FAP0214 - Física Experimental IV

Prof. Manfredo Tabacniks

manfredo@if.usp.br
Ed. Basílio Jafet sala 225
http://www.if.usp.br/mht/mht-fap0214n.htm

apostilas 2007 e material didático

http://www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex/

http://sampa.if.usp.br:8080/~suaide/LabFlex/blog/pivot//entry.php?id=5

# O programa do curso

- 3 experiências (blocos)
  - Eletricidade em CA: Ressonância RLC e Caos
    - Estudos de circuitos de corrente alternada
    - Análise de Fourier
    - Ressonância e Caos em circuitos de CA
  - Óptica
    - Estudo de lentes
    - Polarização da luz, Interferência e difração
    - Computação óptica. Tratamento de imagens
  - Espectrofotometria de cores

# Critérios de avaliação

- Atividades
  - Sínteses semanais
  - Relatórios de bloco (em grupo) “R”
  - Projeto “P”
- Não há recuperação

$$M = \frac{2}{3}\left(f_{pr} M_R\right) + \frac{1}{3}\left(f_{pp} M_P\right)$$

- Critério para aprovação:
  - $M \geq 5.0$
  - $M_R \geq 5.0$
  - Freqüência $\geq$ 70%
  - Tolerável um atraso de 20 minutos do início da aula

# Relatórios

- Compreende o assunto de um bloco.
- Atividade de grupo
- Entregar ATÉ o final da próxima aula (em geral 1 semana)
  - Entregar diretamente ao professor (escaninho no Basílio Jafet)
  - (-1) ponto por dia de atraso

# Projeto

- Toda a sala em um único projeto de final de curso
- Estudo quantitativo sobre algum fenômeno abordado no curso

- Indentificar um problema a ser investigado
  (pode compreender laboratórios de pesquisa e a colaboração de algum professor)

- Dividir tarefas e responsabilidades (trabalho e coordenação de trabalho em grupo)
- Relatório
- Apresentação oral (20 min)

# Bloco 1 (5 aulas)
# Circuitos em corrente alternada

– Aula 1
  - Filtro RC, Circuito integrador
– Aula 2
  - Análise de fourier
– Aula 3
  - Ressonância RLC
– Aula 4
  - Caos: mapa logístico, diagrama de Feigenbaum
– Aula 5
  - Caos: circuito RLD

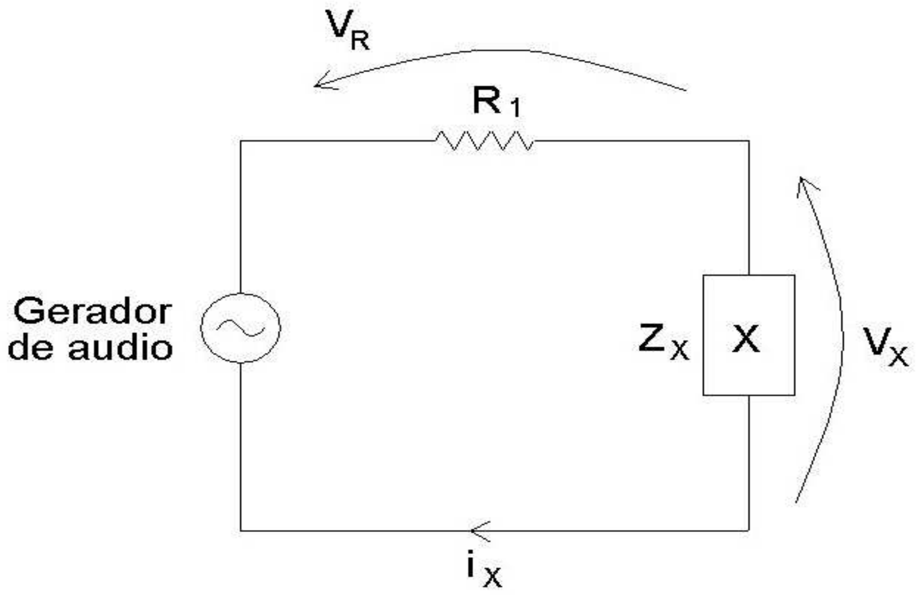
# Nesta aula

- Vamos explorar alguns elementos elétricos (capacitor e indutor) sob a ação de tensões alternadas harmônicas

- O que acontece com a corrente que flui naquele elemento?

$$V = V_P \cos(\omega t)$$

$$\omega = 2\pi f$$



# O capacitor

- Definição de capacitância → capacidade de acumular carga para uma dada tensão elétrica

$$C = \frac{Q}{V}$$

- Porém, carga elétrica está relacionada com a corrente, através de:

$$Q = \int i(t)\,dt$$

# O capacitor

- Assim

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\int i(t)dt}{V} \Rightarrow V = \frac{1}{C}\int i(t)dt \Rightarrow i(t) = C\frac{dV}{dt}$$

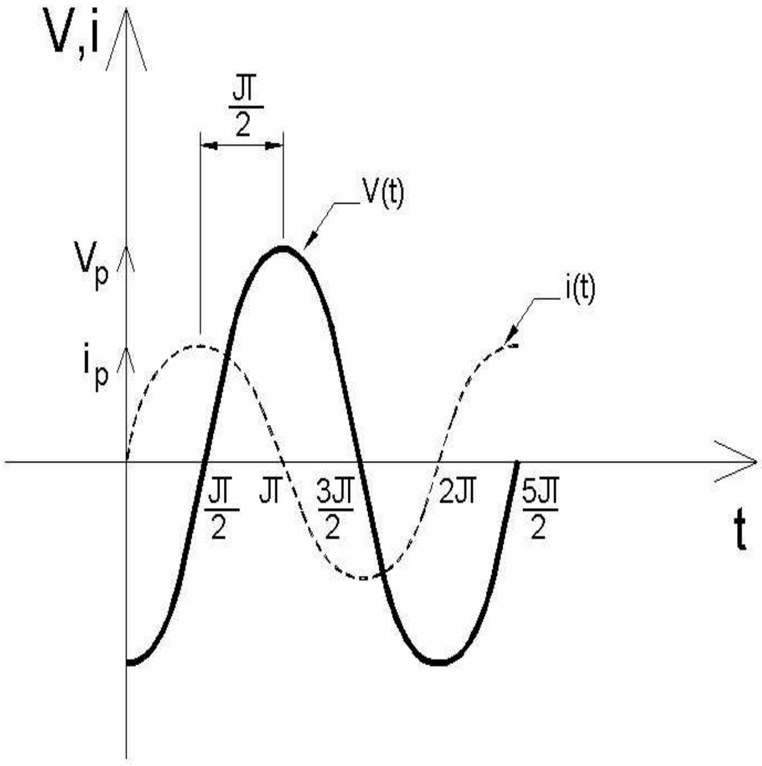
- No nosso caso de tensões alternadas:

$$V = V_P \cos(\omega t)$$

$$i(t) = C\frac{dV}{dt} = -CV_P\omega\sin(\omega t)$$

# O capacitor

- A corrente e tensão não se encontram em fase
  - Tensão máxima não ocorre quando a corrente é máxima




$$V(t) = V_P \cos(\omega t)$$

$$i(t) = -CV_P\omega \sin(\omega t)$$

$$i(t) = CV_P\omega \cos(\omega t + \tfrac{\pi}{2})$$

# O indutor ideal

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -L\frac{di(t)}{dt} = -V(t)$$

- Deste modo,

$$V(t) = L\frac{di(t)}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{1}{L}\int V(t)dt$$

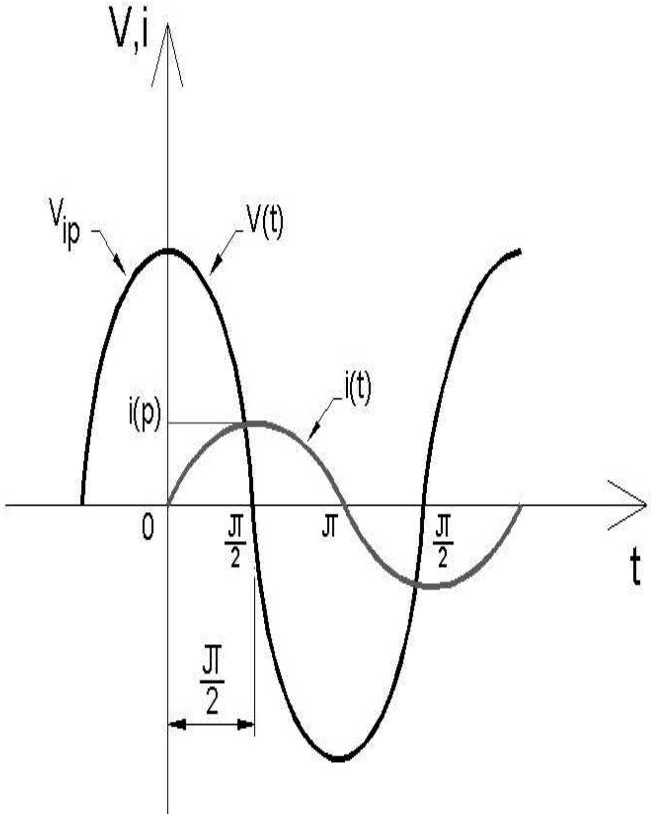
- No nosso caso

$$V = V_P \cos(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int V(t)dt = \frac{1}{\omega L}\sin(\omega t)$$

# O indutor ideal

- A corrente e tensão não se encontram em fase
  - Tensão máxima não ocorre quando a corrente é máxima




$$V = V_P \cos(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{1}{\omega L} \sin(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{1}{\omega L} \cos\left(\omega t - \tfrac{\pi}{2}\right)$$

# Notação complexa e impedância

- Existe uma relação entre corrente e tensão para elementos elétricos
  - Muitas vezes não é somente uma diferença de amplitude mas também uma diferença de fase entre a corrente e tensão
  - Formalismo complexo

$$V \propto \sin(\omega t) \Leftrightarrow i \propto \sin\left(\omega t \pm \tfrac{\pi}{2}\right)$$

$$e^{jx} = \cos(x) + j\sin(x) \qquad j = \sqrt{-1}$$

## Números complexos

$$\hat{C} = a + b\,j \qquad j = \sqrt{-1}$$

$$\hat{C} = C\,e^{j\alpha} \qquad e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\,\mathrm{sen}\,\alpha$$

$$\left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} \quad C = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad tg\,\alpha = \frac{b}{a}$$

$$\frac{d}{dt}\left(e^{j\omega t}\right) = j\omega\, e^{j\omega t}$$

$$\int e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t}$$

$$\hat{i}(t) = i_m e^{j\omega t}$$

$$\frac{d\hat{i}}{dt} = j\,\omega\, i_m e^{j\omega t}$$

# Tensão no formalismo complexo

- Podemos escrever que uma quantidade complexa definida como:

$$\hat{V} = V_P e^{j(\omega t + \phi_V)}$$

- A tensão elétrica no elemento pode ser dada pela parte real desta grandeza complexa, ou seja

$$V = \mathrm{Re}\left(\hat{V}\right) = V_P \cos\left(\omega t + \phi_V\right)$$

# Corrente no formalismo complexo

- Podemos escrever que uma quantidade complexa definida como:

$$\hat{i} = i_P e^{j(\omega t + \phi_i)}$$

- A corrente elétrica no elemento pode ser dada pela parte real desta grandeza complexa, ou seja

$$i = \mathrm{Re}\left(\hat{i}\right) = i_P \cos\left(\omega t + \phi_i\right)$$

# Impedância de um elemento

- Define-se a impedância complexa como sendo a razão entre a tensão e corrente complexas

- Ou seja:

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} \qquad \hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} = \frac{V_P}{i_P} e^{j(\phi_V - \phi_i)}$$

$$\boxed{\hat{Z} = Z_0 e^{j\phi_0}, \text{ com } Z_0 = \frac{V_P}{i_P}}$$

# Impedância de um elemento

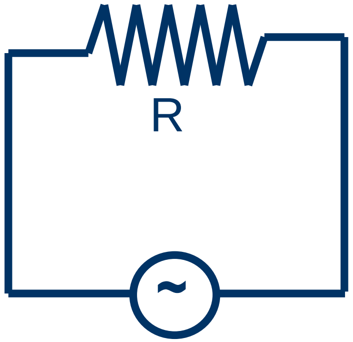
$$\hat{Z} = Z_0 e^{j\phi_0}$$

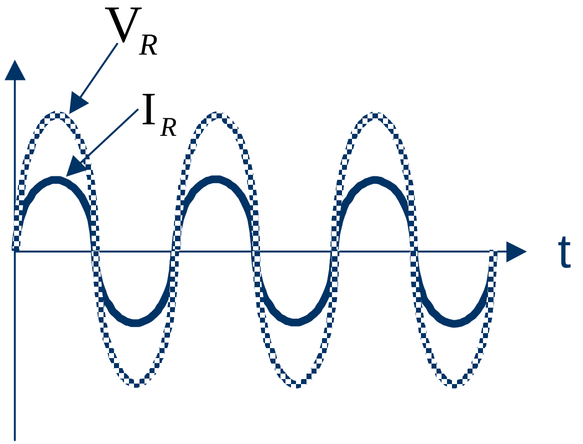
$$Z_0 = \frac{V_P}{i_P}$$

$Z_0$ é a impedância real do elemento

$\phi_0$ é a diferença de fase entre a tensão e corrente.
É uma característica do elemento

## Resistor em Corrente Alternada




$$V = Ri$$

$$\hat{V} = R\hat{i}$$

$$\hat{Z} = R$$

# Para o capacitor

$$V(t) = V_P \cos(\omega t) \Rightarrow \boxed{\hat{V} = V_P e^{j(\omega t)}}$$

$$i(t) = C V_P \omega \cos(\omega t + \tfrac{\pi}{2}) \Rightarrow \boxed{\hat{i} = C V_P \omega e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})}}$$

De modo que

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_0 = \dfrac{1}{\omega C} \\[2ex] \phi_0 = -\dfrac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

# Para o indutor ideal

$$V(t) = V_P \cos(\omega t) \Rightarrow \boxed{\hat{V} = V_P e^{j(\omega t)}}$$

$$i(t) = \frac{V_P}{\omega L}\cos(\omega t - \tfrac{\pi}{2}) \Rightarrow \boxed{\hat{i} = \frac{V_P}{\omega L} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})}}$$

De modo que

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_0 = \omega L \\ \\ \phi_0 = \dfrac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

## RESUMINDO: Corrente Alternada num bipolo

tensão alternada

$$V(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$\hat{V}(t) = V_m e^{j(\omega t + \phi_0)}$$

fase "zero" da corrente é nula

$$\hat{i}(t) = i_m e^{j\omega t}$$

lei de ohm

$$\hat{V}(t) = \hat{Z}.\hat{i}(t)$$

$$\hat{Z} = Z_0 e^{j\phi_m}$$

real puro

$$V_m = Z_0\, i_m$$

### Potência transferida

$$P(t) = V(t).i(t)$$

$$P(t) = V_m\, i_m \cos\omega t \cos(\omega t + \phi_0)$$

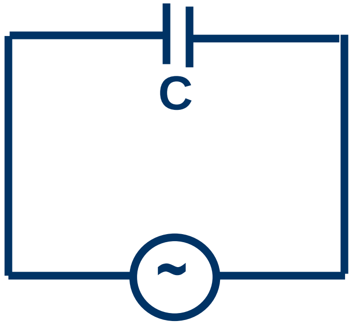
$$P(t) = \frac{1}{2} V_m i_m \cos\phi_0 + \frac{1}{2} V_m i_m \cos(2\omega t + \phi_0)$$

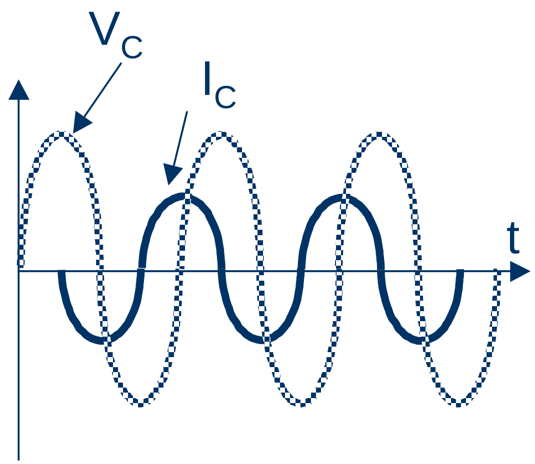
$$\boxed{\overline{P} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{i_m}{\sqrt{2}} \cos\phi_0}$$

média nula

M.H.Tabacniks, IFUSP, 2007

## Capacitor em corrente alternada




$$V_C = \frac{1}{C}\int i\,dt + cte$$

$$\hat{V}_C = \frac{1}{C}\int \hat{i}\,dt = \frac{1}{j\omega C}\hat{i}$$

$$\hat{Z} \equiv \hat{X}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

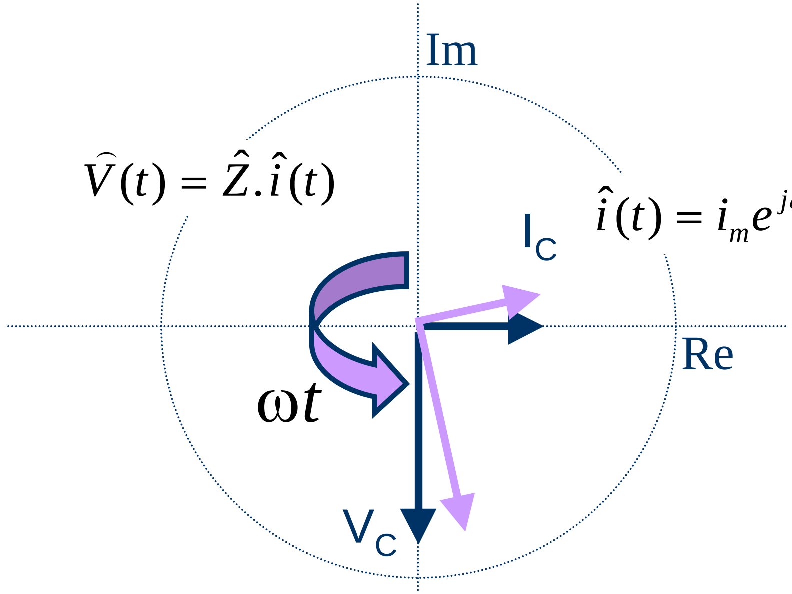
$$\boxed{\frac{1}{\omega C}e^{-j\frac{\pi}{2}}}$$

$$V_m = X_C i_m$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$ Reatância Capacitiva (real)

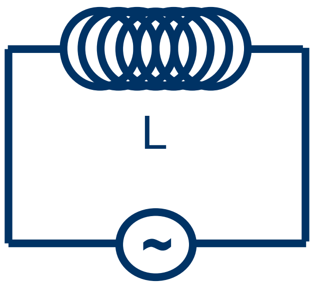
$$\hat{V}(t) = \hat{Z}.\hat{i}(t)$$

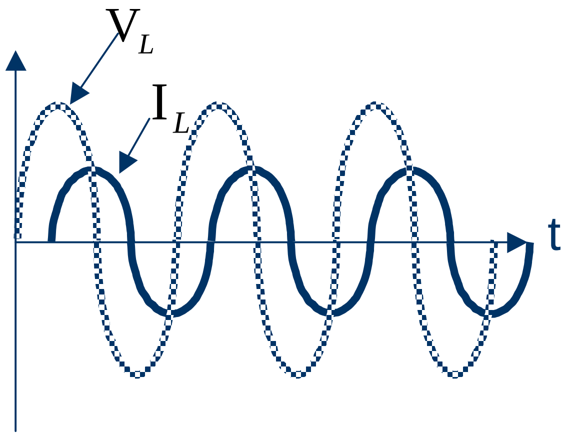
$$\hat{i}(t) = i_m e^{j\omega t}$$




$$\hat{V}_C = \frac{1}{\omega C} i_m e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t}$$

## Indutor em corrente alternada




$$V_L = L\frac{di}{dt}$$

$$\hat{V}_L = L\frac{d\hat{i}}{dt} = j\,\omega\,L\,\hat{i}$$

$$\hat{Z} = \hat{X}_L = j\omega L$$

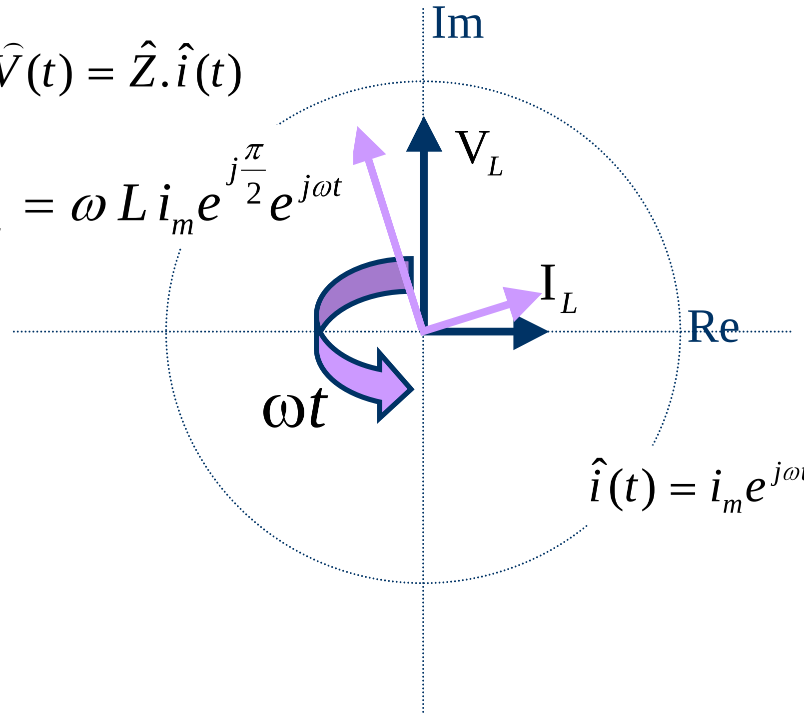
$$\boxed{\omega L e^{j\frac{\pi}{2}}}$$

$$V_m = Z_0 i_m \equiv X_L i_m$$

$$X_L = \omega L$$ Reatância Indutiva (real)

$$\hat{V}(t) = \hat{Z}.\hat{i}(t)$$

$$\hat{V}_L = \omega\,L\,i_m e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t}$$

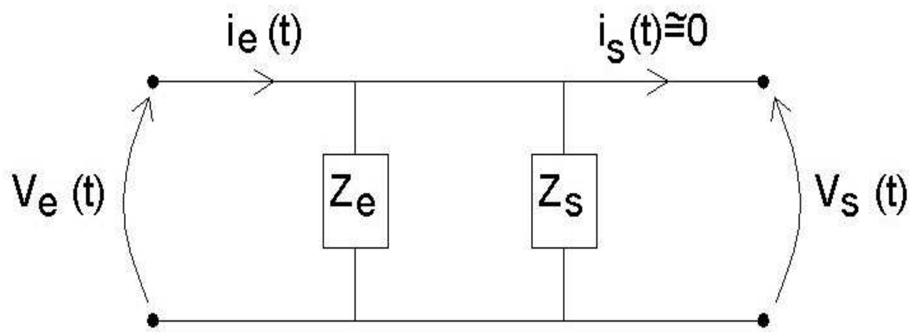



$$\hat{i}(t) = i_m e^{j\omega t}$$

M.H.Tabacniks, IFUSP, 2007

# Filtros e circuitos especiais

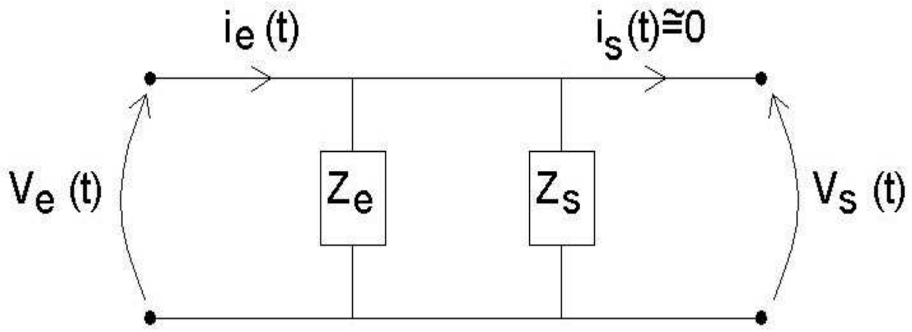
- Num circuito genérico com 4 terminais




- Sinal de entrada = $V_e$
- Sinal de saída = $V_s$
- Como um se relacionam $V_e$ e $V_s$ ?

# Filtros e circuitos especiais

- Algumas definições

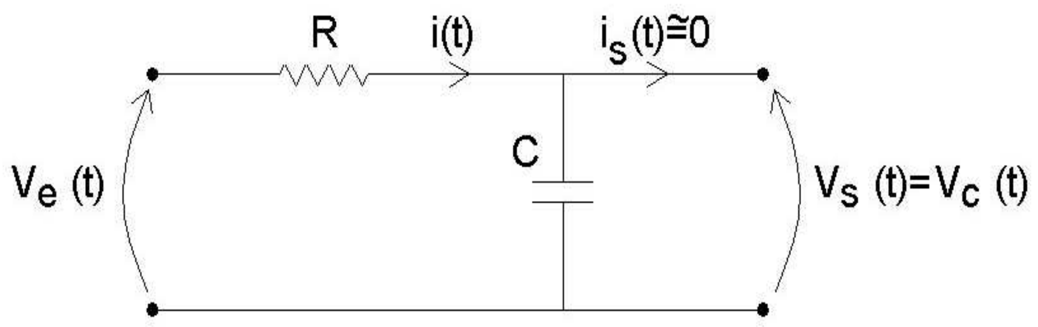



- Impedâncias de entrada, saída e ganho

$$\hat{Z}_e = \frac{\hat{V}_e}{\hat{i}_e} \qquad \hat{Z}_s = \frac{\hat{V}_s}{\hat{i}_s} \qquad \hat{G} = \frac{\hat{V}_s}{\hat{V}_e}$$

# Filtros RC

- Algumas definições




- Corrente no circuito e tensão no capacitor ($V_C = V_s$)

$$\hat{i}_e = \frac{\hat{V}_e}{\hat{Z}_e} = \frac{V_e e^{j\omega t}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \qquad \hat{V}_C = \hat{Z}_C \hat{i}_C = \hat{Z}_C \hat{i}_e$$

# Filtros RC

- Ganho do circuito

$$\hat{G} = \frac{\hat{V}_C}{\hat{V}_e} = \frac{\hat{Z}_C \hat{i}_C}{\hat{Z}_e \hat{i}_e} = \frac{\hat{Z}_C \hat{i}_e}{\hat{Z}_e \hat{i}_e} = \frac{\hat{Z}_C}{\hat{Z}_e}$$

$$\hat{G} = \frac{1}{1 + j\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)}, \text{ com } \omega_C = \frac{1}{RC}$$

# Filtros RC

- O ganho do circuito:

$$\hat{G} = G_0 e^{j\phi_C}$$

- com

$$G_0 = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}, \quad \text{e} \quad \phi_C = \arctan\left(-\frac{\omega}{\omega_C}\right)$$

# Filtros RC – Algumas características

- Dado $$G_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$

- Para baixas freqüências ($\omega \ll \omega_c$) → $G_0 \sim 1$
- Para altas freqüências, ($\omega \gg \omega_c$) → $G_0 \sim 0$

- Filtro passa-baixa → deixa passar baixas freqüências.

# Filtros RC – circuito integrador

- Para altas freqüências, ($\omega >> \omega_c$)

$$\hat{G} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)} \Rightarrow \frac{1}{j\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)} = \frac{1}{j\omega RC}$$

- Mas o ganho complexo é a razão entre as tensões complexas de saída e entrada

$$\hat{G} = \frac{\hat{V}_C}{\hat{V}_e} \Rightarrow \hat{V}_C = \frac{1}{j\omega RC}\hat{V}_e$$

# Filtros RC – circuito integrador

- Dado $$\hat{V}_e = V_e e^{j\omega t}$$

$$\int \hat{V}_e(t)\,dt = \frac{1}{j\omega} V_e e^{j\omega t} = \frac{1}{j\omega} \hat{V}_e(t)$$

- No circuito RC, quando ($\omega >> \omega_c$)

$$\hat{V}_C = \frac{1}{j\omega RC} \hat{V}_e = \frac{1}{RC} \int \hat{V}_e\,dt$$

# Objetivos

- Estudar o capacitor real (=X) utilizando o circuito ao lado;
- Medir tensão e corrente de pico no capacitor em função da freqüência;
- Medir a diferença de fase $\phi$ entre a tensão e a corrente elétrica no capacitor em função da freqüência;
- Graficar ($\phi$ x f); ($i_c$ x f); ($V_c$ x f), (Z x f)
- Filtro passa baixas: Estudar o ganho $G = V_C / V_G$ em função da freqüência. Determinar a freqüência de corte, $f_C$;
- Graficar (G x f)
- Integrador: Esclher algum $\omega >> \omega_c$ Aplicar uma onda quadrada (ou triangular) e mostrar quantitativamente que:

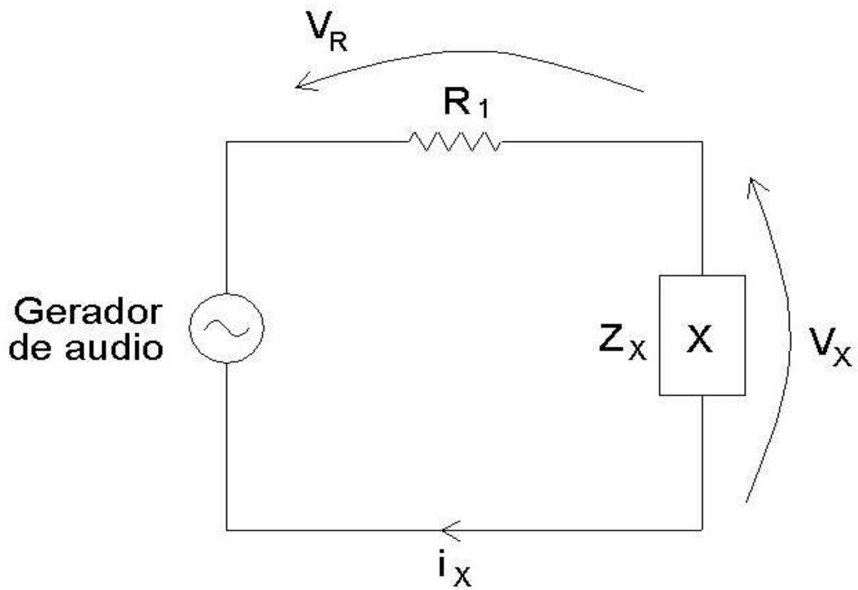
$$V_C = \frac{1}{RC}\int i(t)dt$$

$X = C = 1\ \mu f$

$R = 500\ \Omega$

$\omega_C = ?$

$f_C = ?$



# Análise de dados (para o relatório)

- Gráfico de $Z_C$ experimental em função de $\omega$
  - lembre-se que Z pode ser medido $Z_C = V_C/i_C$ ou calculado $Z_C = 1/\omega C$. Assim, ajustando uma reta ao gráfico $V_C/i_C \times 1/\omega$ pode-se determinar C.
  - Obter o valor da capacitância deste gráfico

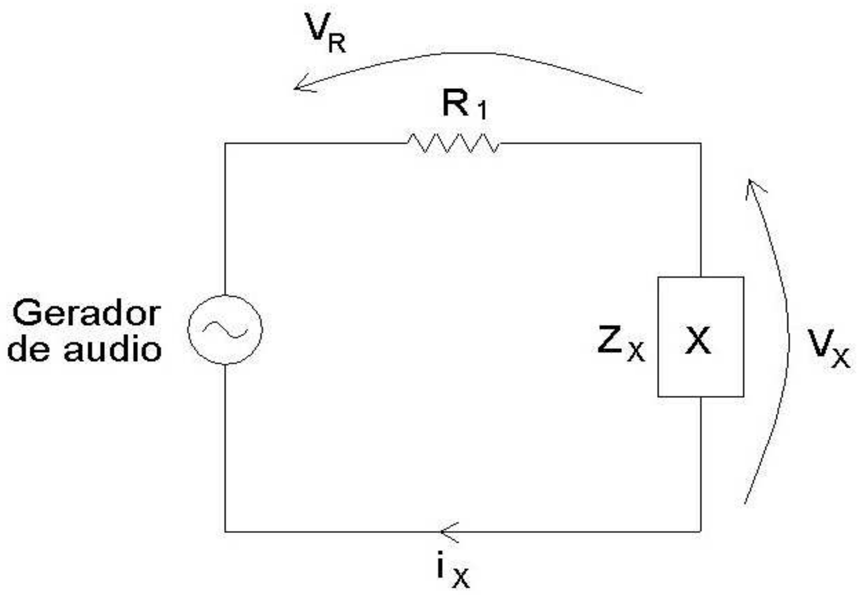
- Gráfico de $\phi_C$ (fase do capacitor) em função de $\omega$
  - Comparar com o esperado teoricamente para o capacitor
  - Assinalar no gráfico o valor teórico esperado

- Gráfico de $G_0$ em função de $\omega$
  - Comparar com o esperado teoricamente

- Gráfico de $\phi_G$ (fase entre $V_s$ e $V_e$) em função de $\omega$
  - Comparar com o esperado teoricamente

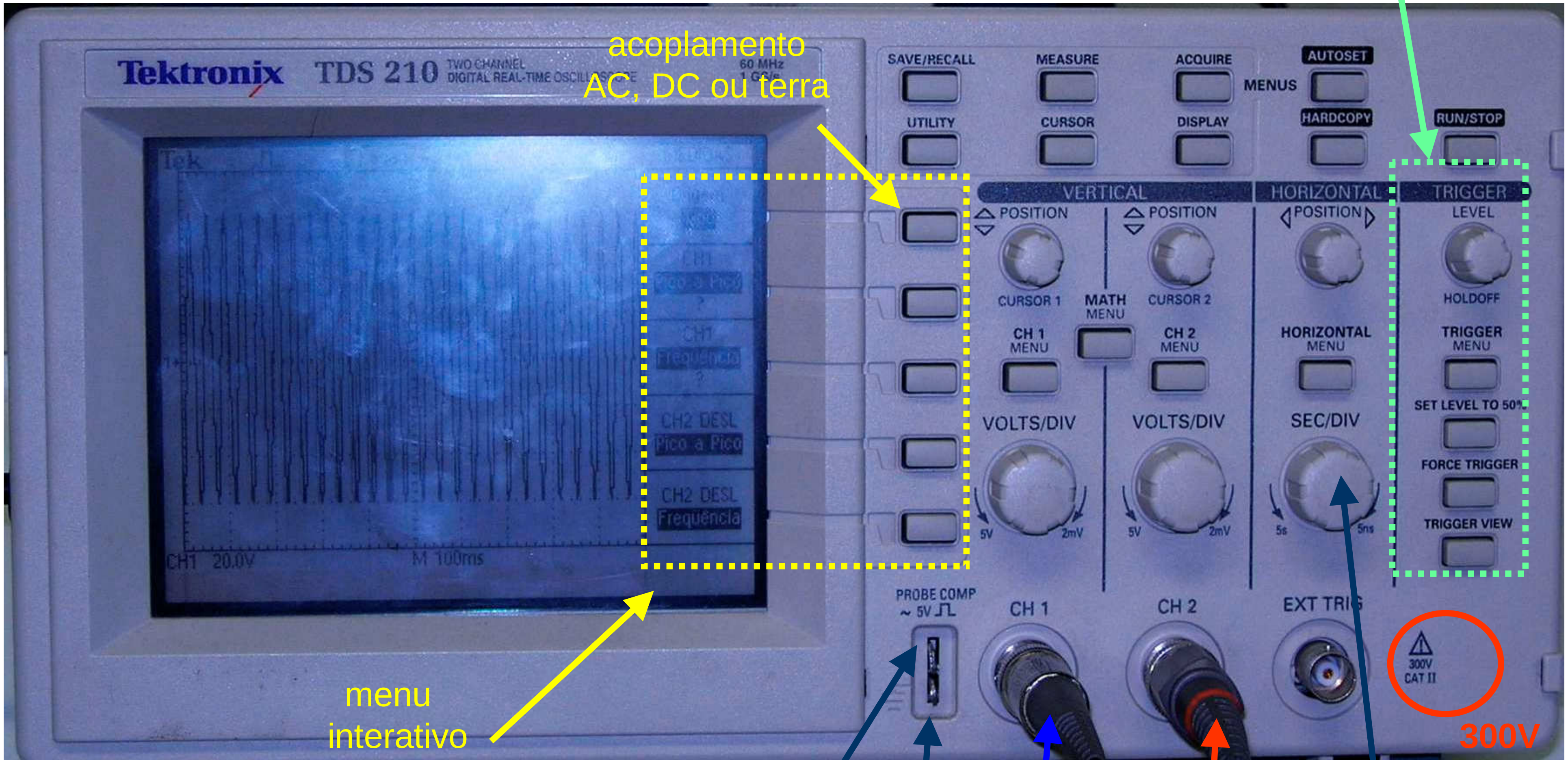
# Cuidados experimentais

- Instrumentos de medida
  - Osciloscópio
    - Canal 1 – Corrente no resistor (a partir da tensão no resistor)
    - Canal 2 – Tensão no elemento X
  - Cuidado com ruídos
    - Estimar incertezas na tensão e corrente a partir do nível de ruído



## Osciloscópio didático

gatilho (trigger)




referência
5V

terra

canal 1

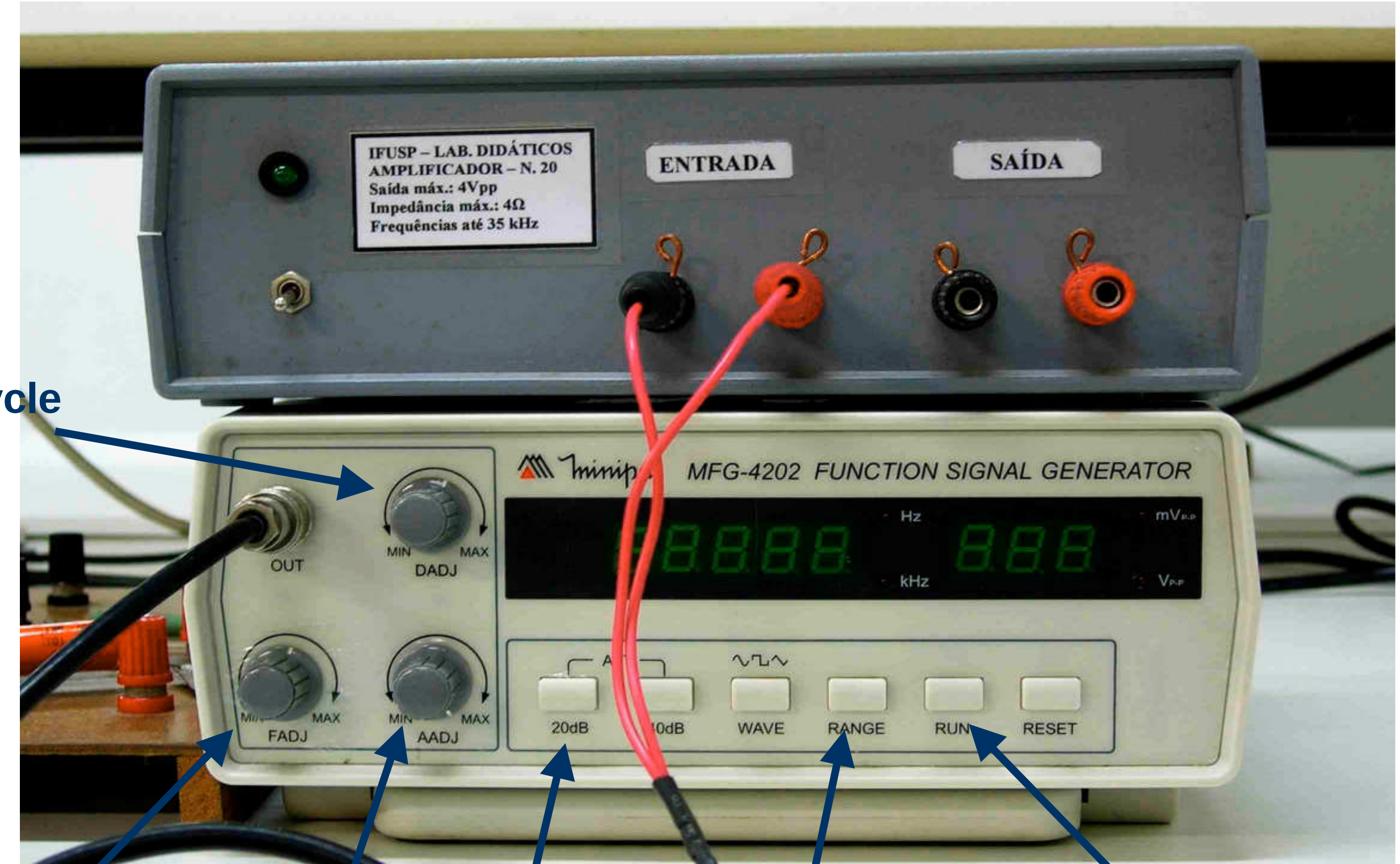
canal 2

varredura
(horizontal)

A ponta de prova tem atenuador
que pode ser alterado
(muda também a impedância)

M.H. Tabacniks, A. Suaide. IFUSP 2008

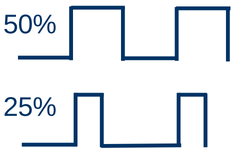
# Gerador de funções com amplificador casador de impedância




**Duty cycle ADJust**

50%

25%



**Frequency ADJust**

**Amplitude ADJust**

atenuador

**intervalo de frequências**

**Executa parâmetro**

M.H. Tabacniks, A. Suaide. IFUSP 2008

Bipolos

polo
central

Indutor


Resitor

Capacitor