



Instituto de Física - USP  
FGE0213 - Laboratório de Física III - LabFlex

Aula 8 - (Exp 2.5) - Filtro de Wien

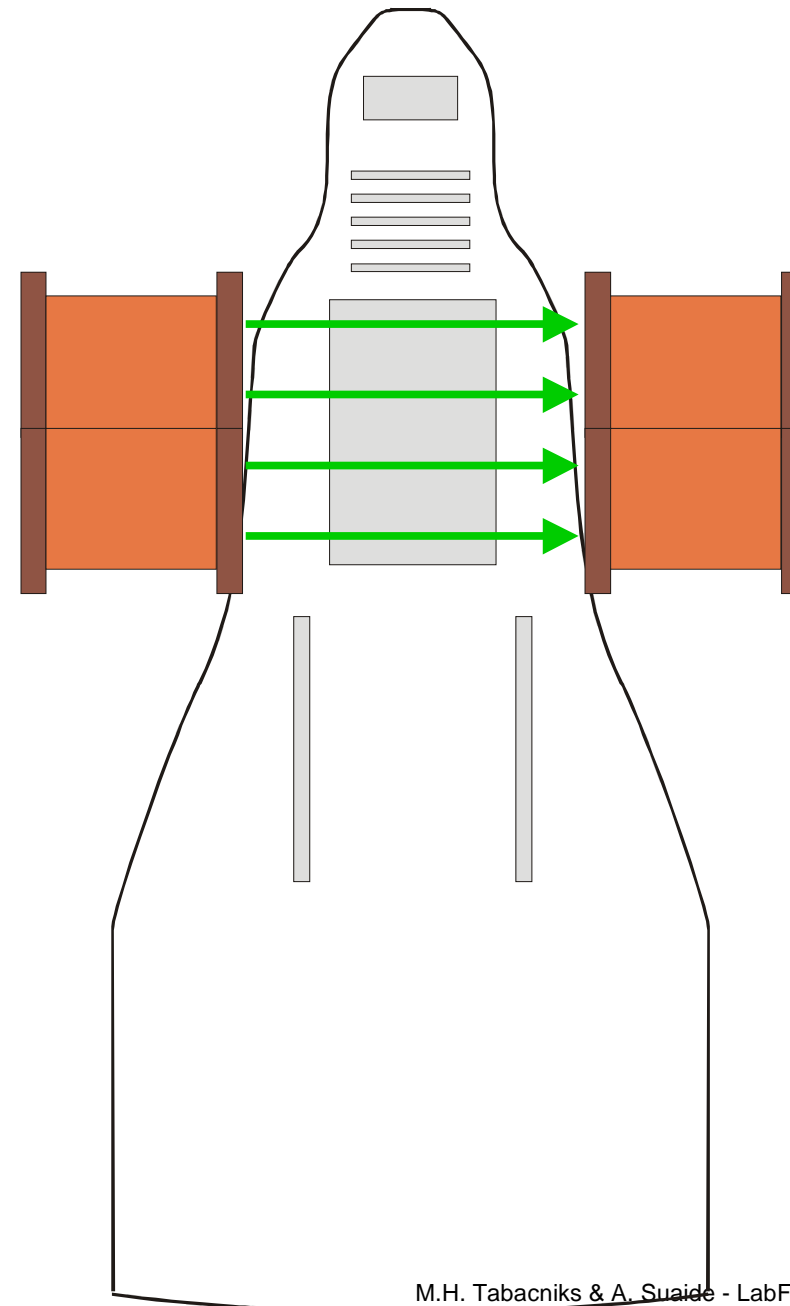
Campo magnético efetivo entre duas bobinas coaxiais

Alexandre Suaide  
Manfredo H. Tabacniks  
setembro 2007

# O nosso seletor de velocidades

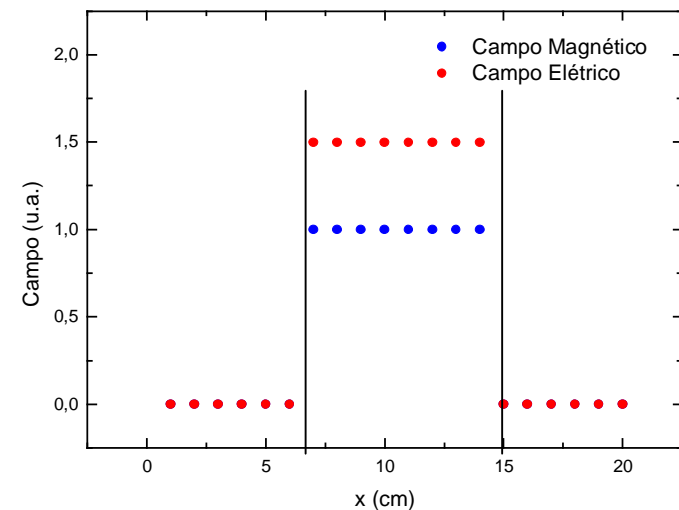
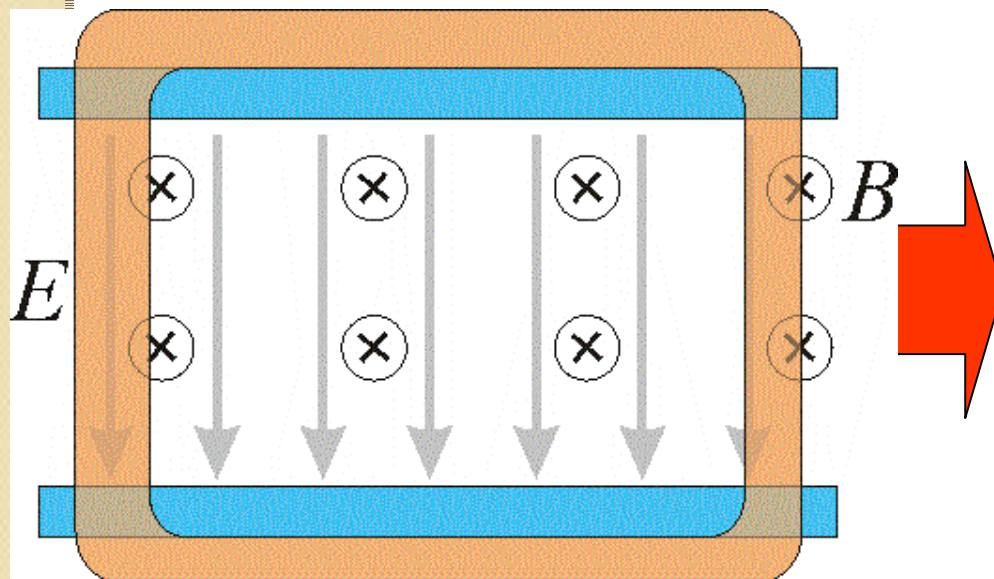
Tubo de raios catódicos para a parte de campo elétrico

Duas bobinas em série para fazer o campo magnético



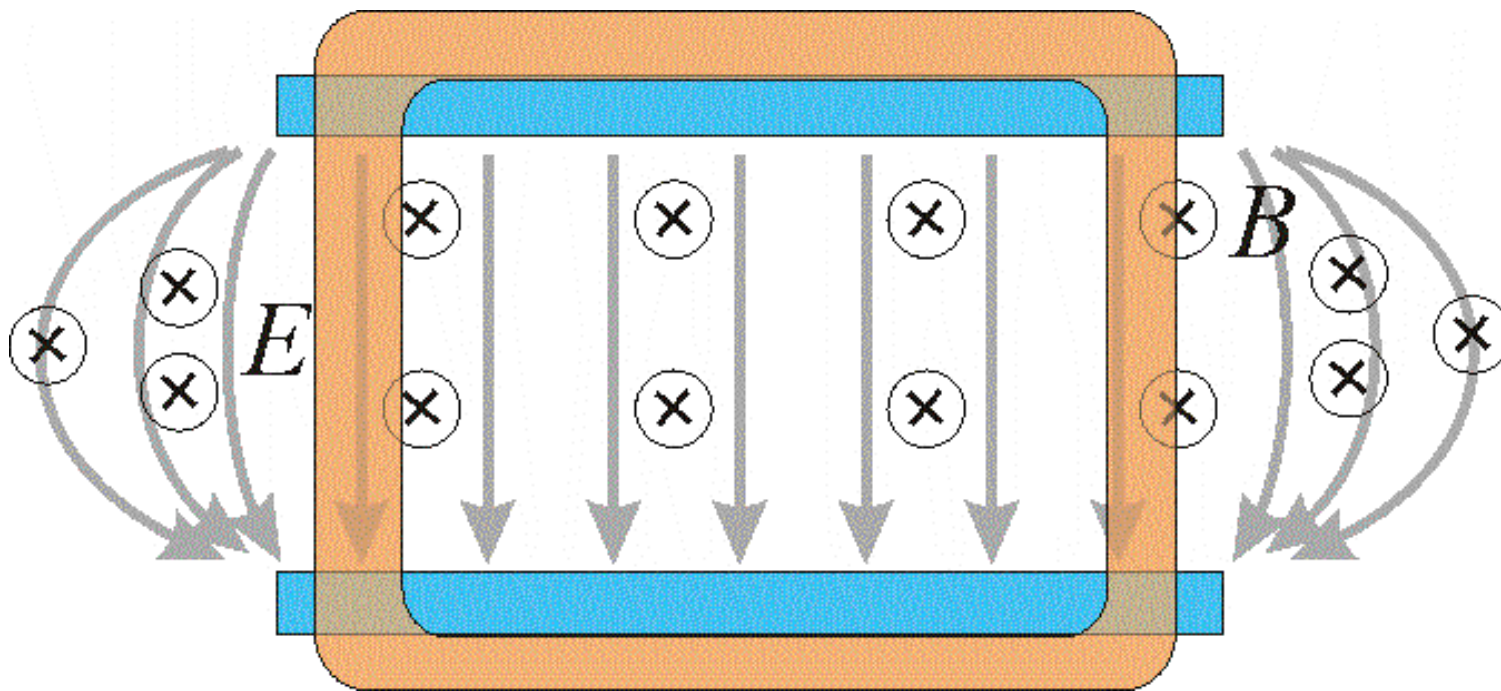
# O seletor de velocidades ideal

Equipamento composto de um campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares), uniformes, contantes e superpostos



# O seletor de velocidades real

Campos não ficam contidos na região das placas e das bobinas

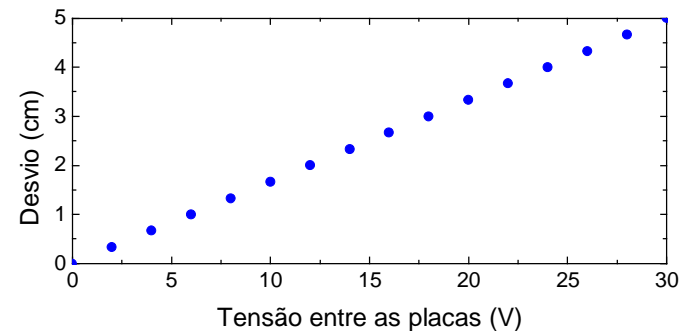
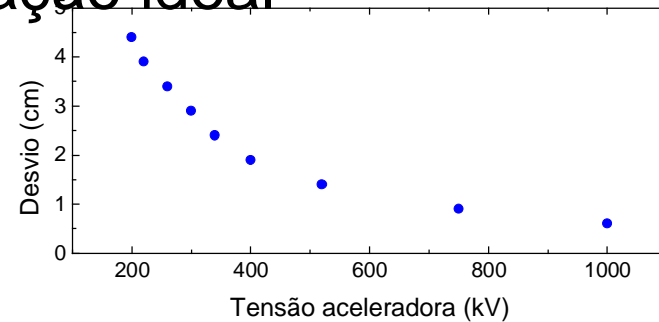


# Estudo do campo elétrico

Medidas experimentais indicaram que, dentro da precisão experimental, podemos aproximar o campo para uma configuração ideal

$$h = \left( \frac{eL_p}{m_e v_x^2} \frac{V_P}{d} \right) \left[ \frac{L_P}{2} + D_{ps} \right]$$

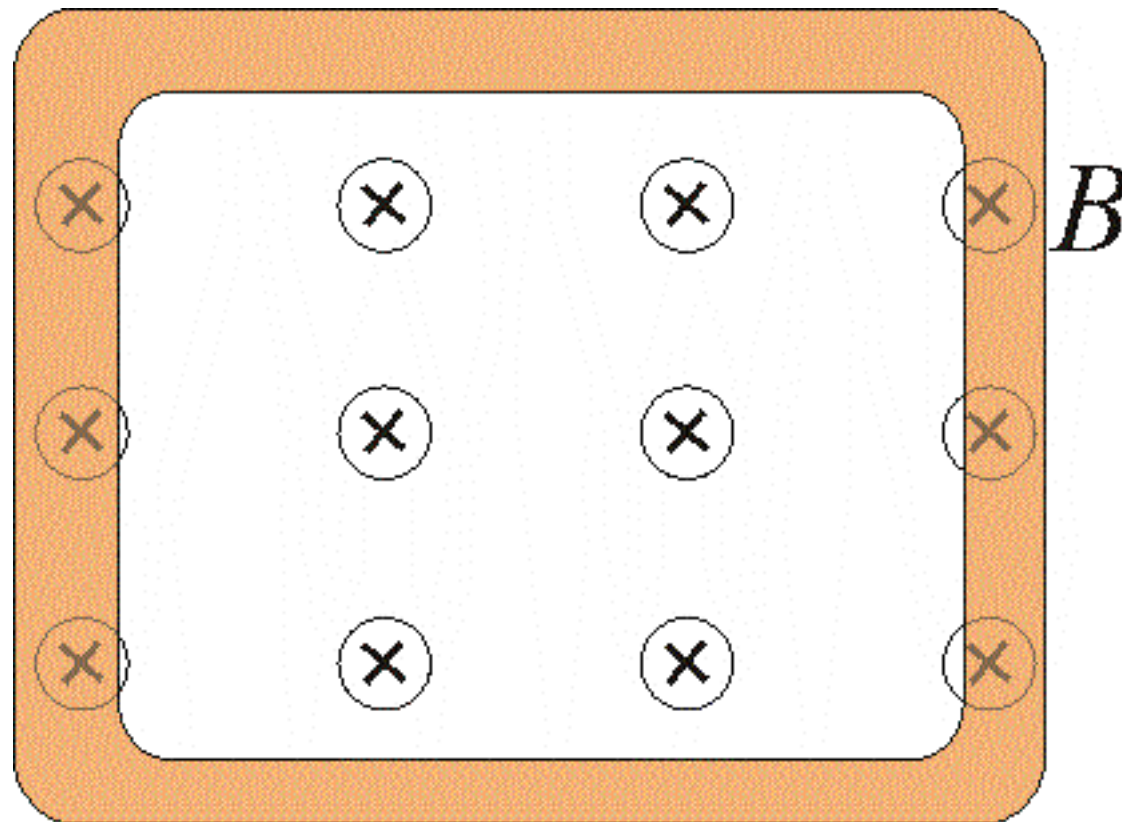
Obtivemos o tamanho e distância efetiva das placas



Podemos fazer o mesmo para o campo magnético?

# Modelo para o campo magnético

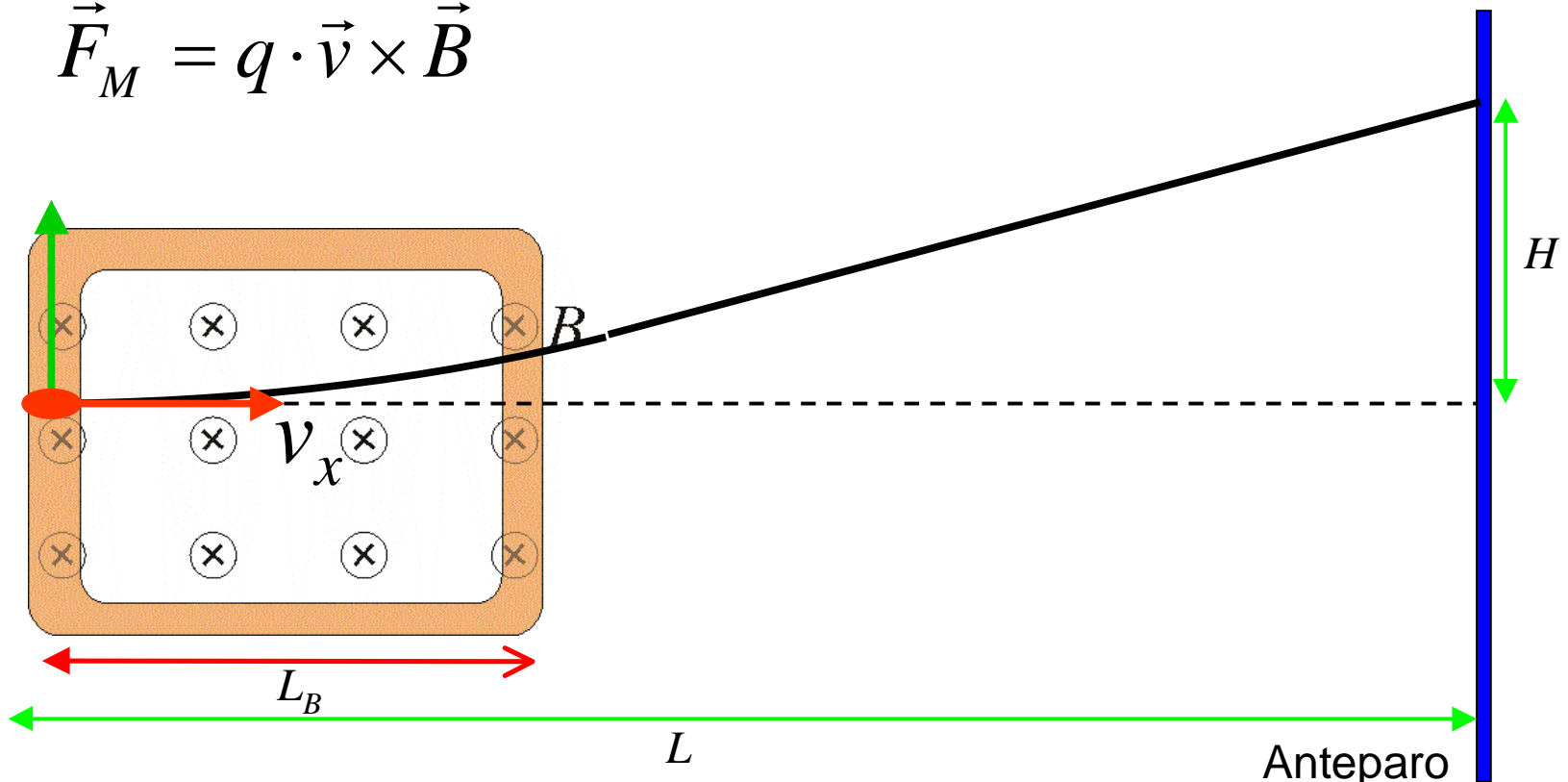
Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas



# Movimento de uma partícula neste campo idealizado


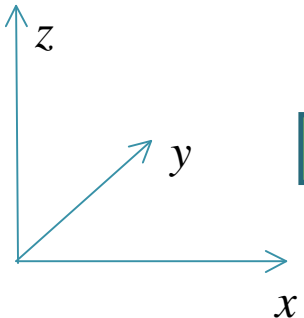

Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas

$$\vec{F}_M = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$




# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

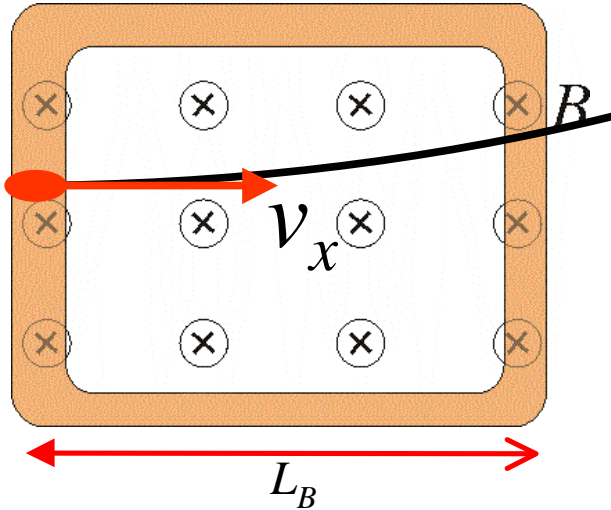
Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$\vec{F}_M = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$    

$\vec{v}_0 = (v_{0x}, 0, 0)$   
 $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$   
 $\vec{B} = (0, B, 0)$



$\vec{F}_M = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix}$

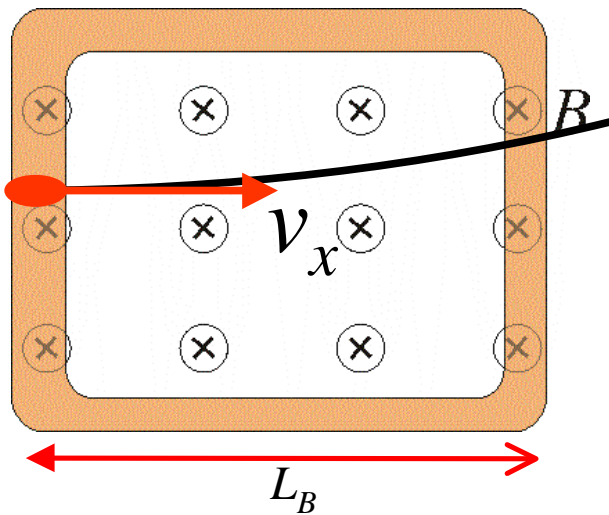




# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$\vec{F}_M = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = qB (v_x \hat{k} - v_z \hat{i}) \Rightarrow \begin{aligned} F_x &= -qBv_z \\ F_z &= qBv_x \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v_x &= -\omega v_z \\ \frac{d}{dt} v_z &= \omega v_x \end{aligned} \quad \omega = \frac{qB}{m}$$

# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$\frac{d}{dt} v_x = -\omega v_z$$

$$\frac{d}{dt} v_z = \omega v_x$$

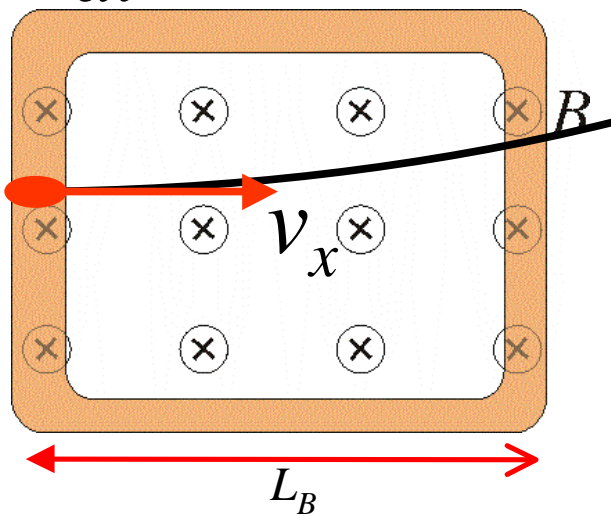


$$\frac{d^2}{dt^2} v_x = -\omega \frac{d}{dt} v_z$$

$$\frac{d}{dt} v_z = \omega v_x$$



$$\frac{d^2}{dt^2} v_x = -\omega^2 v_x$$



# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$\frac{d^2}{dt^2} v_x = -\omega^2 v_x$$



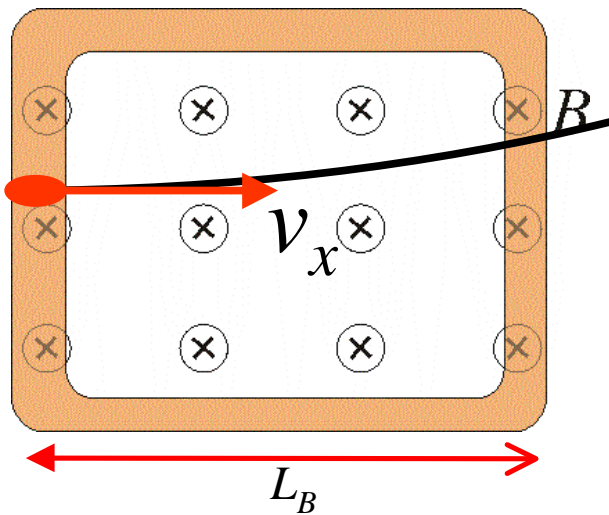
$$v_x = v_{0x} \cos(\omega t)$$



$$\frac{d}{dt} v_x = -\omega v_z$$



$$v_z = v_{0x} \sin(\omega t)$$



# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

Vamos resolver o movimento dentro da bobina

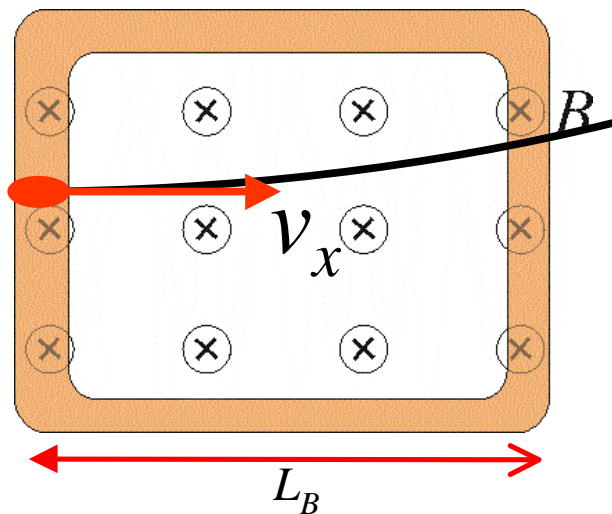
$$v_x = v_{0x} \cos(\omega t)$$

$$v_z = v_{0x} \sin(\omega t)$$



$$x = \frac{v_{0x}}{\omega} \sin(\omega t)$$

$$z = -\frac{v_{0x}}{\omega} \cos(\omega t)$$



Qual é a trajetória descrita por estas equações?

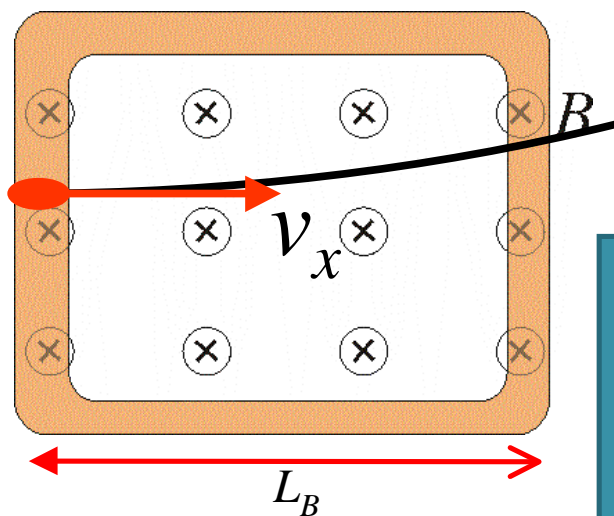
Vamos calcular, como se não soubesse a resposta, a grandeza  $z^2 + x^2$

# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$x^2 + z^2 = \left( \frac{v_{0x}}{\omega} \right)^2$$

Equação de uma circunferência de raio  $v_{0x}/\omega$



$$R = \frac{v_{0x}}{\omega} = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

O resultado é bastante intuitivo! Sendo a força magnética perpendicular à velocidade ela é centrípeta e a trajetória é “circular”

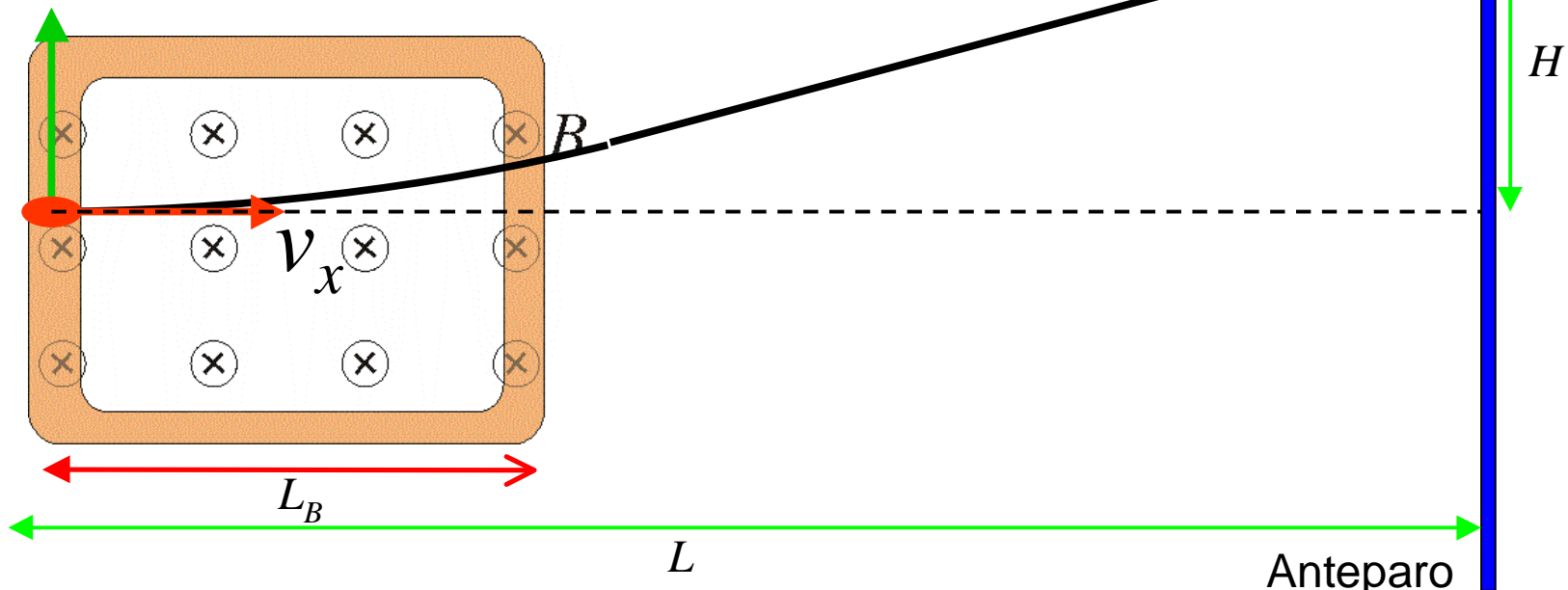
# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

Trajetória circular na região do campo magnético

$$R = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

Qual é o deslocamento  $H$  na tela do TRC?

Temos que usar geometria

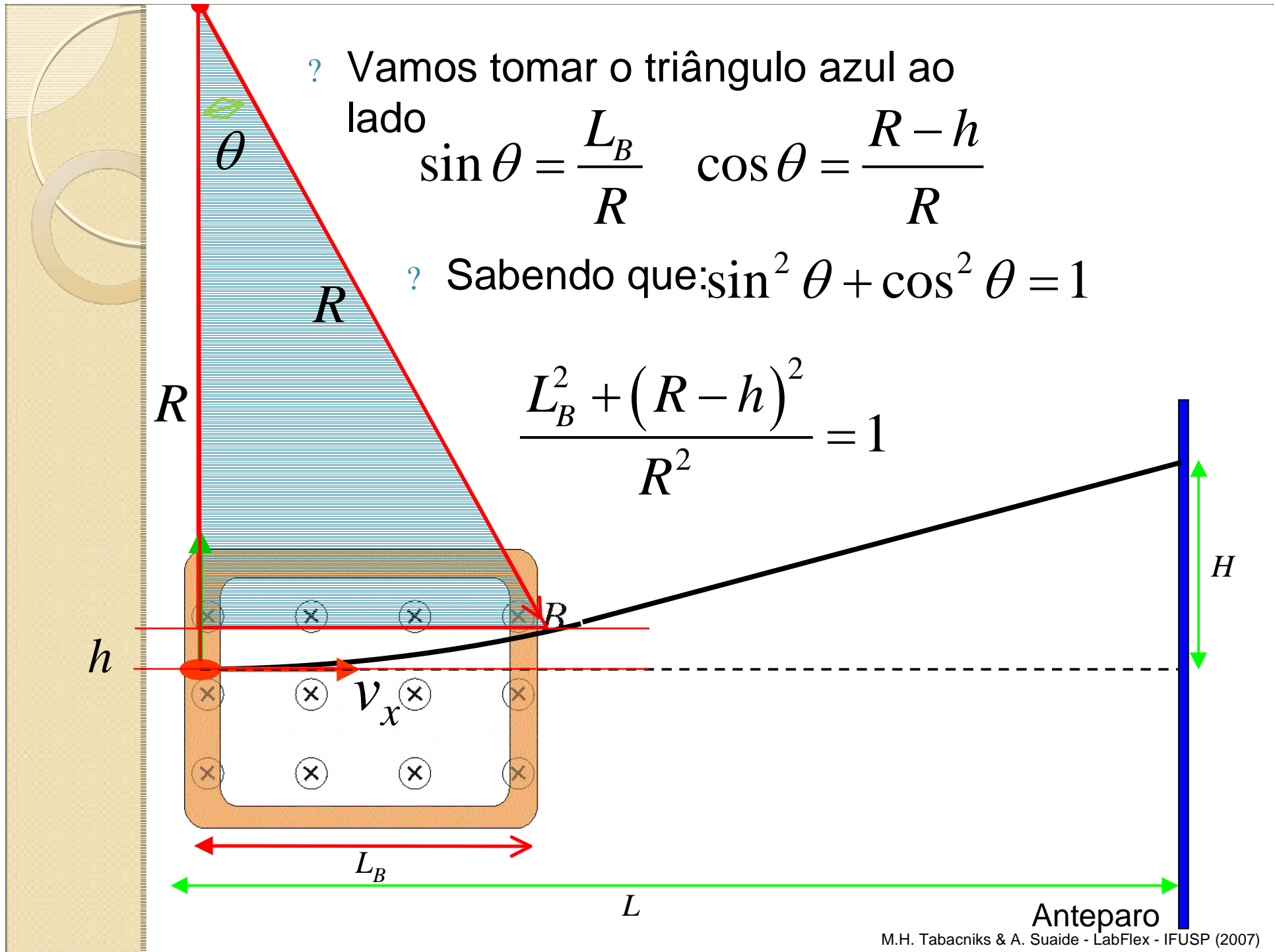


? Vamos tomar o triângulo azul ao lado

$$\sin \theta = \frac{L_B}{R} \quad \cos \theta = \frac{R-h}{R}$$

? Sabendo que:  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\frac{L_B^2 + (R-h)^2}{R^2} = 1$$



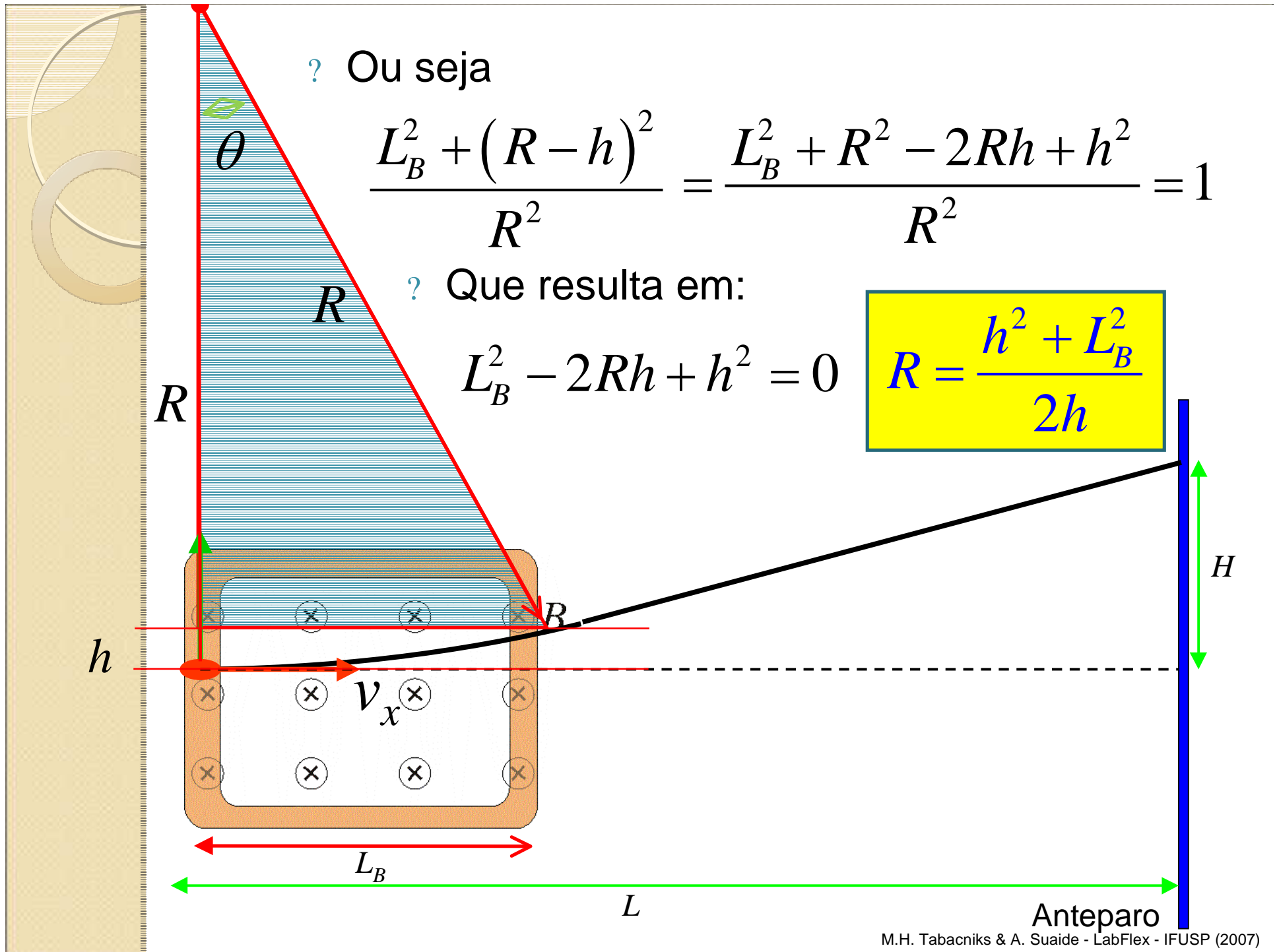
? Ou seja

$$\frac{L_B^2 + (R - h)^2}{R^2} = \frac{L_B^2 + R^2 - 2Rh + h^2}{R^2} = 1$$

? Que resulta em:

$$L_B^2 - 2Rh + h^2 = 0$$

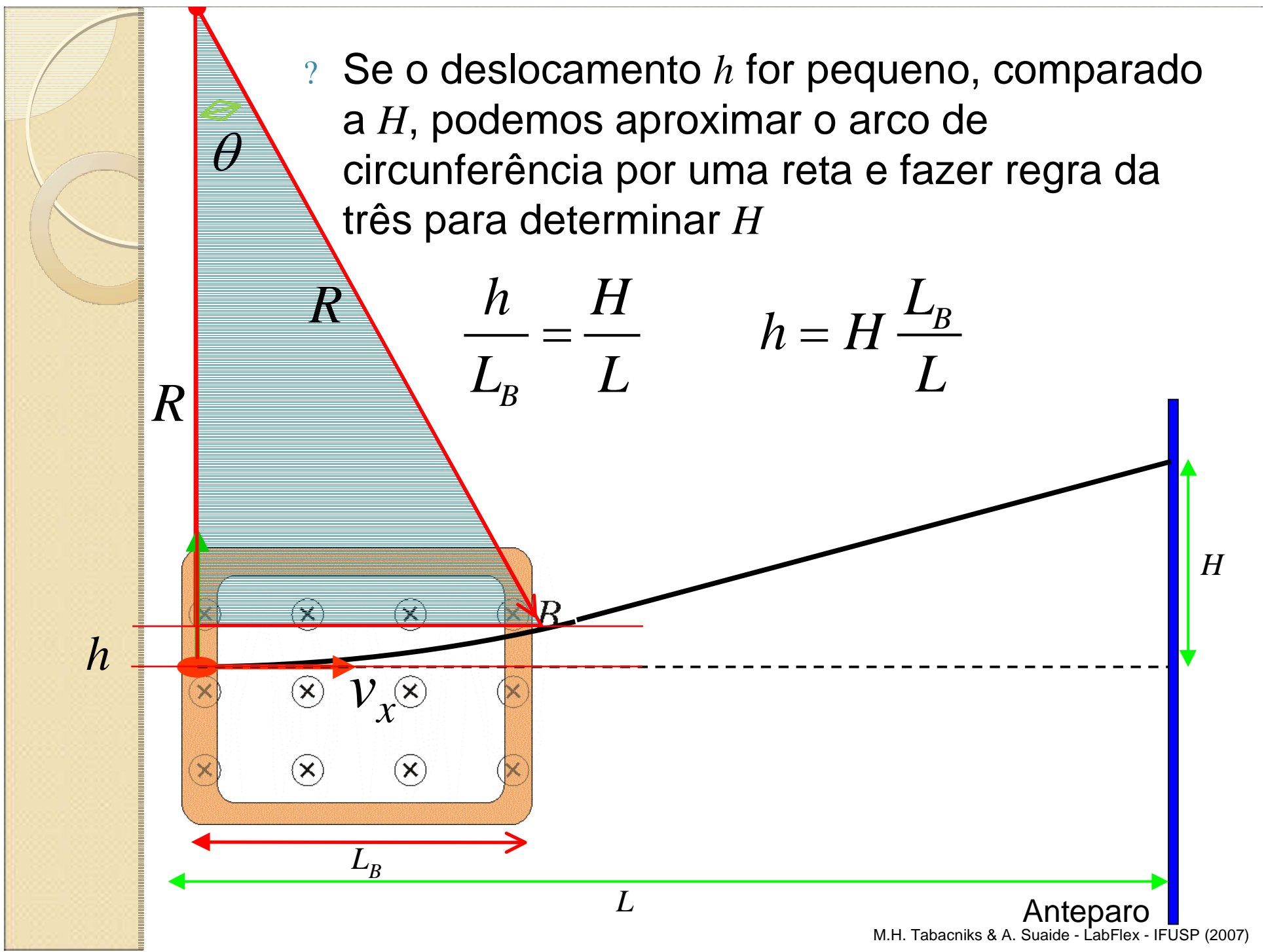
$$R = \frac{h^2 + L_B^2}{2h}$$





? Se o deslocamento  $h$  for pequeno, comparado a  $H$ , podemos aproximar o arco de circunferência por uma reta e fazer regra de três para determinar  $H$

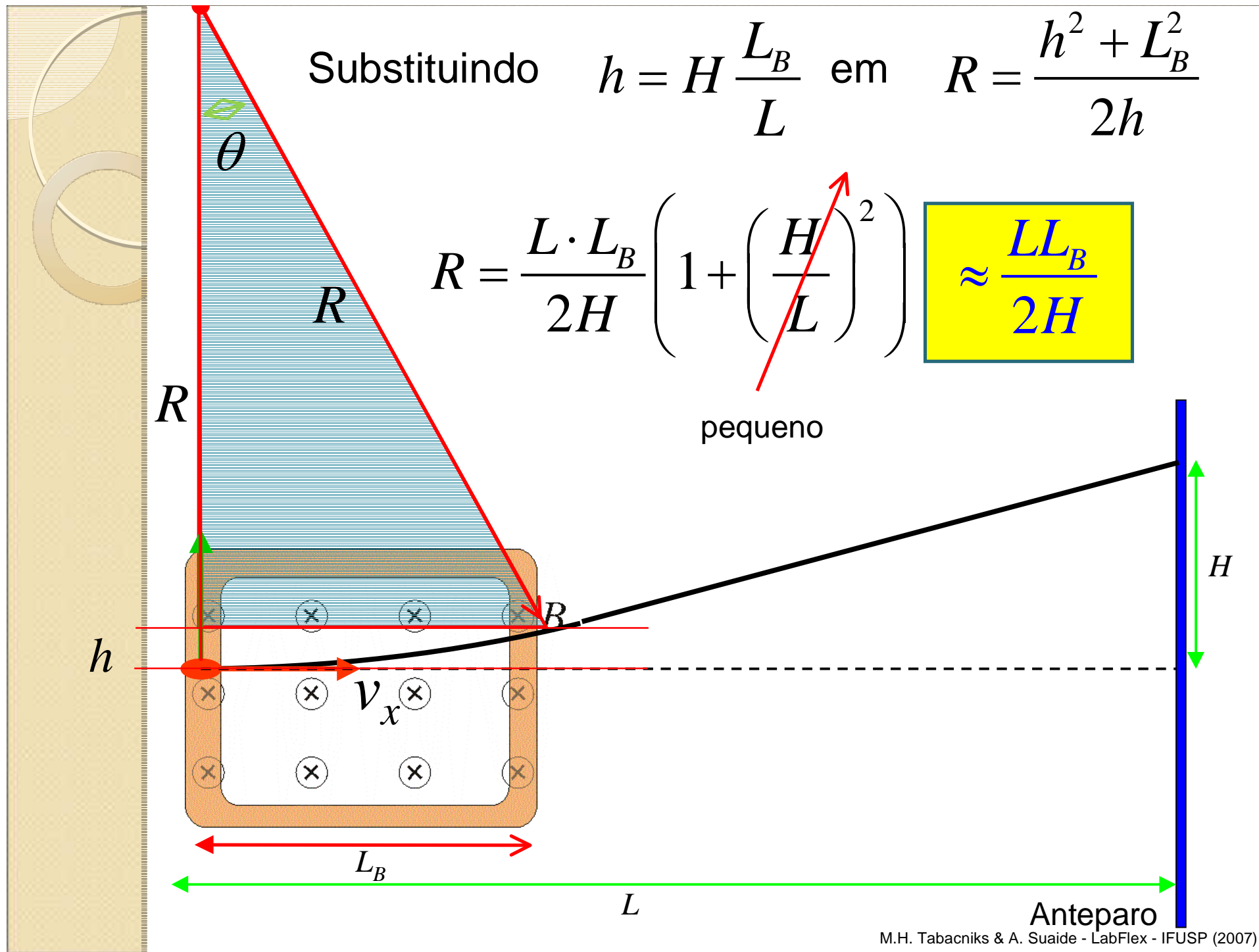
$$\frac{h}{L_B} = \frac{H}{L} \quad h = H \frac{L_B}{L}$$



Substituindo  $h = H \frac{L_B}{L}$  em  $R = \frac{h^2 + L_B^2}{2h}$

$$R = \frac{L \cdot L_B}{2H} \left( 1 + \left( \frac{H}{L} \right)^2 \right) \approx \frac{LL_B}{2H}$$

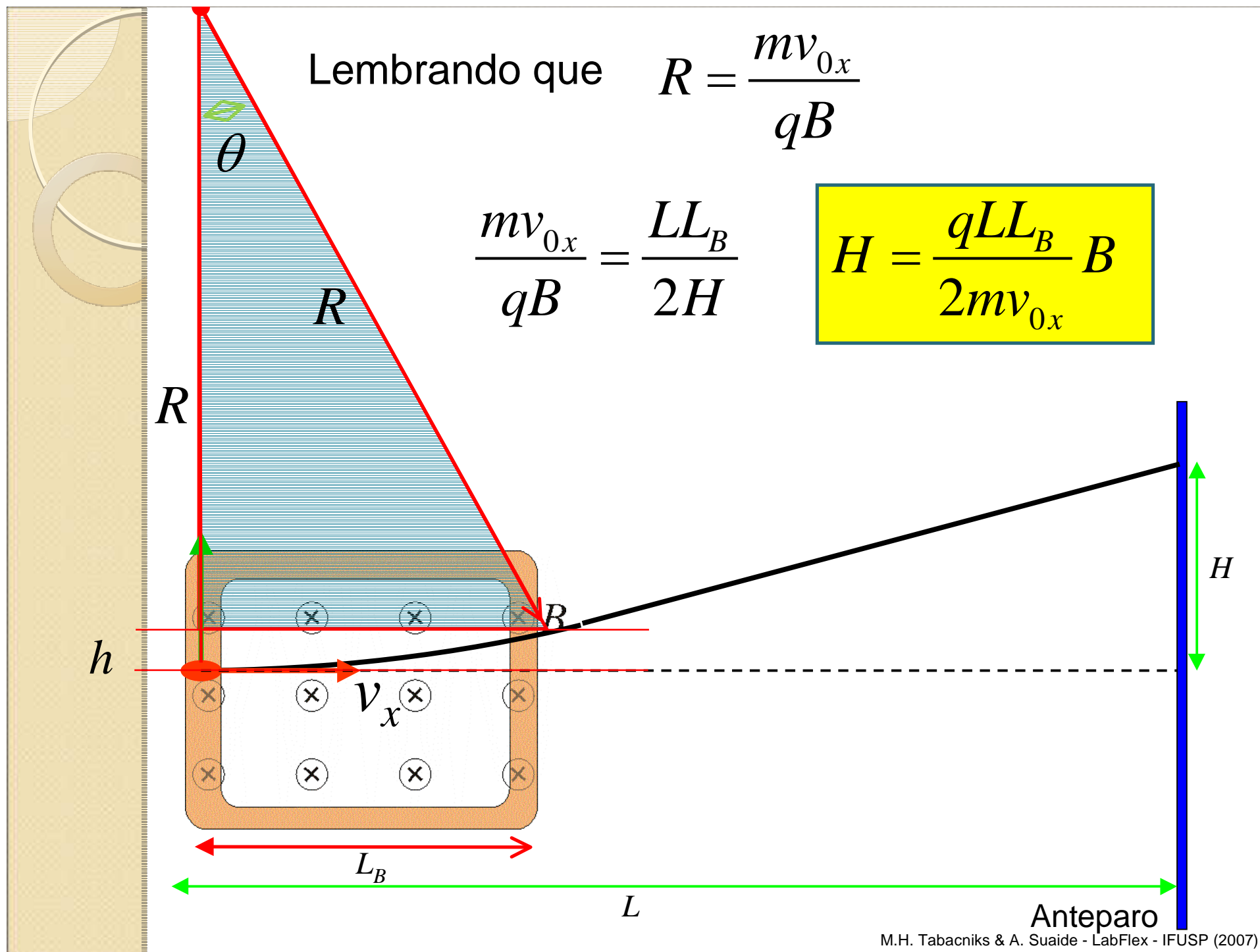
pequeno



Lembrando que  $R = \frac{mv_{0x}}{qB}$

$$\frac{mv_{0x}}{qB} = \frac{LL_B}{2H}$$

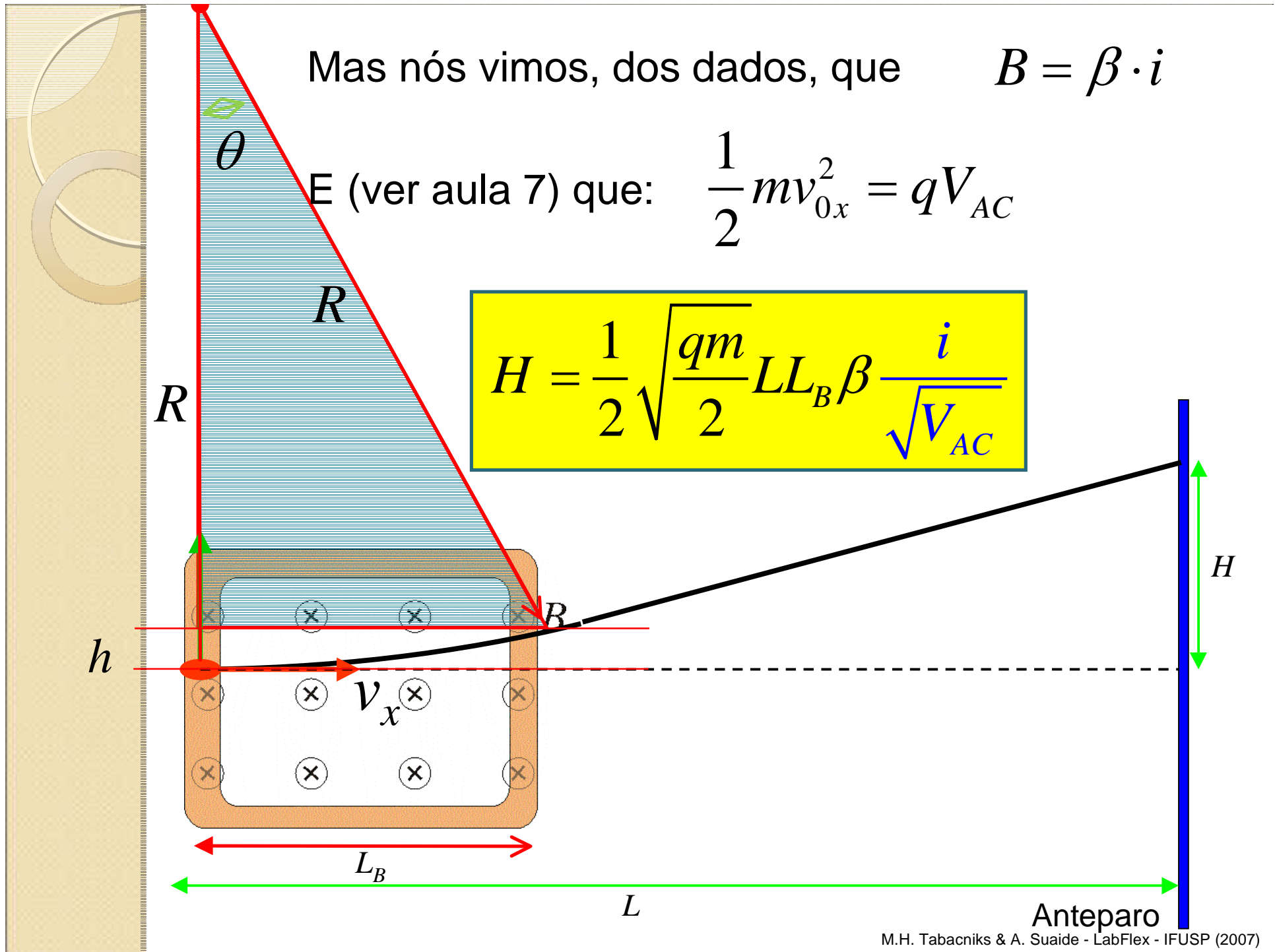
$$H = \frac{qLL_B}{2mv_{0x}} B$$



Mas nós vimos, dos dados, que  $B = \beta \cdot i$

E (ver aula 7) que:  $\frac{1}{2}mv_{0x}^2 = qV_{AC}$

$$H = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{qm}{2}} LL_B \beta \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$



# Objetivos da semana


- ? Testar a aproximação teórica de campo constante, ou seja, testar que:

$$H = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{qm}{2}} LL_B \beta \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$

- $H$  depende linearmente da corrente
  - $H$  depende do inverso da raiz da tensão de aceleração
- ? Sabendo a constante  $\beta$  que relaciona a corrente com o campo, determinar o comprimento efetivo da bobina ( $L_B$ ) através dos ajustes dos dados

# Tarefas mínimas a serem entregues

- Campo magnético simulado no qfield e superposto aos dados obtidos
  - Principalmente para  $B_T$  em função de  $x$
- Gráfico de  $H$  em função da corrente com ajuste apropriado segundo modelo teórico
- Gráfico de  $H$  em função da tensão de aceleração com ajuste e escala apropriada segundo o modelo teórico
- Comprimento efetivo da bobina (  $L_B$  ) através dos ajustes efetuados e dos dados da semana passada.



## Programas para simulação de campos vetoriais por elementos finitos

**Qfield:** <http://www.quickfield.com/>

Versão 5.5 para windows limitado para 255 pontos

Versão DOS (500 pontos) disponível no labdid.

**FEMM:** Finite Element Method Magnetics. Is a finite element package for solving 2D planar and axisymmetric problems in low frequency magnetics and electrostatics. The program runs under runs under Windows 95, 98, ME, NT, 2000 and XP. The program can be obtained via the FEMM home page at <http://femm.foster-miller.com>.

## Magnetostática

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\mu = \frac{B}{H(B)} \quad \text{material não linear}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu(B)} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J}$$

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 \vec{A} = \vec{J}$$

Em problemas planares 2D, axisimétricos, duas componentes de  $\vec{A}$  são nulas. Resta apenas a componente perpendicular ao plano (da página).



# Solução de um problema por elementos finitos

Criar um “novo” problema: [abrir um novo projeto](#)

Especificar os parâmetros: [magnetostática, plano, axisimétrico, materiais, etc..](#)

Definir a geometria do contorno: [definir nós, conectar nós em figuras, atribuir labels, definir propriedades](#)

Definir a geometria dos elementos: [definir nós, conectar nós em figuras, atribuir labels, definir propriedades](#)

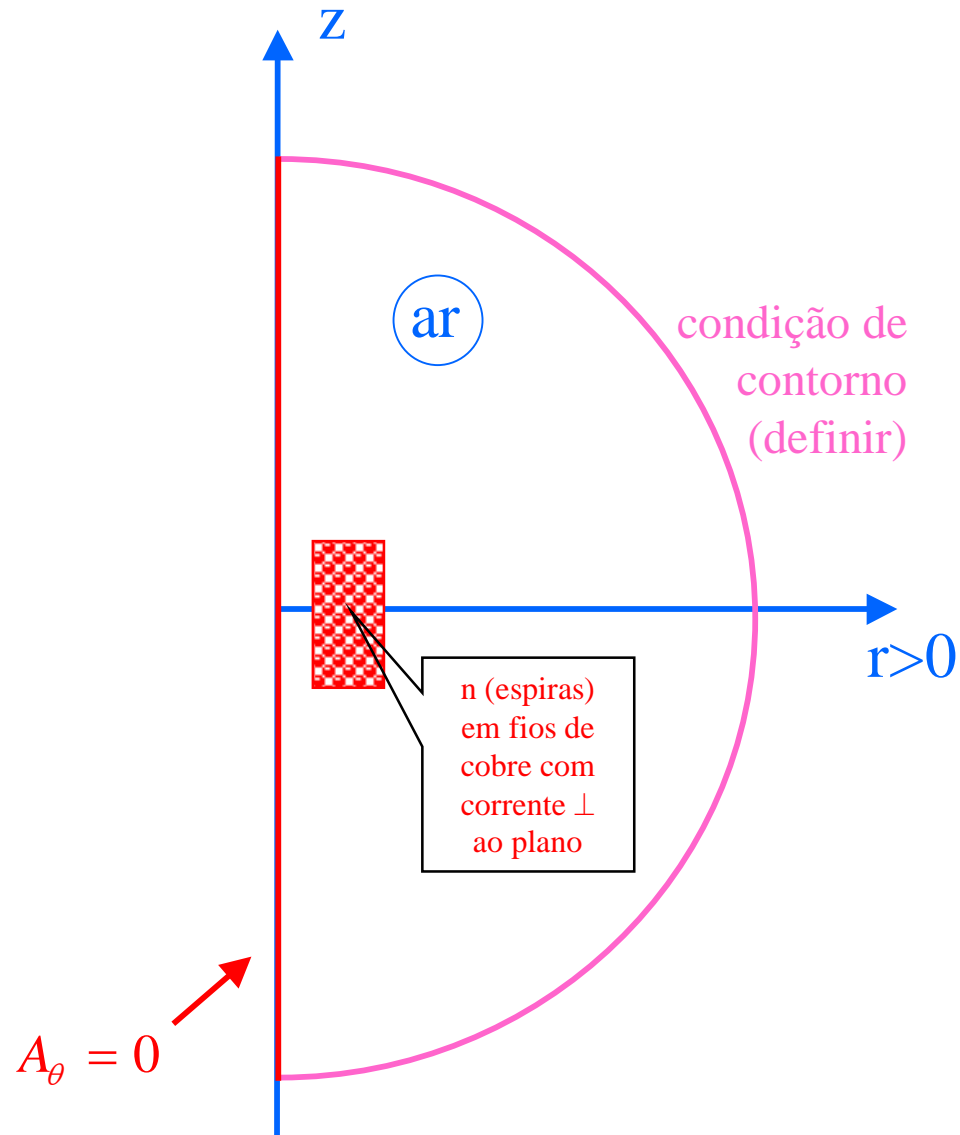
Definir propriedades volumétricas e de contorno: [materiais, corrente elétrica, etc.](#)

Definir (ou aceitar) a rede: [qfield limitado em 500 \(255\) pontos. Variar o tamanho da rede para otimizar o desenho e respeitar a limitação.](#)

Calcular a solução.

Determinar resultados de interesse: [campo ao longo de um segmento, etc..](#)

# Bobina cilíndrica: um problema axisimétrico



# Duas bobinas cilíndricas: um problema axisimétrico

