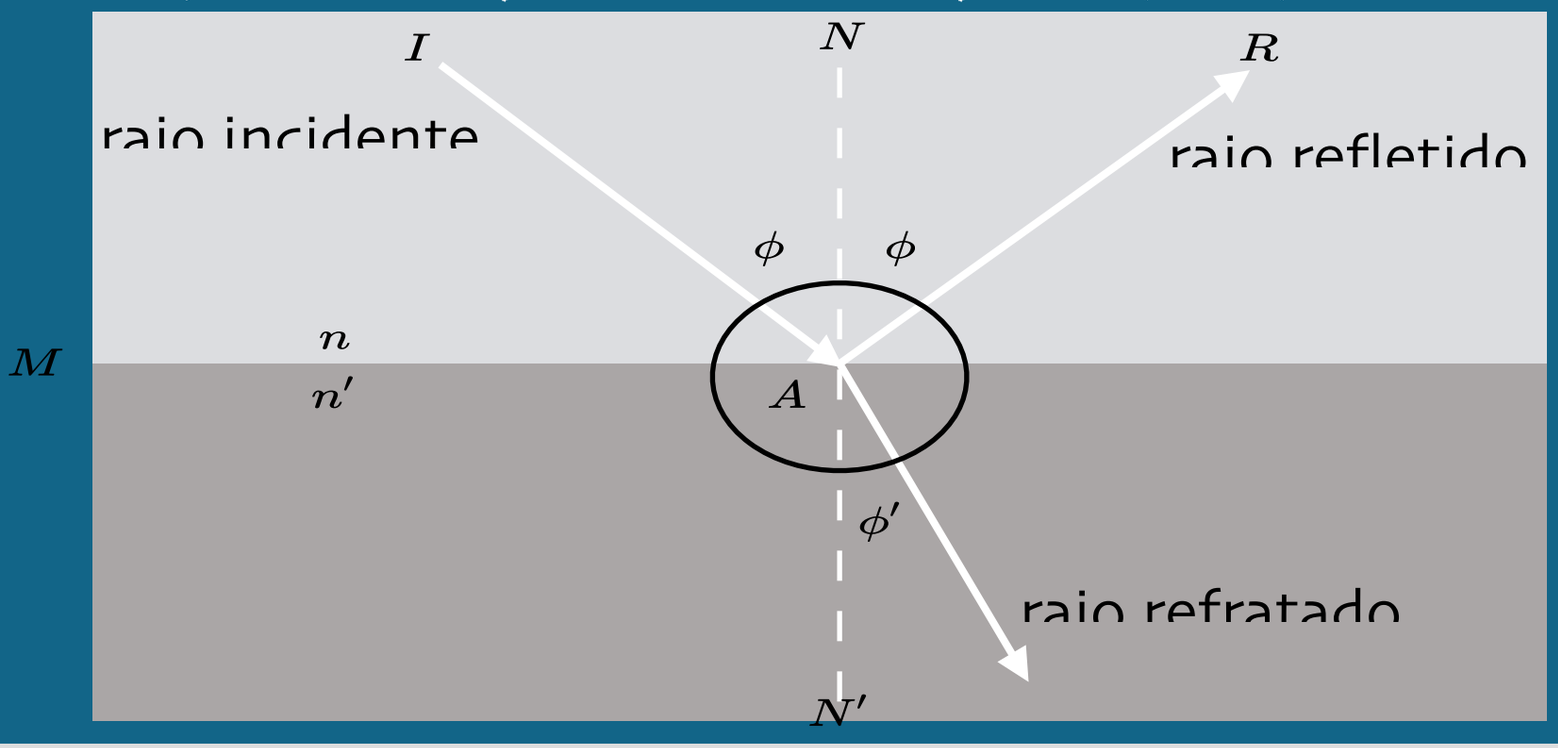
Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

11. Leis da reflexão e refração:

Uma segunda parte da lei da reflexão estabelece que o raio refletido se encontra no plano determinado pelo raio incidente e a normal e está do lado oposto a normal. Em outras palavras, o raio incidente, a normal e o refletido, estão todos no mesmo plano, que é perpendicular à interface que separa os dois meios.

A segunda lei diz respeito ao raio incidente e o raio refratado, e afirma que a razão entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refração é sempre constante para qualquer ângulo de incidência, ou seja:



$$\frac{sin(\phi)}{sin(\phi')} = const$$

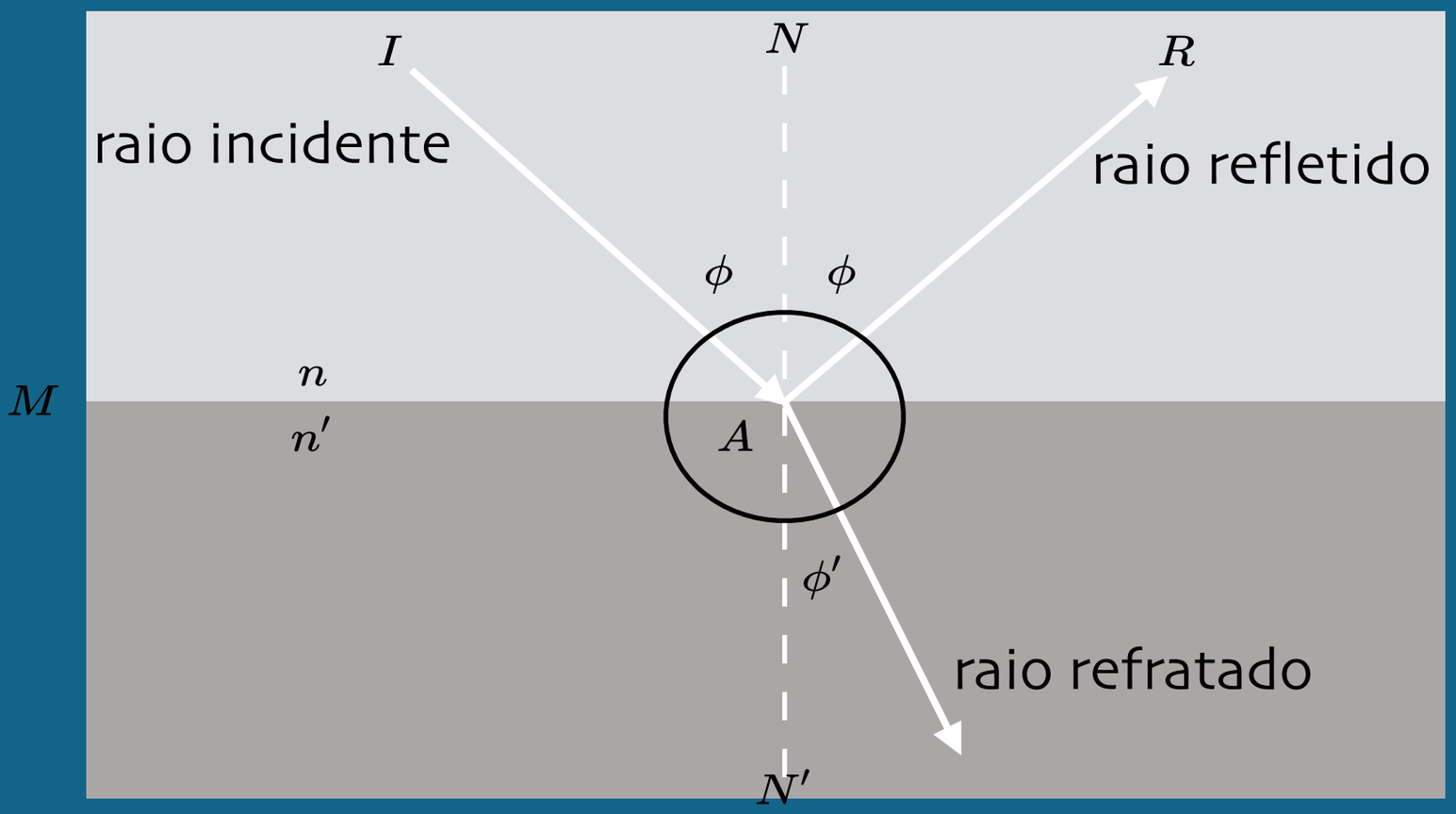
Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

11. Leis da reflexão e refração:

Além disso, o raio refratado também se encontra no plano de incidência e no lado oposto ao normal. Essa relação foi, experimentalmente estabelecida por Snell, e é conhecida como lei de Snell. Além disso, a constante tem exatamente a razão dos índices de refração dos dois meios n e n'. Portanto podemos escrever que:

$$\frac{sin(\phi)}{sin(\phi')} = \frac{n'}{n}$$

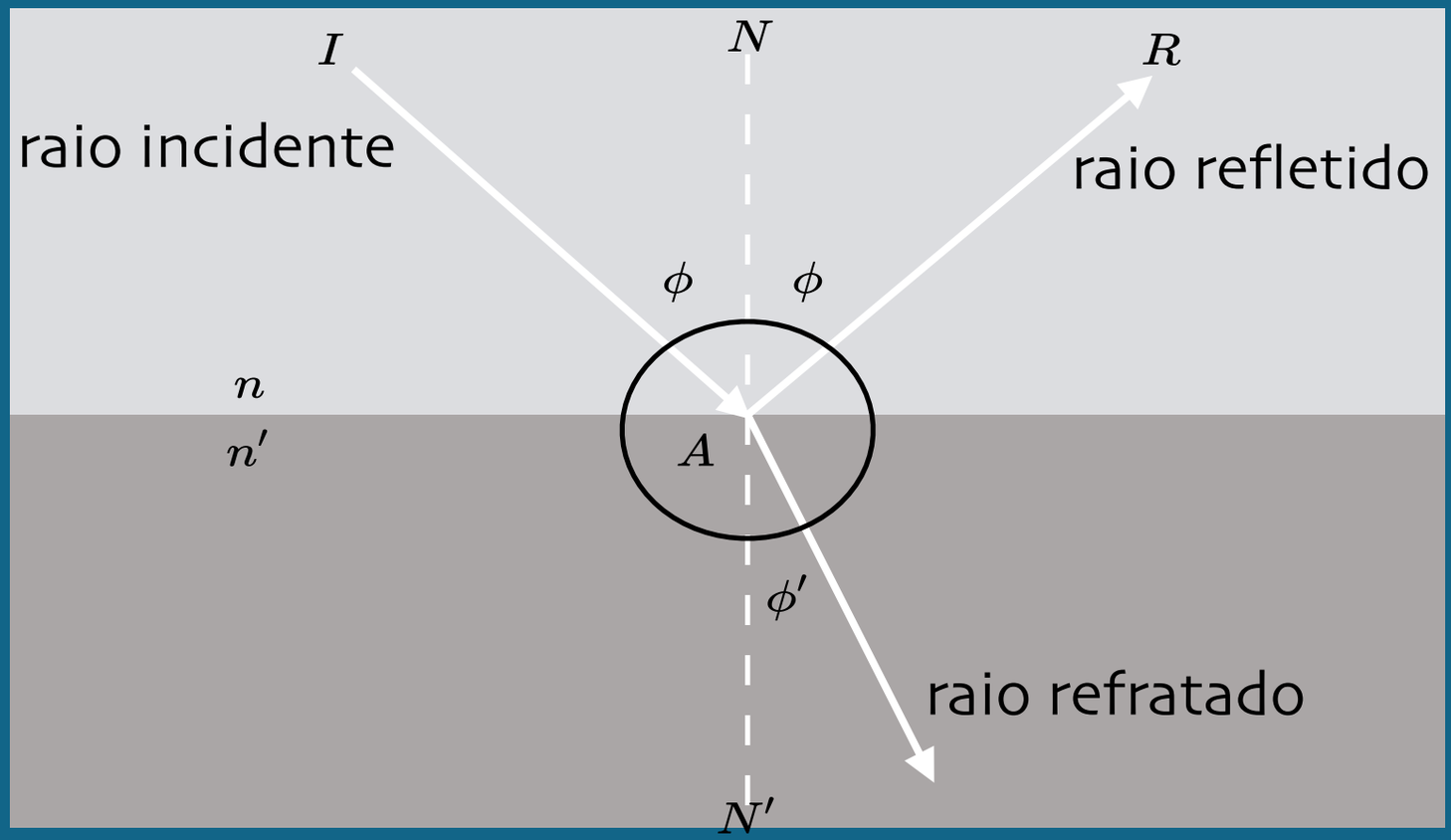


que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$nsin(\phi) = n'sin(\phi')$$

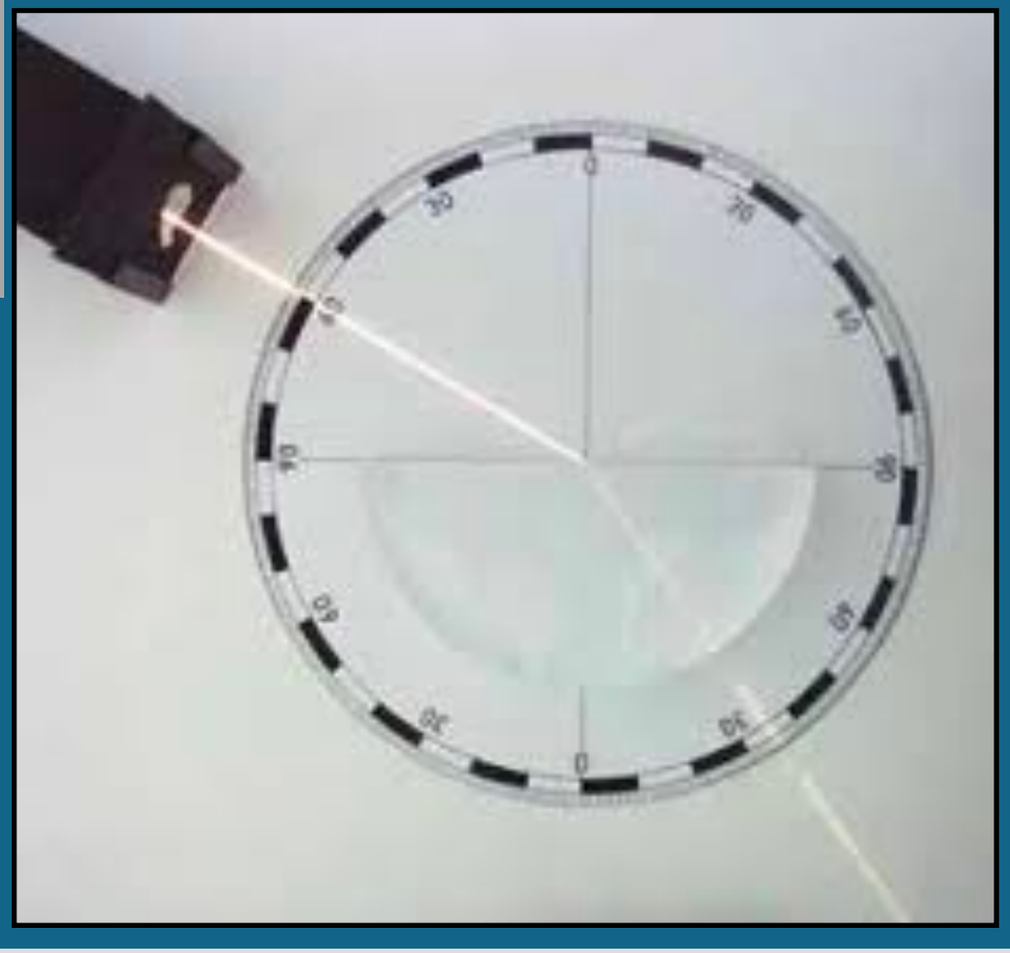
Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP



Lei da refração:

$$nsin(\phi) = n' sin(\phi')$$



Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

12. Princípio da reversibilidade:

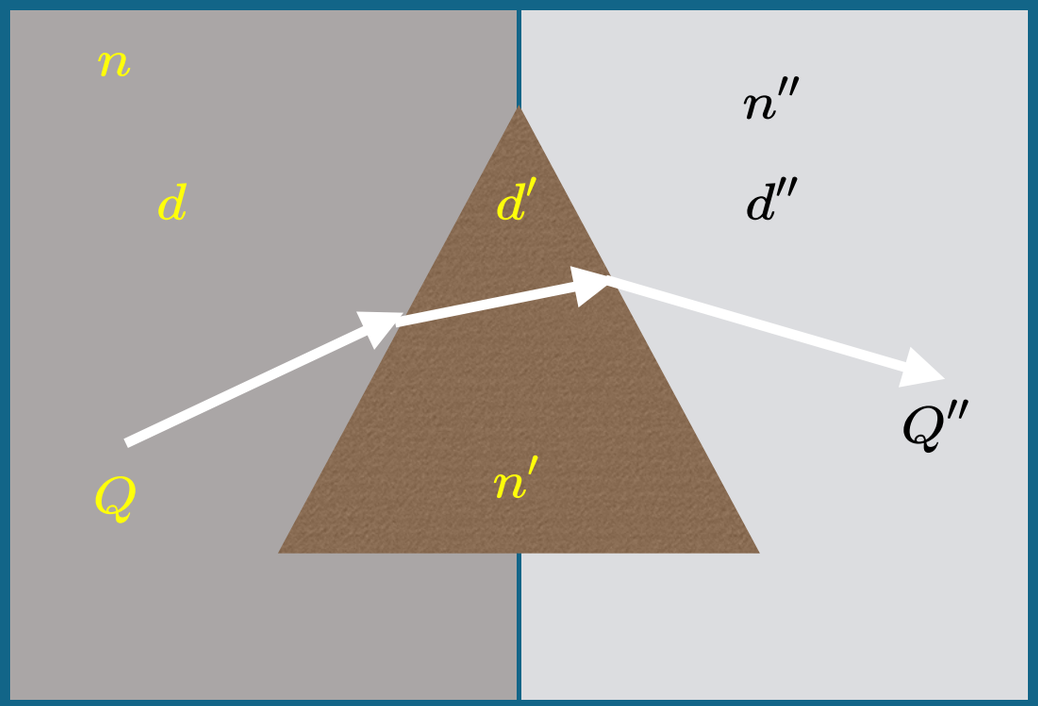
Como a equação que expressa a lei de Snell é simétrica em relação aos símbolos usados, concluímos que, se um raio refletido ou refratado for revertido o seu sentido, ele voltará pelo caminho original. Para qualquer par de meios com índices n e n', qualquer valor de (ϕ) está correlacionado com um valor de (ϕ') no meio com n'. Isso será igualmente verdade quando o raio for revertido e se tornar raio incidente com ângulo de incidência no meio de n'; o ângulo de refração será então (ϕ). Como a reversibilidade se mantém em cada superfície refletora e refrativa, ela também se aplica aos caminhos de luz mais complexos.

13. Princípio de Fermat:

O termo caminho óptico foi introduzido na seção 10., onde foi definido como a distância que um raio de luz percorreria no vácuo no mesmo intervalo de tempo em que viaja de um ponto a outro em um ou mais meios ópticos. O caminho real de um raio de luz através de um prisma, com meios de diferentes índices de refração em ambos os lados, é mostrado na figura seguinte. O caminho óptico do ponto Q no meio n até o meio n' e até o ponto Q" no meio n" é dado por:

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP



$$\Delta = nd + n'd' + n''d'' + \cdots$$

Pode-se também definir um caminho óptico em um meio de índice de refração continuamente variável, substituindo a soma por uma integral. Os caminhos dos raios são curvados e a lei da refração de Snell perde seu significado.

Vamos agora considerar o princípio de Fermat, aplicável a qualquer tipo de meio cujo índice de refração n não é constante ao longo do caminho que a luz percorre.

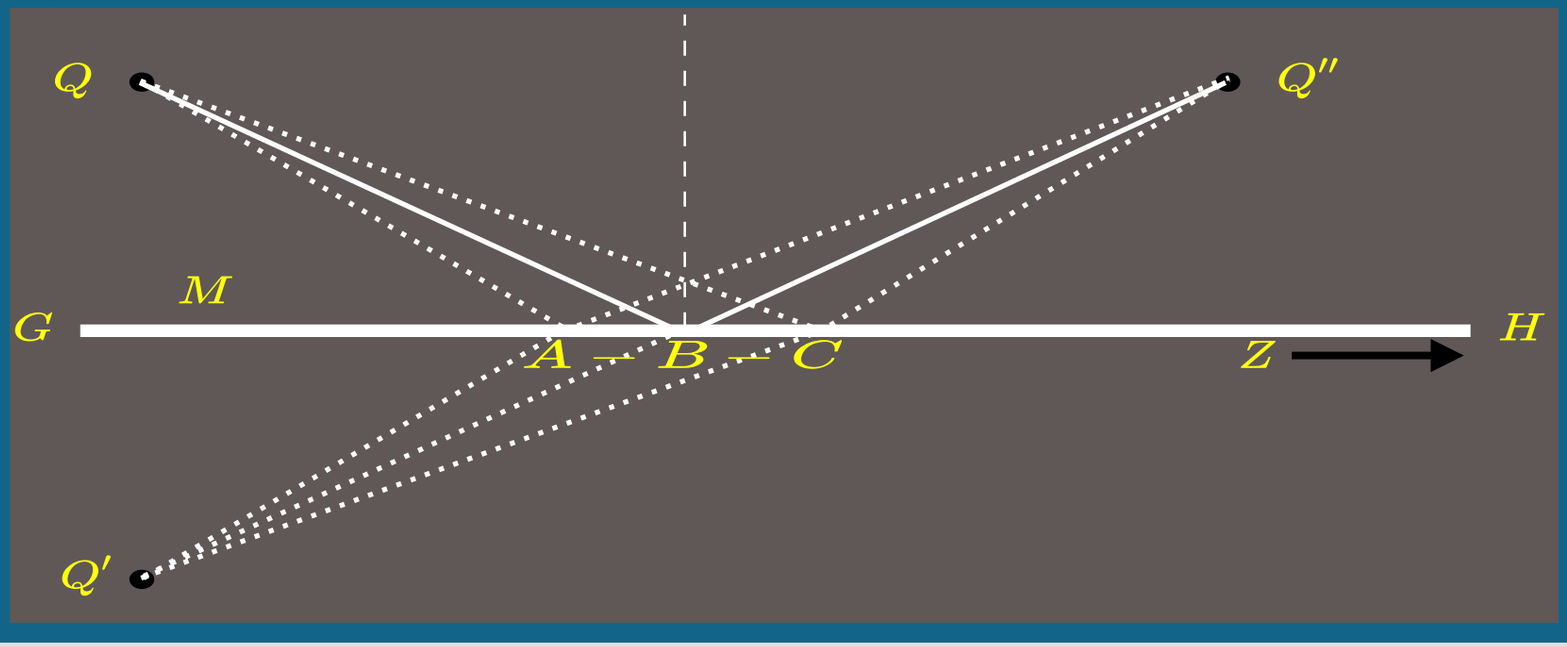
O caminho percorrido por um raio de luz, indo de um ponto a outro através de meio óptico qualquer, é de modo a tornar seu caminho óptico igual, em primeira aproximação, a outros caminhos estreitamente adjacentes ao atual.

(Propriedades da luz)

13. Princípio de Fermat (continuação):

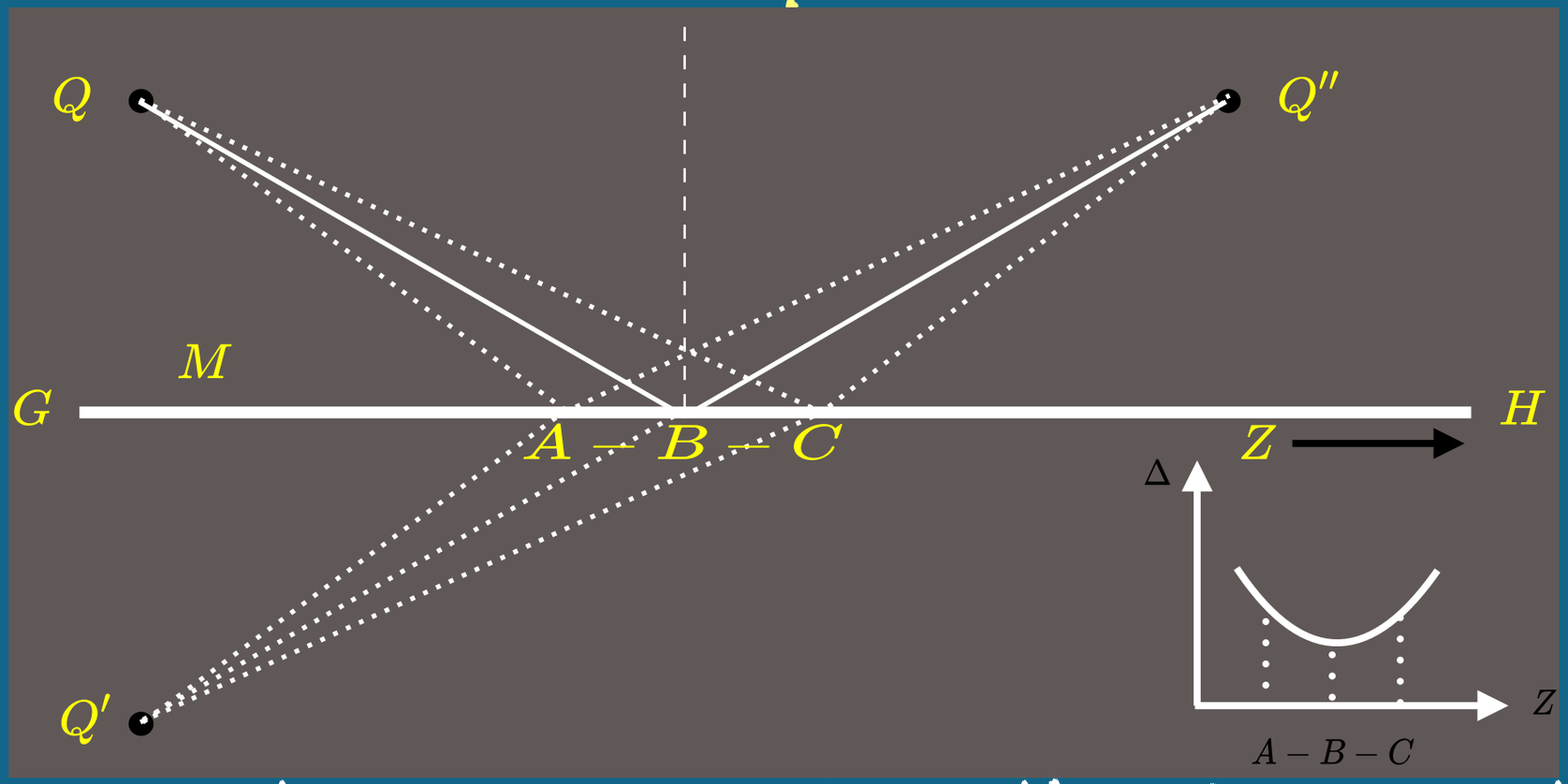
O princípio de Fermat é válido para um raio cujo caminho óptico é mínimo em relação aos caminhos adjacentes. O próprio Fermat afirmou que o tempo exigido pela luz para percorrer o caminho é mínimo e o caminho óptico é uma medida desse tempo.

Considere um raio de luz que passa através de um ponto **Q** e, depois de refletir a partir de uma superfície plana, passar por um segundo ponto **Q"** (figura seguinte). Para encontrar o caminho real, primeiro tracemos uma perpendicular a **GH** e situemos o ponto **Q'** a uma distância igual a **QG** do outro lado do espelho **M**.



Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP



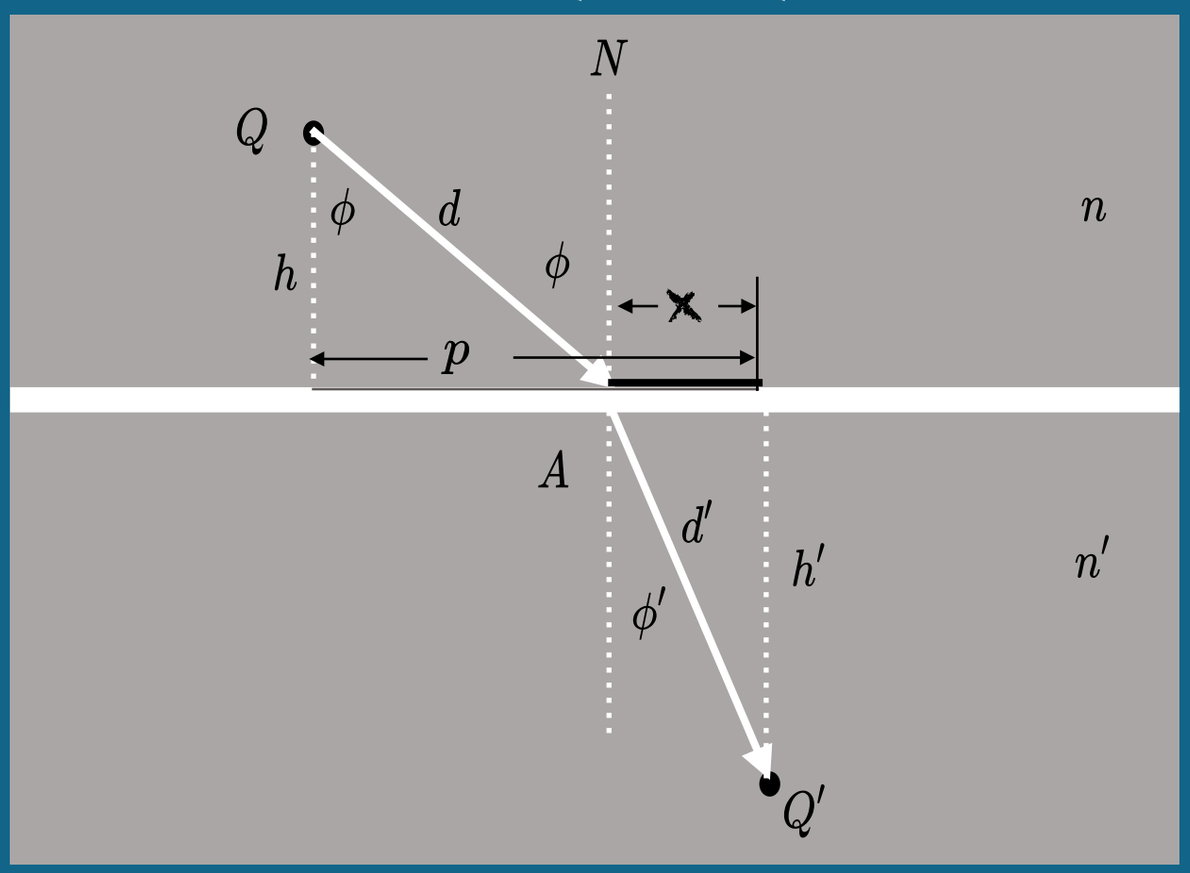
A linha reta Q'Q" é desenhada e, a partir da interseção B, a linha QB é desenhado. O verdadeiro caminho da luz é, portanto, QBQ" e, como pode ser visto nas relações de simetria no diagrama, ele obedece à lei da reflexão.

Considere agora caminhos adjacentes passando pelos pontos A e C na superfície do espelho perto de B. Como uma linha reta é o caminho mais curto entre dois pontos, os caminhos Q'AQ" e Q'CQ" são maiores que Q'BQ". A partir da figura acima podemos verificar que QA = Q'A e QC = Q'C, de modo que QAQ" > QBQ" e QCQ" > QBQ". Portanto, o caminho real QBQ" é mínimo. Um gráfico de caminhos hipotéticos próximos ao caminho real QBQ", como mostrado no canto inferior direito da figura acima, indica o ponto de mínimo.

(Propriedades da luz)

13. Princípio de Fermat (continuação):

É fácil demonstrar matematicamente que ambas as leis de reflexão e refração são consequências do princípio de Fermat. A figura abaixo, que representa a refração de um raio em uma superfície plana, pode ser usada para provar a lei da refração. O comprimento do caminho óptico entre o ponto Q no meio superior do índice n e outro ponto Q' no meio inferior do índice n' que passa por qualquer ponto A na superfície é



$$\Delta = nd + n'd'$$

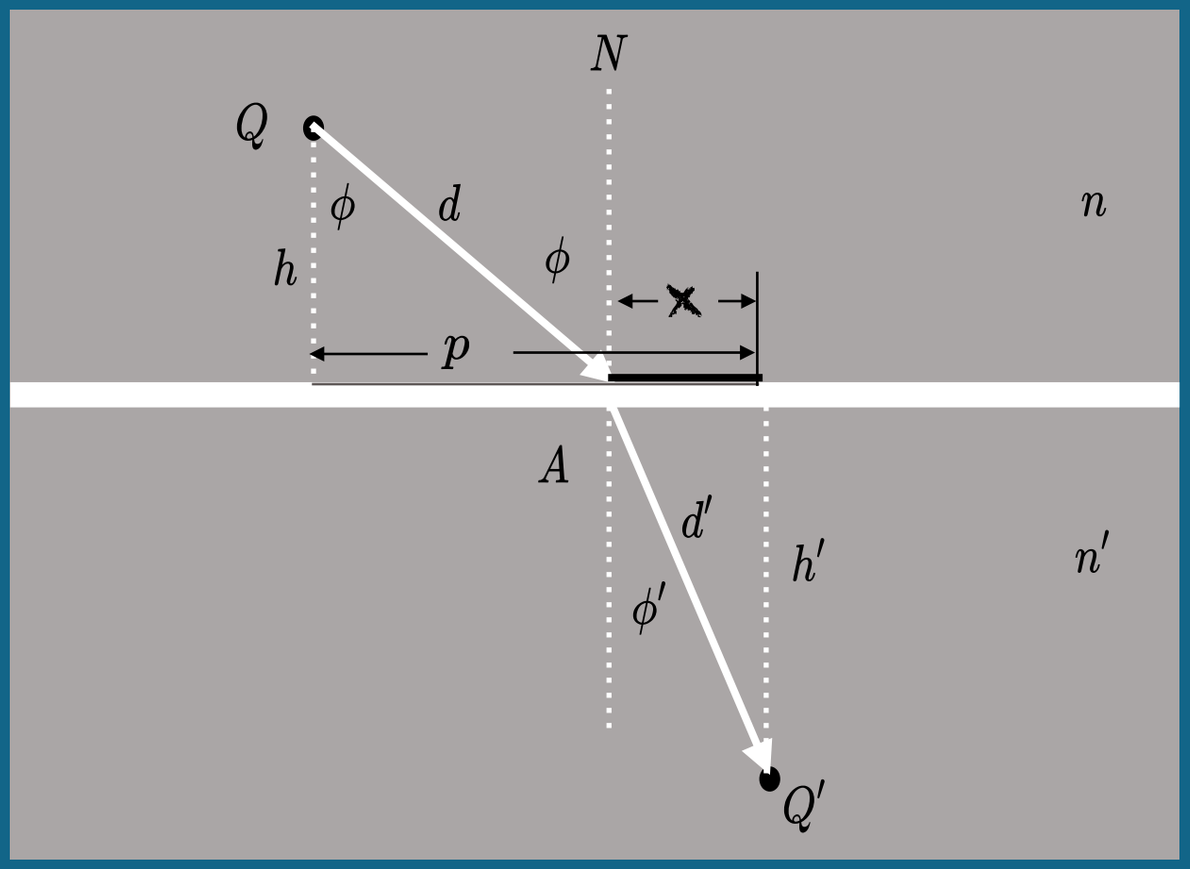
onde d e d' representam as distâncias QA e AQ', respectivamente. Se h e h' representam as distâncias perpendiculares à superfície e p, o comprimento total do eixo x interceptado por essas perpendiculares, podemos aplicar o teorema de Pitágoras sobre triângulos retângulos e escrever que:

13. Princípio de Fermat (continuação):

$$d^2 = h^2 + (p-x)^2;\ d'^2 = h'^2 + x^2$$

Portanto, podemos escrever que:

$$\Delta = n\left[h^2 + (p-x)^2\right]^{1/2} + n'\left(h'^2 + x^2\right)^{1/2}$$



De acordo com o princípio de Fermat, (Δ) deve ser um mínimo ou um máximo para o caminho real. Um método de encontrar um mínimo ou máximo para o caminho óptico é derivar a expressão acima em relação a x e iguala-la a zero.

$$\frac{d\Delta}{dx} = \frac{1/2n\,(-2p+2x)}{\left[h^2 + (p-x)^2\right]^{1/2}} + \frac{1/2n'2x}{\left(h'^2 + x^2\right)^{1/2}} = 0$$

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

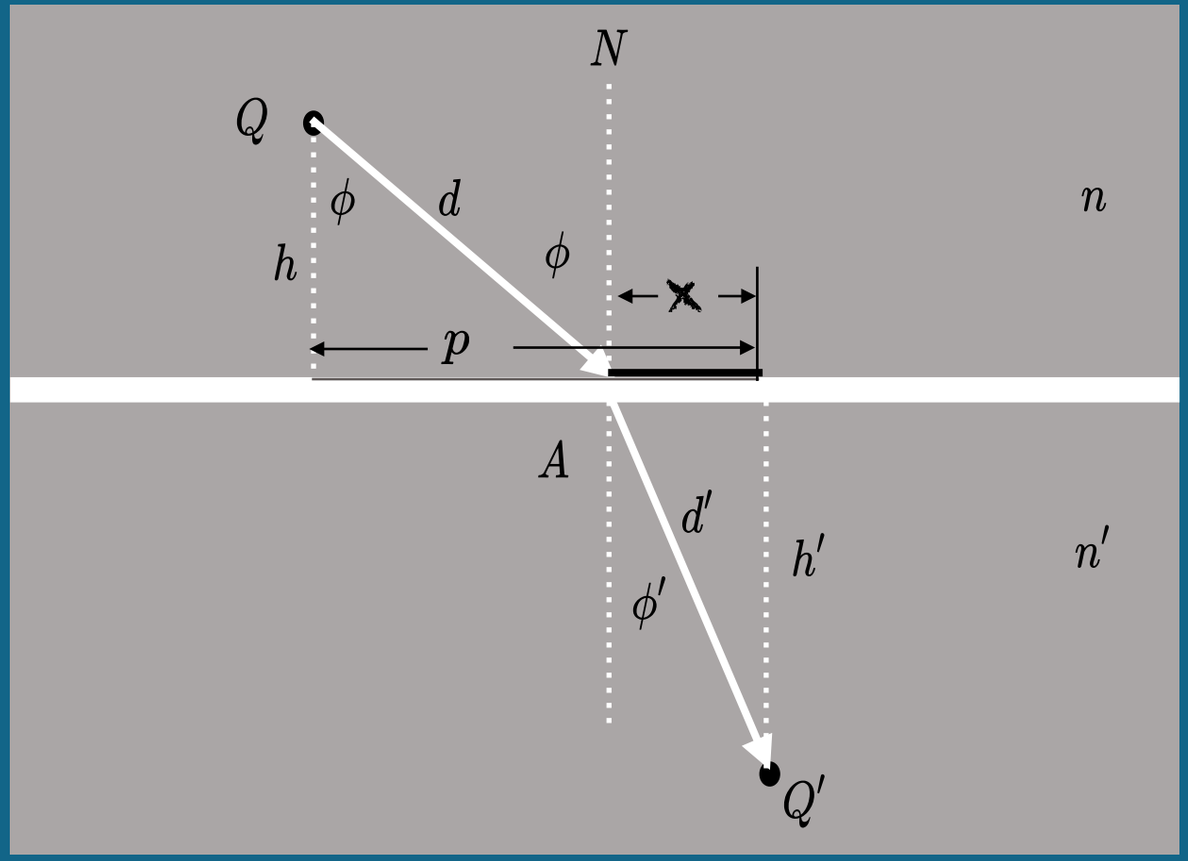
13. Princípio de Fermat (continuação):

Portanto, podemos escrever que:

$$n\frac{(p-x)}{\left[h^2+(p-x)^2\right]^{1/2}} = n'\frac{x}{\left(h'^2+x^2\right)^{1/2}}$$

Simplificando obtemos:

$$n\frac{(p-x)}{d} = n'\frac{x}{d'}$$



A partir da última expressão podemos ver que os termos que multiplicam **n** e **h'** são na realidade os senos dos ângulos ϕ e ϕ'. Portanto, podemos escrever:

$$nsin(\phi) = n'sin(\phi')$$

14. Dispersão das cores:

É do conhecimento de todos que a refração causa uma separação da luz branca em suas cores componentes. Assim, como é mostrado na figura seguinte, o raio incidente de luz branca dá origem a raios refratados de cores diferentes, cada um dos quais com um valor diferente de ângulo de refração (ϕ'). De acordo com a lei de Snell, o valor de n' deve, portanto, variar com a cor. É usual na especificação exata dos índices de refração usar as cores particulares correspondentes a certas linhas escuras no espectro solar. Essas linhas são chamadas de linhas Fraunhofer, são designadas pelas letras A, B, C, ..., começando no vermelho extremo, são apresentadas na tabela seguinte.

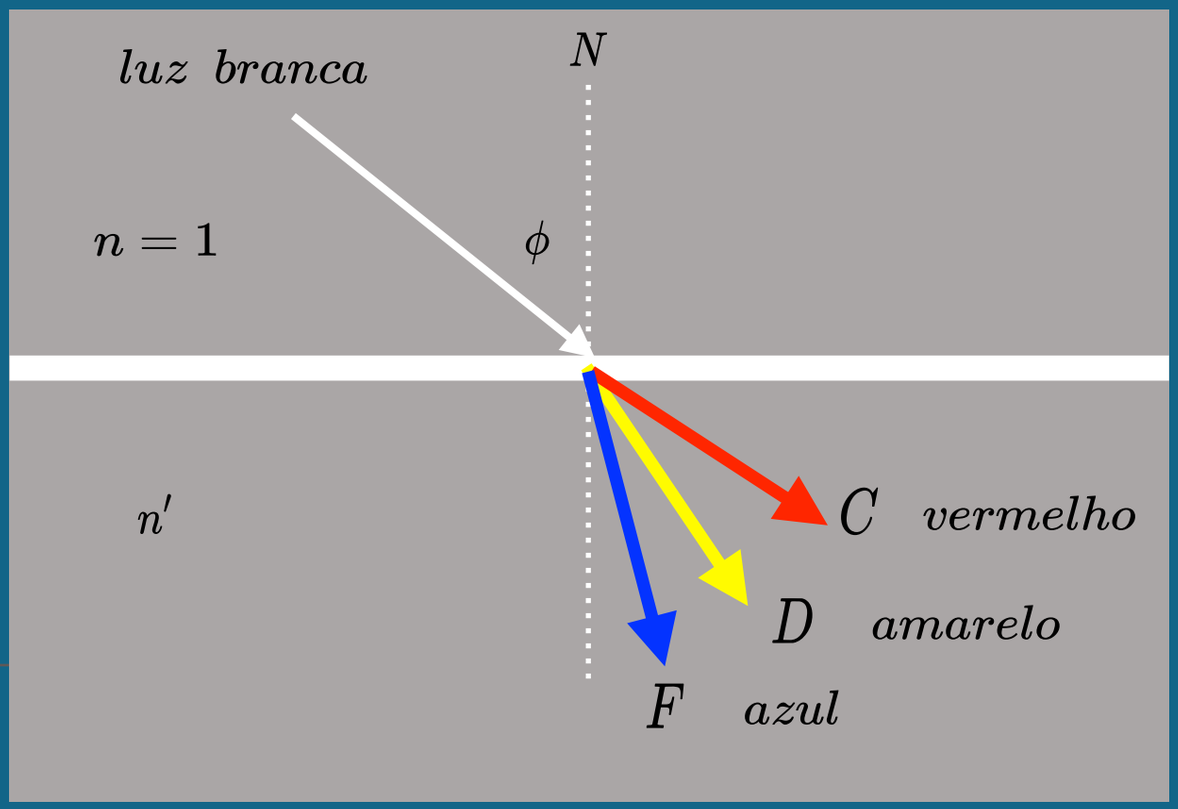
A divergência angular dos raios F e C é uma medida da dispersão produzida e foi exagerada na figura em relação ao desvio médio angular sofrido pelo raio D. Como exemplo, os índices de refração para o vidro crown (tabela abaixo) é mostrado abaixo:

$$n_F = 1{,}52933 \qquad n_D = 1{,}52300 \qquad n_C = 1{,}52042$$

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

14. Dispersão das cores (continuação):



Para ângulos de dispersão pequenos, a lei de Snell pode ser escrita a seguinte forma: $n\phi = n'\phi'$.
Portanto, a dispersão dos raios F e C ($\phi_F' - \phi_C'$) é proporcional a:

$$n_F - n_C = 0,00891$$

Símbolo	Elem. químico	Comp. de onda [nm]	Crown	Light flint	Dense flint	Extra dense flint
C	H	656,3	1,52042	1,57208	1,66650	1,71303
D	Na	589,2	1,52300	1,57600	1,67050	1,72000
F	H	486,1	1,52933	1,58606	1,68059	1,73780
G′	H	434,0	1,53435	1,59441	1,8882	1,75324

14. Dispersão das cores (continuação):

enquanto o desvio do raio D ($\phi - \phi_D'$) depende de n_D - I que é igual a 0,52300. Assim, é quase 60 vezes maior. A razão dessas duas grandezas varia muito para diferentes tipos de vidro e é uma característica importante de qualquer substância óptica. Essa razão é chamada de potência dispersiva e é definido pela relação abaixo:

$$V = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$$

o inverso da potência dispersiva é chamado de índice de dispersão.

$$\vartheta = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

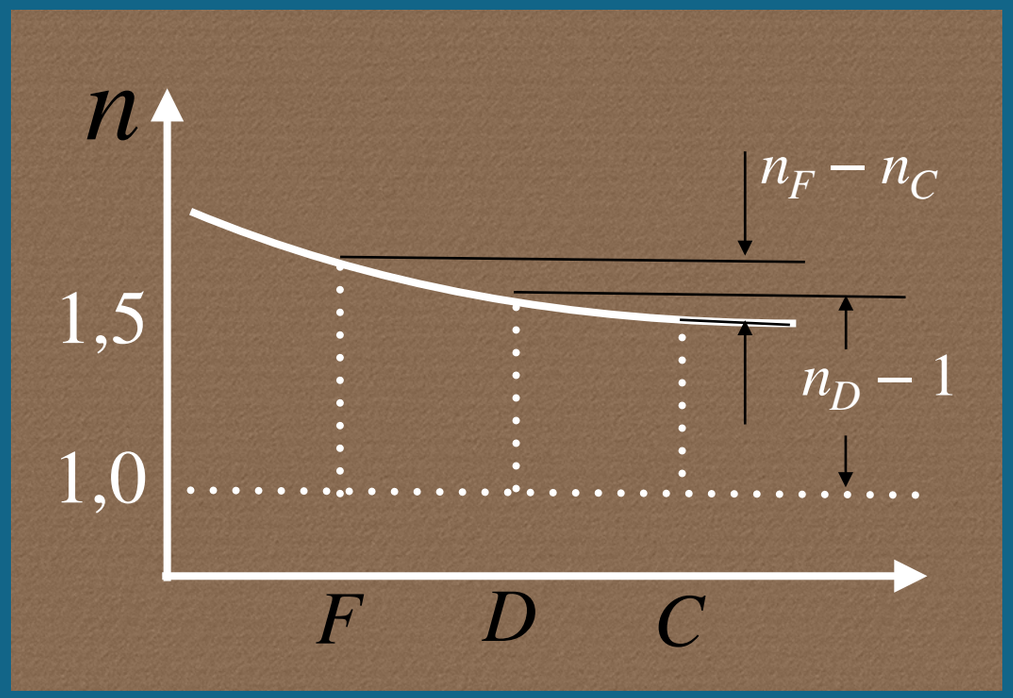
A figura seguinte ilustra esquematicamente a variação do índice de refração n com a cor (comprimento de onda) para os materiais ópticos mais comuns. O denominador na expressão para o índice de dispersão, que representa uma medida de dispersão, é determinada pela diferença no índice entre dois pontos próximos às extremidades do espectro. O numerador, que mede o desvio médio, representa a magnitude acima da unidade de um índice intermediário de refração.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

14. Dispersão das cores (continuação):

É habitual na óptica geométrica negligenciar os efeitos cromáticos e assumir que o índice de refração de cada elemento específico de um instrumento óptico é aquele determinado para a luz amarela D de sódio.



Vidro	Crown	Light flint	Dense flint	Extra dense flint
ϑ	58,7	41,2	47,6	29,08

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

14. Arco-íris (Revisão geral):

O arco-íris é um fenômeno óptico, que pode ser explicado pela natureza ondulatória da luz. Ele é constituído de um arco-íris primário e um secundário (ver figura abaixo). O arco-íris primário (principal) é causado por duas refrações e uma reflexão interna a uma gota de chuva. O arco-íris secundário é causado por duas refrações e duas reflexões internas em uma gota de água com formato esférico. As cores do arco-íris secundário são invertidas em relação ao arco-íris principal e o arco secundário é duas vezes mais largo. Existem excelentes referências sobre a física do arco-íris, incluindo palestras, livros e artigos em periódicos. No final dessa apresentação são mostradas algumas delas.

A faixa escura entre os arco-íris primário e secundário, chamado de espaço escuro de Alexandre, em homenagem a Alexandre de Afrodísias, seguidor de Aristóteles e chefe do Liceu em Atenas por volta de 200 dC, é uma região de dispersão insignificante (de ordens superiores).

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

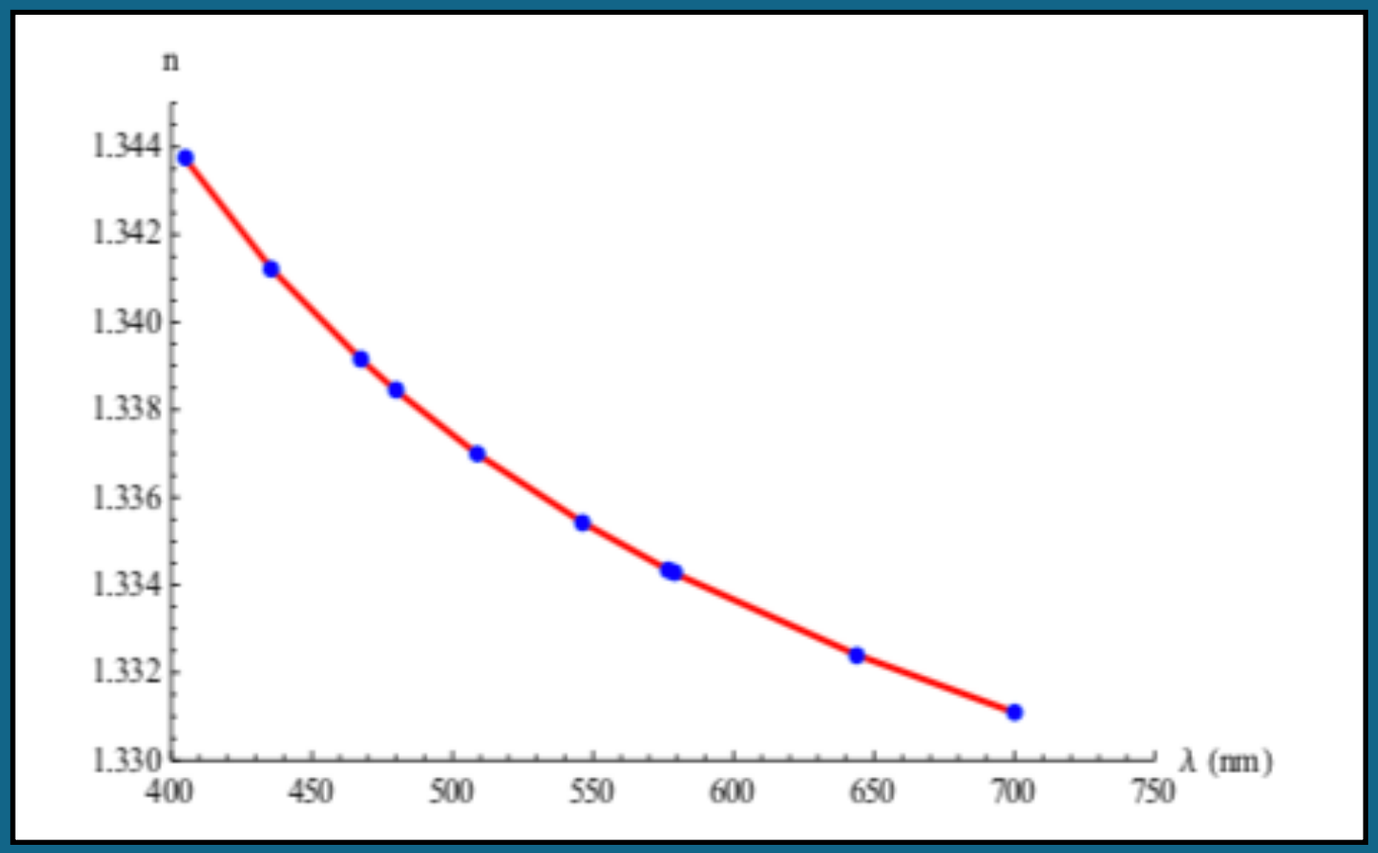
14. Arco-íris (Revisão geral):

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

14. Arco-íris (Índice de refração para a água):

A bela cor do arco-íris é uma consequência da variação do índice de refração da água com o comprimento de onda.



A figura ao lado mostra a dependência do índice de refração da água com o comprimento de onda (dispersão). A faixa do visível corresponde aos comprimentos de onda está entre 400 e 700 nm. Para a cor vermelha ($\lambda = 700nm$) n=1.331. Para a cor azul ($\lambda = 420nm$), n=1,343. Já para a cor violeta ($\lambda = 400nm$). n=1.344.

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

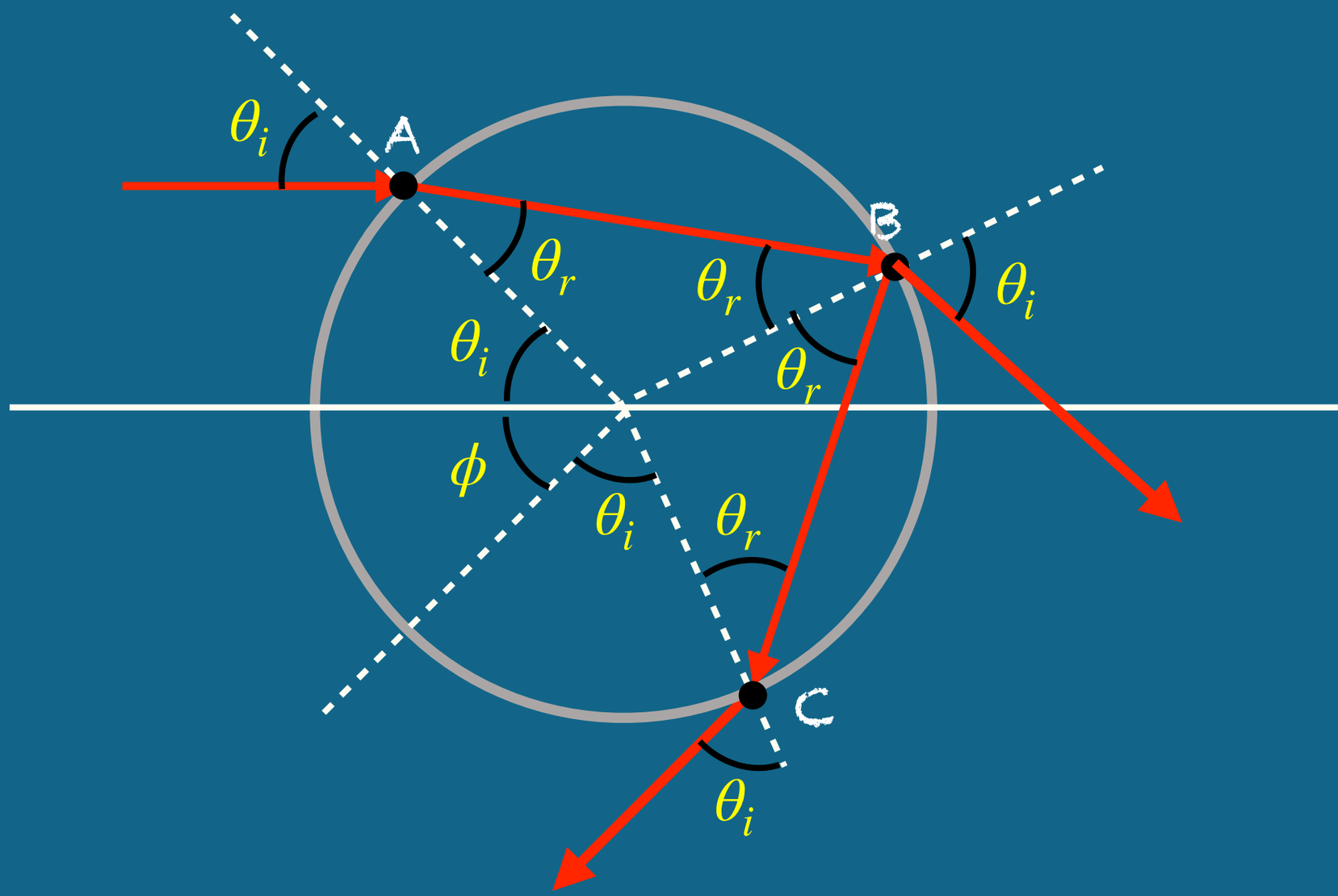
IFUSP
Instituto de Física da USP

14. Arco-íris primário:

A figura abaixo mostra um raio que refrata em uma gota no ponto A que é refletido na superfície posterior da gota, no ponto B e refrata de volta no ar no ponto C. Os ângulos de incidência (θ_i) e refração (θ_r) são mostrados nos pontos A, B, C e D. Definimos (ϕ) como sendo o ângulo de desvio sofrido pelo raio de luz.

A partir da figura ao lado podemos escrever uma relação entre o ângulo de desvio e os ângulos de incidência e refração que tem a seguinte forma:

$$\phi = 4\theta_r - 2\theta_i$$



Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

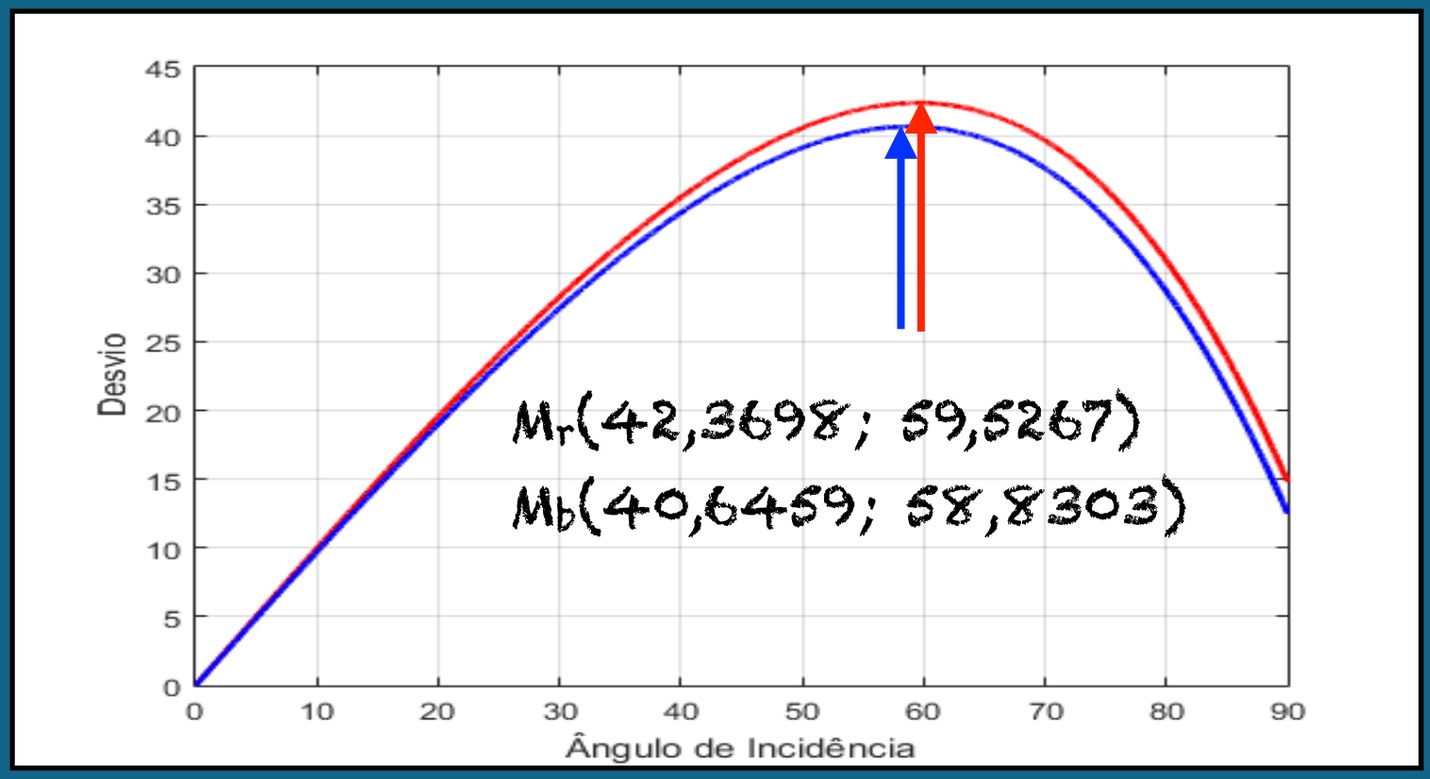
14. Arco-íris primário (continuação):

Por outro lado, a lei de Snell nos garante que: $n_{ar} sin\theta_i = n_{agua} sin\theta_r$

$$\theta_r = arcsin(n_{ar}/n_{agua} \,.\, sin\theta_i)$$

Portanto, podemos escrever que:

$$\phi = 4\theta_r - 2\theta_i = 4arcsin(n_{ar}/n_{agua} \,.\, sin\theta_i) - 2\theta_i$$



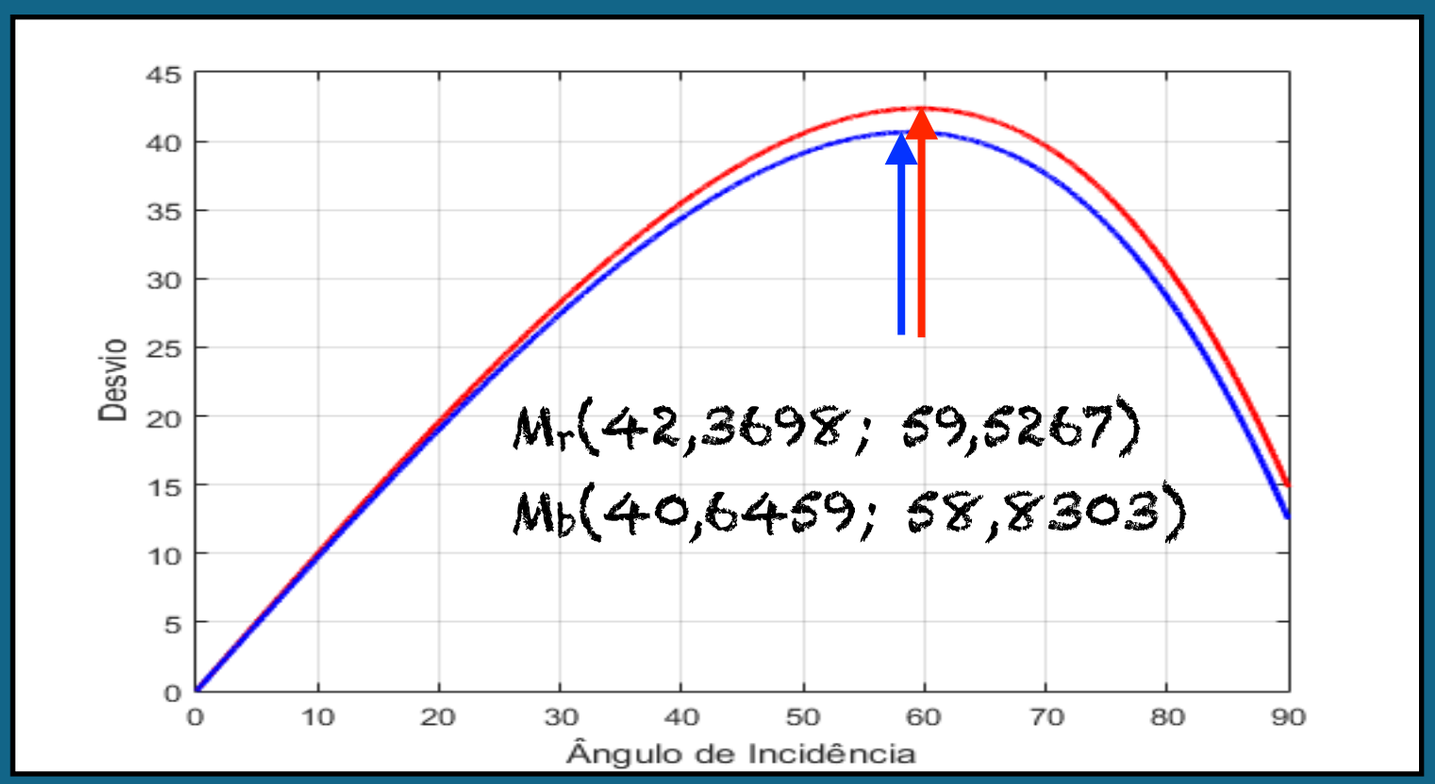
Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

14. Arco-íris primário (continuação):

Para calcular o máximo do desvio, que é quando ocorre o arco-íris, vamos igualar a derivada dessa função a zero, ou seja:

$$\frac{d\phi}{d\theta_i} = \frac{4cos\theta_i}{\sqrt{n_{agua}^2 - sin^2\theta_i}} - 2 = 0 \qquad \theta_i = cos^{-1}\sqrt{\frac{1}{3}(n_{agua}^2 - 1)}$$



Substituindo os índices de refração para o comprimento de onda do vermelho e azul (n_r = 1,331; n_b = 1,343) na equação acima obteremos o ângulo de incidência dos raios da luz solar para cada cor:

$$\theta_{i,r} = 59{,}5267^o$$

$$\theta_{i,b} = 58{,}8303^o$$

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

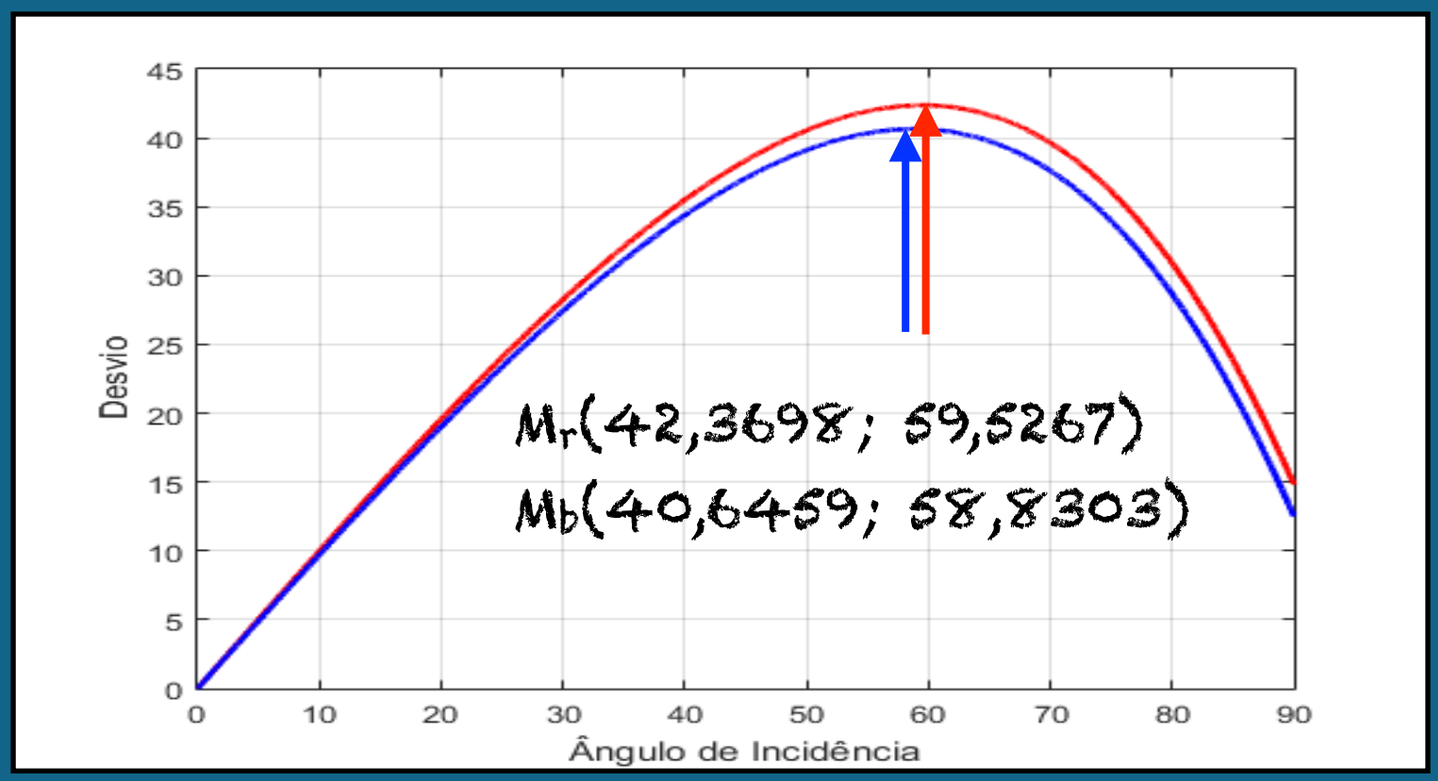
IFUSP
Instituto de Física da USP

14. Arco-íris primário (continuação):

Substituindo esses valores na equação para o desvio abaixo obtemos:

$$\phi = 4\theta_r - 2\theta_i = 4arcsin(n_{ar}/n_{agua} \,.\, sin\theta_i) - 2\theta_i$$

$$\phi_r = 42{,}3698^o \qquad \phi_b = 40{,}6459^o$$

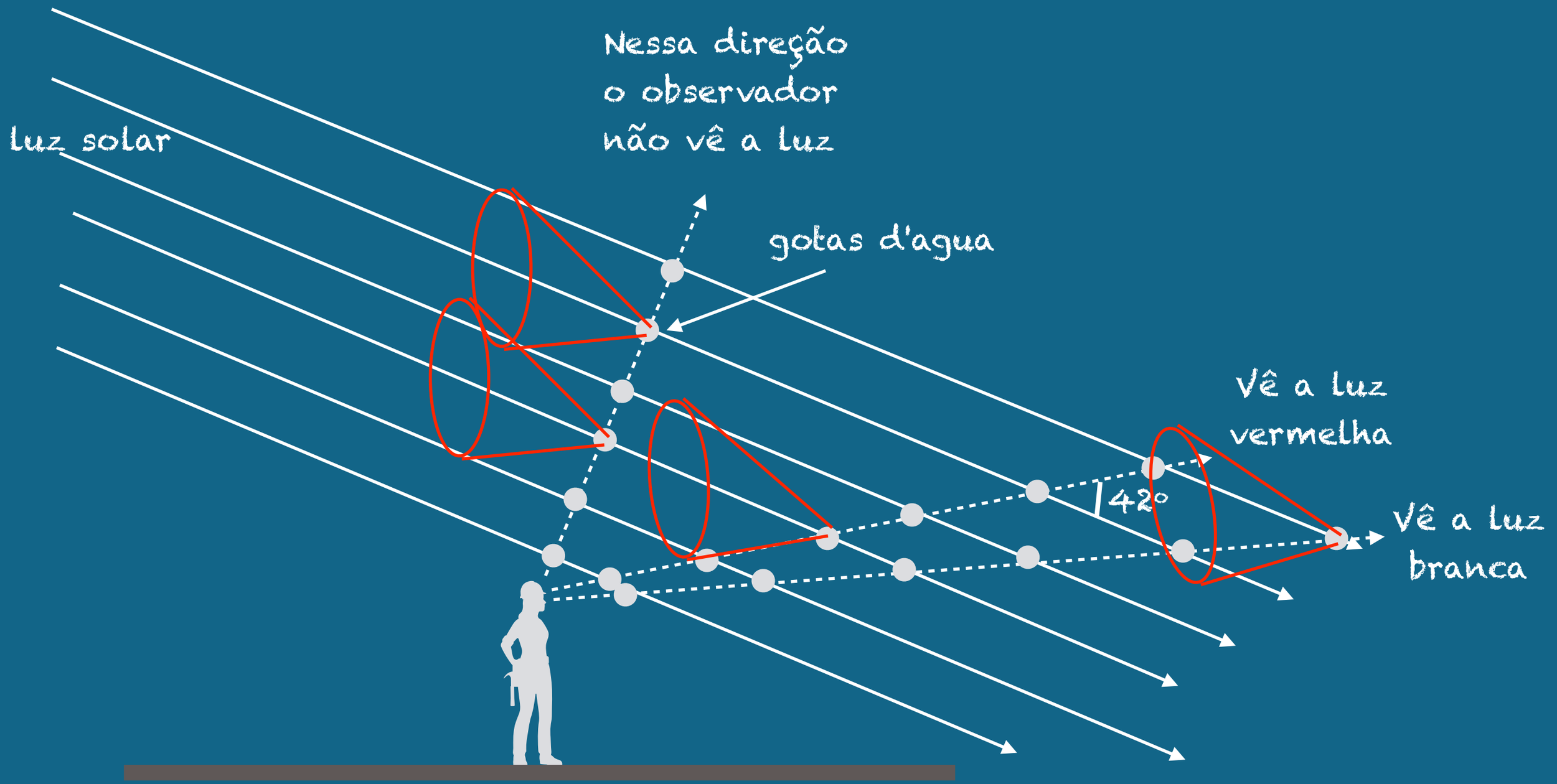


Resumindo, as diferentes cores da luz são refratados em ângulos ligeiramente diferentes, dividindo assim a luz solar branca em principalmente luzes vermelha e azul (dispersão).

As cores do arco-íris primário estão espalhadas em cerca de 2º indo de aproximadamente 40º, para a cor azul, até 42º para a cor vermelha. Portanto, o observador verá a cor vermelha do arco-íris acima da cor azul.

(Propriedades da luz)

14. Dispersão das cores (continuação):



Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

14. Dispersão das cores (continuação):

Opto-Mechanical Design Group
(Propriedades da luz)

IFUSP
Instituto de Física da USP

14. Dispersão das cores (continuação):

IFUSP
Instituto de Física da USP

14. Arco-íris referências:

1) C.B. Boyer, The Rainbow from Myth to mathematics (Princeton University 1987).

2) D.R. English, The Mathematical Gazette Vol. 50, 24 (1966).

3) A.C.S. van Heel and C.H.F. Velzel, What is light? (McGraw-Hill Book Company, New York, 1968).

4) G.R. Graham Physics Education January 1975, 50.

5) H.M. Nussenzveig, Scientific American, Aprill 1977 236, 116 (1977).

6) J.D. Jackson, Phys. Reports 320, 27 (1999).

7) P.D.T. Huibers, Applied Optics 36, 3785 (1997).

8) W. Lewin: MIT 8.02 Electricity and Magnetism Lecture 31 Rainbow (Spring, 2002).

9) J.A. Adam, Phys. Reports 356, 229 (2002).