Instituto de Física - USP

FGE0213 - Laboratório de Física III - LabFlex

Aula 10 - (Exp 2.6) - Filtro de Wien

Juntando as partes

Atenção.
A notação algébrica neste texto foi revista para manter a coerência nas deduções. Podem haver diferenças em relação aos textos anteriores.

Manfredo H. Tabacniks
Alexandre Suaide
outubro 2007

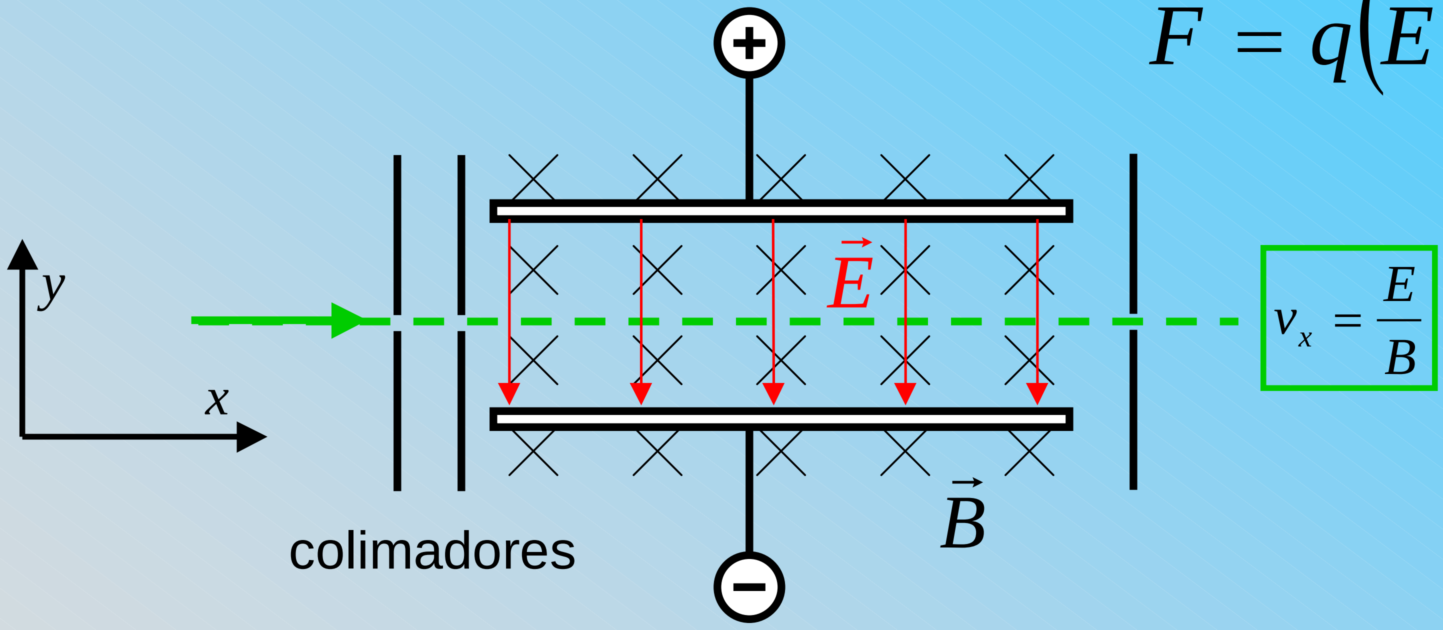
Resumo do experimento

- Aula 2.1 - Enteder o campo elétrico. Medir o campo elétrico gerado e comparar com previsões teóricas. Quão próximo está o experimento de uma situação de campo ideal (uniforme)
- Aula 2.2 - Entender a geração das partículas (elétrons) e como elas se movimentam no campo elétrico estudado na aula anterior.
- Aula 2.3 - Modelo do tubo de raios Catódicos. Medida do campo de fluxo magnético local
- Aula 2.4 - Fluxo magnético entre duas bobinas coaxiais.
- Aula 2.5 - Fluxo magnético efetivo entre duas bobinas coaxiais.
- Aula 2.6 - Movimento das partículas no campo EM. Resolução do filtro de Wien
- Aulas 2.7 - Aplicações. Relatório.

Objetivos

Estudar e modelar um filtro de velocidades ***E*** x ***B*** **(Filtro de Wien)**

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$



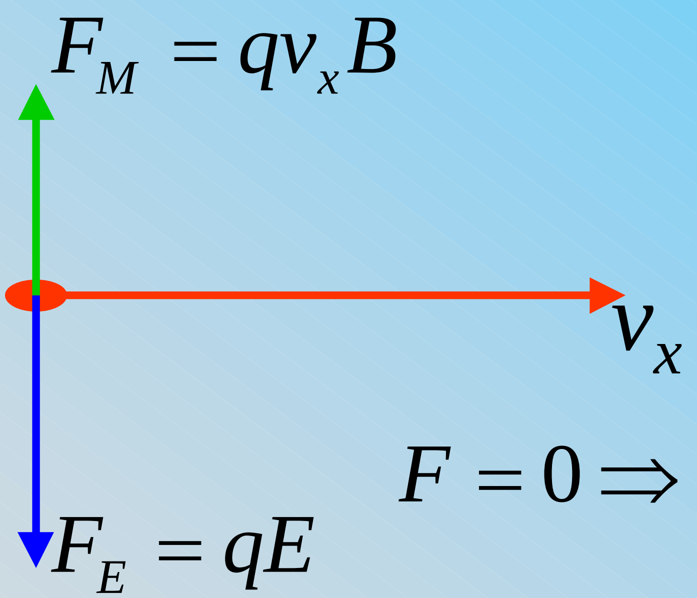
- Modelar o campo elétrico entre 2 placas de um osciloscópio
- Modelar o fluxo magnético gerado por duas bobinas externas
- Construir e calibrar um seletor de velocidades

Movimento de uma partícula em um seletor de velocidades

Força resultante

$$F_y = q(v_x B - E)$$

Partícula não sofre desvio se



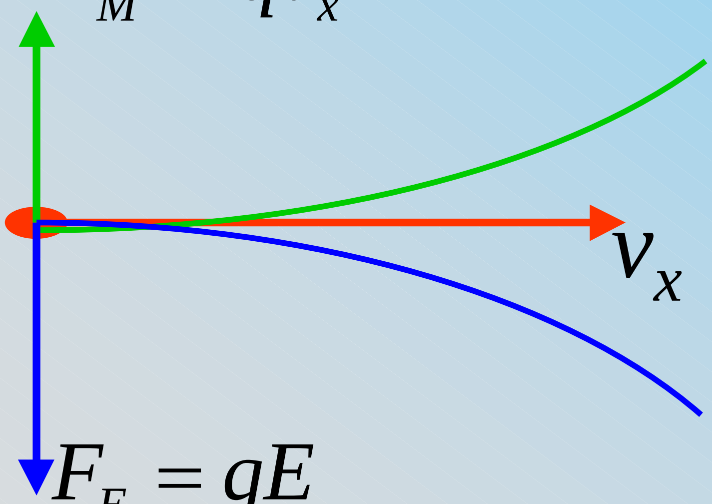
$$F = 0 \Rightarrow v_x = \frac{E}{B}$$

Movimento de uma partícula em um seletor de velocidades

Condição para não desviar

$$F = 0 \Rightarrow v_x = \frac{E}{B}$$

$$F_M = qv_xB$$



$$F_E = qE$$

Desvio //(-E) se $\quad v_x > \dfrac{E}{B}$

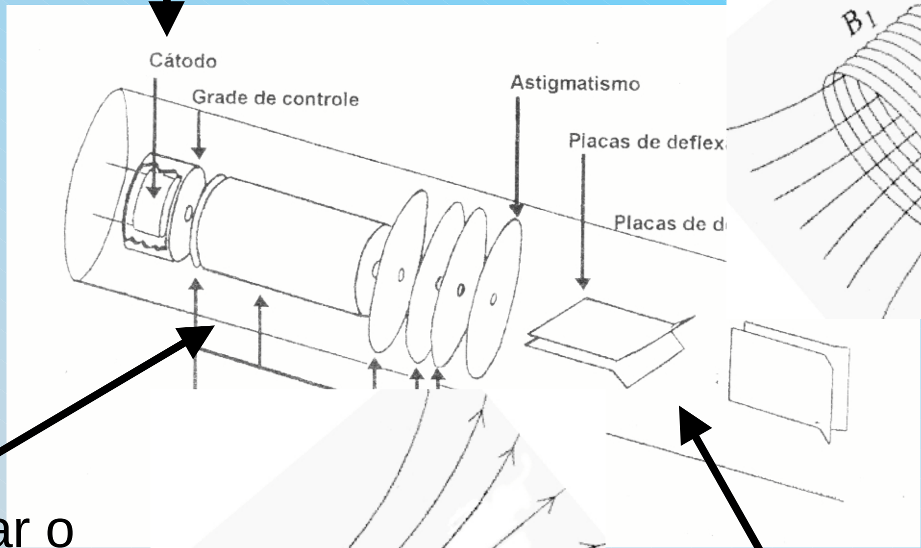
Desvio //E se $\quad v_x < \dfrac{E}{B}$

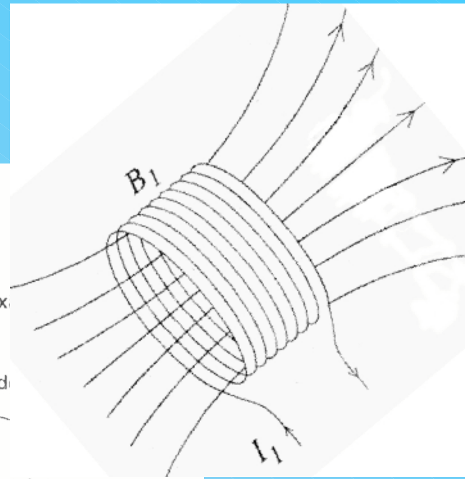
Seletor de velocidades usando um tubo de raios catódicos

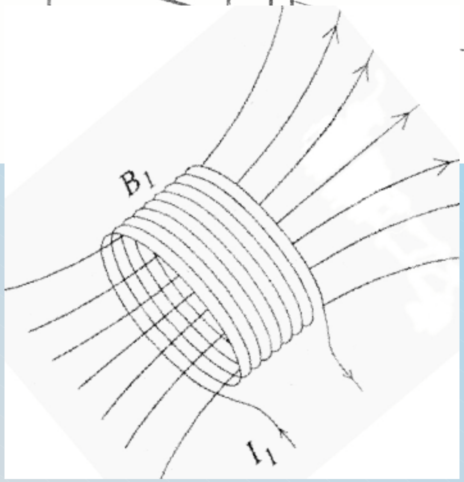
fonte de elétrons
(filamento)

Bobina

tubo de raios
catódicos





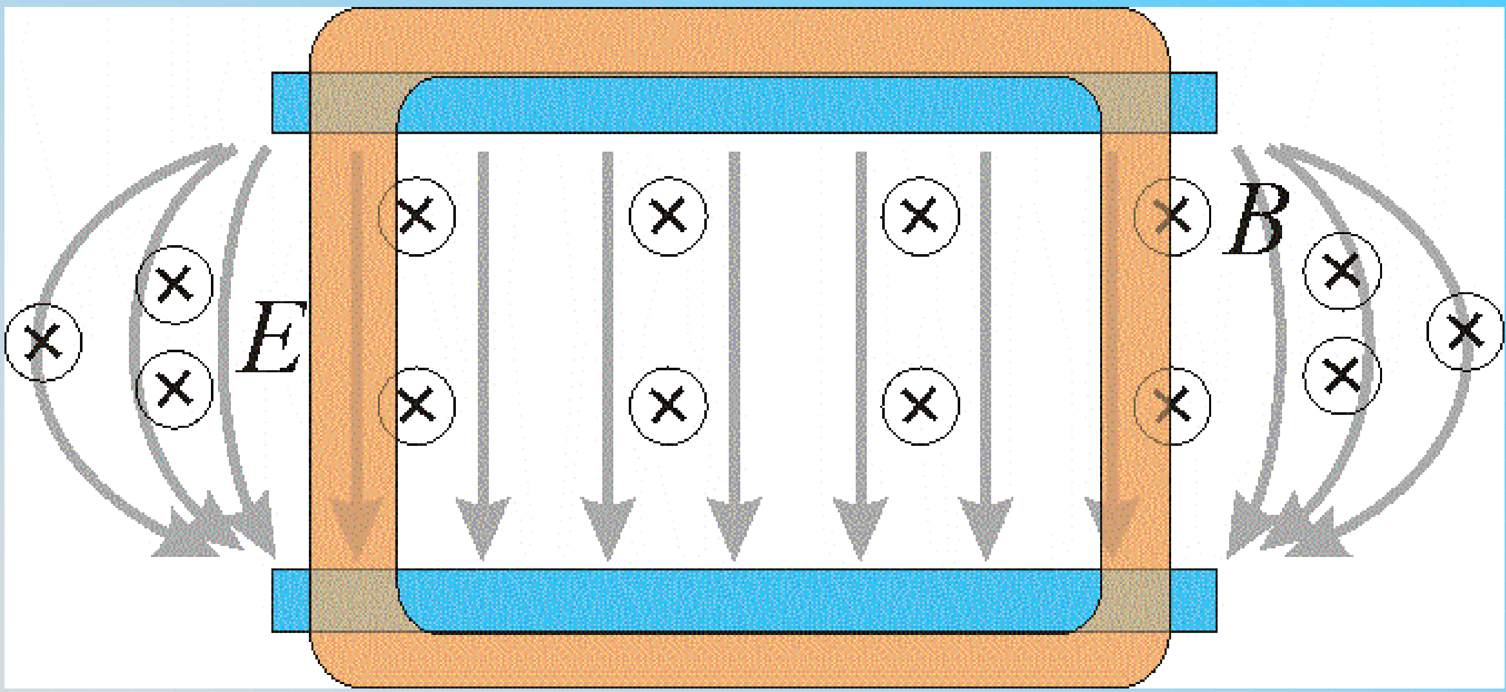


lentes para focar o
feixe de elétrons

placas
defletoras

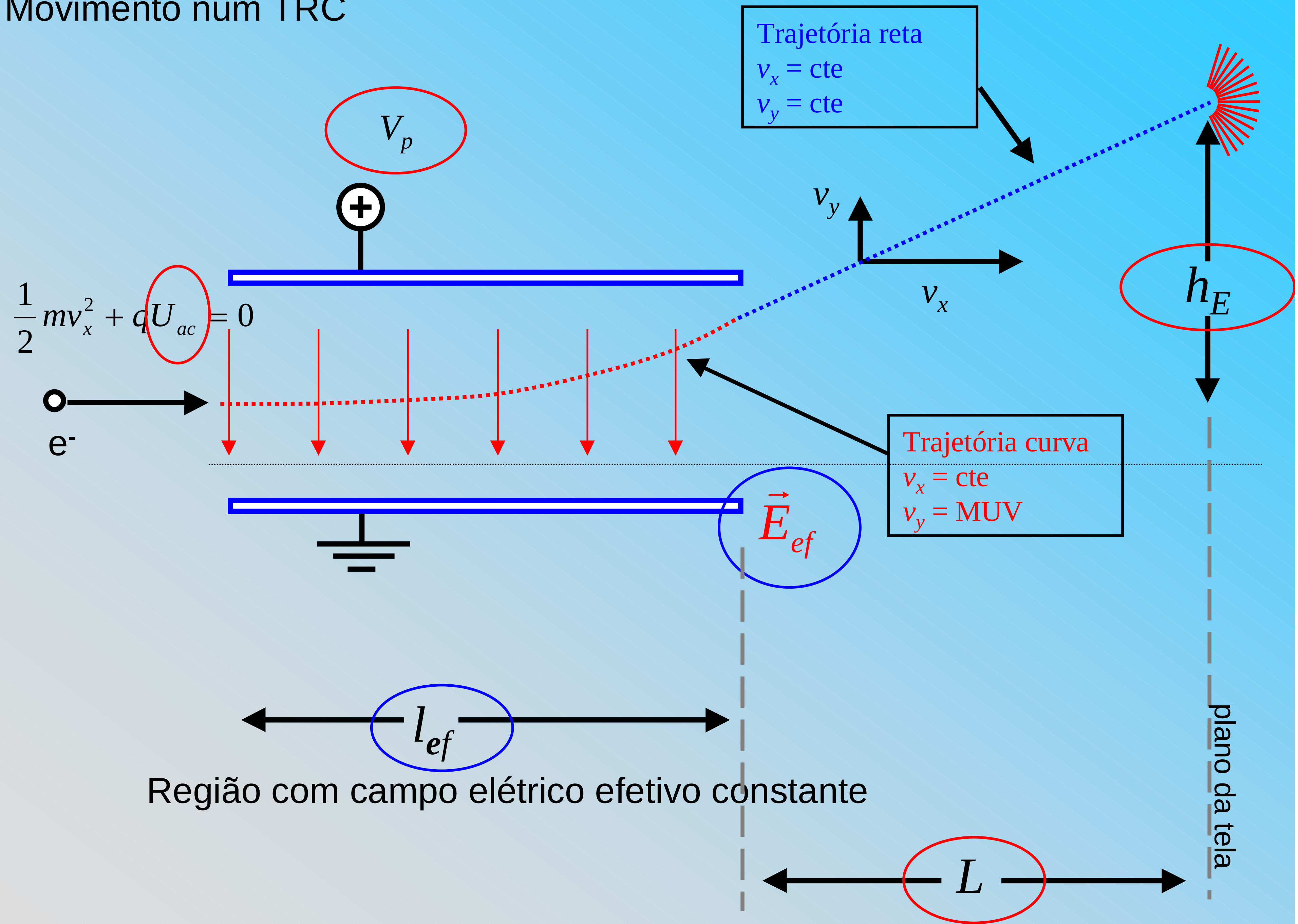
Seletor de velocidades usando um tubo de raios catódicos

Campos excedem a região das placas e das bobinas:
➔ *comprimento efetivo*

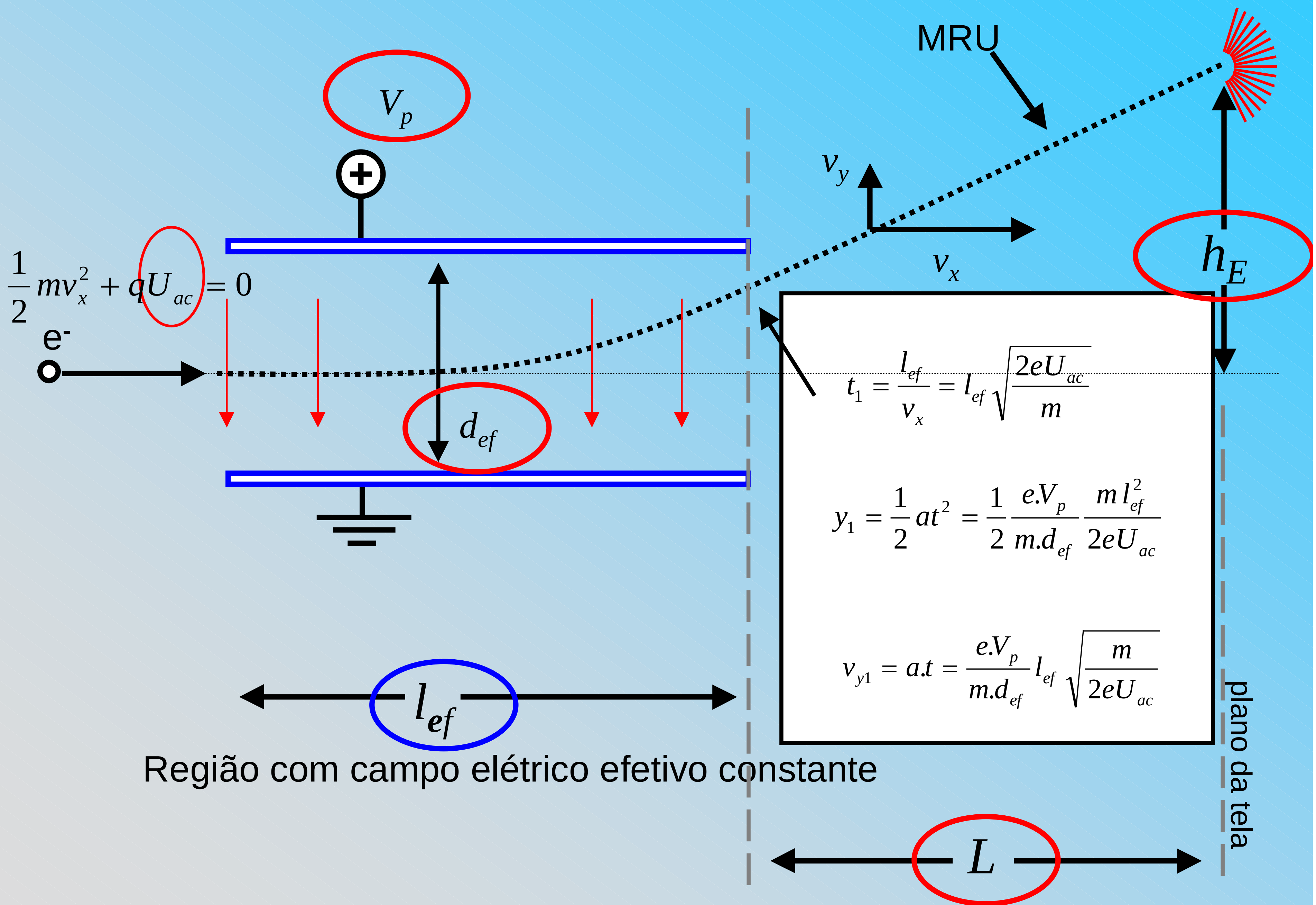


L_{Bef}

Movimento num TRC



Movimento num TRC



$$\frac{1}{2}mv_x^2 + qU_{ac} = 0$$

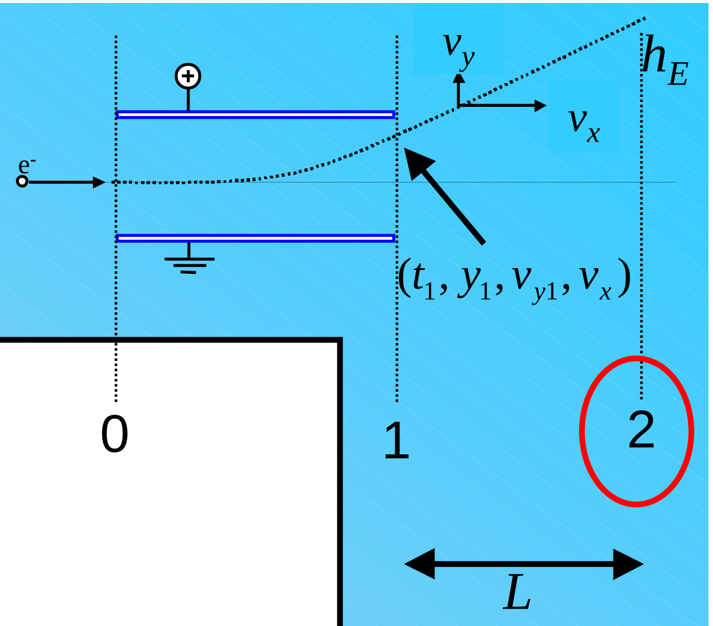
$$t_1 = \frac{l_{ef}}{v_x} = l_{ef}\sqrt{\frac{2eU_{ac}}{m}}$$

$$y_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{e.V_p}{m.d_{ef}}\frac{m\,l_{ef}^2}{2eU_{ac}}$$

$$v_{y1} = a.t = \frac{e.V_p}{m.d_{ef}}\,l_{ef}\sqrt{\frac{m}{2eU_{ac}}}$$

Região com campo elétrico efetivo constante

Da placa à tela temos um movimento uniforme



$$y_1 = \frac{1}{2}\frac{l_{ef}^2}{d_{ef}}\frac{V_p}{2U_{ac}}$$

$$v_{y1} = \sqrt{\frac{e}{m}}\frac{l_{ef}}{d_{ef}}\frac{V_p}{\sqrt{2U_{ac}}}$$

$$v_x = \sqrt{\frac{2eU_{ac}}{m}}$$

$$h_E = y_2 = y_1 + v_{y1}.t_{1,2}$$

$$t_{1,2} = \frac{L}{v_x} = L\sqrt{\frac{m}{2eU_{ac}}}$$

$$h_E = \frac{1}{2}\frac{l_{ef}^2}{d_{ef}}\frac{V_p}{2U_{ac}} + \frac{eV_p}{md_{ef}} l_{ef}\sqrt{\frac{m}{2eU_{ac}}}.L\sqrt{\frac{m}{2eU_{ac}}}$$

$$h_E = \frac{l_{ef}}{2d_{ef}}\frac{V_p}{U_{ac}}\left(\frac{l_{ef}}{2} + L\right)$$

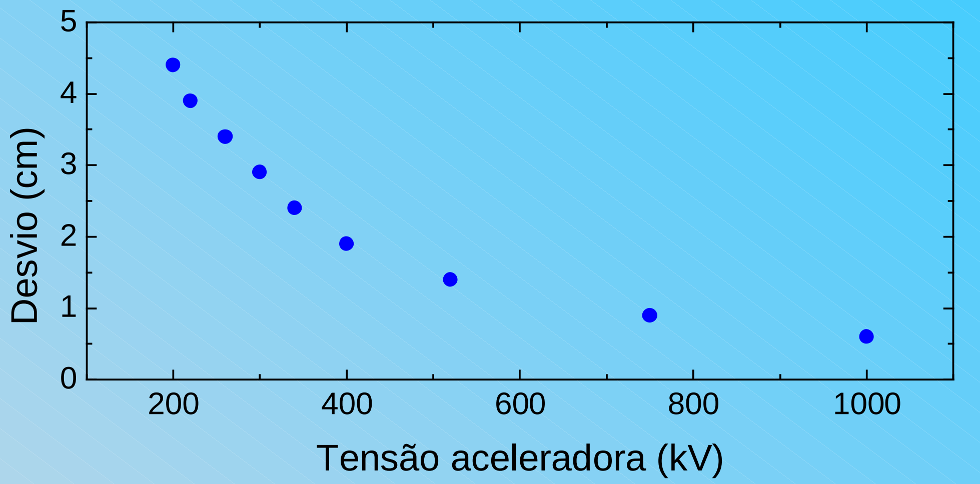
Função de $\mathbf{l_{ef}}$ *e* $\mathbf{d_{ef}}$

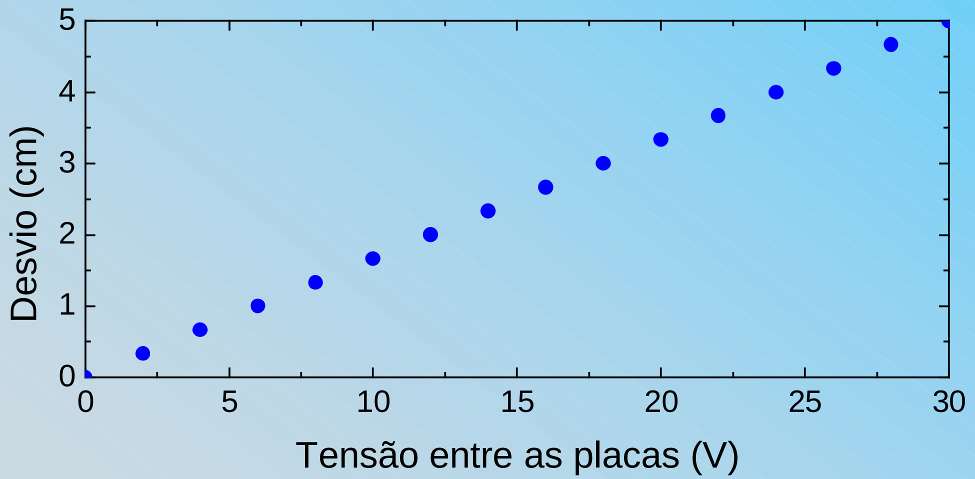
Estudo do campo elétrico

Medidas experimentais indicaram que, dentro da precisão experimental, podemos aproximar o campo para uma configuração ideal

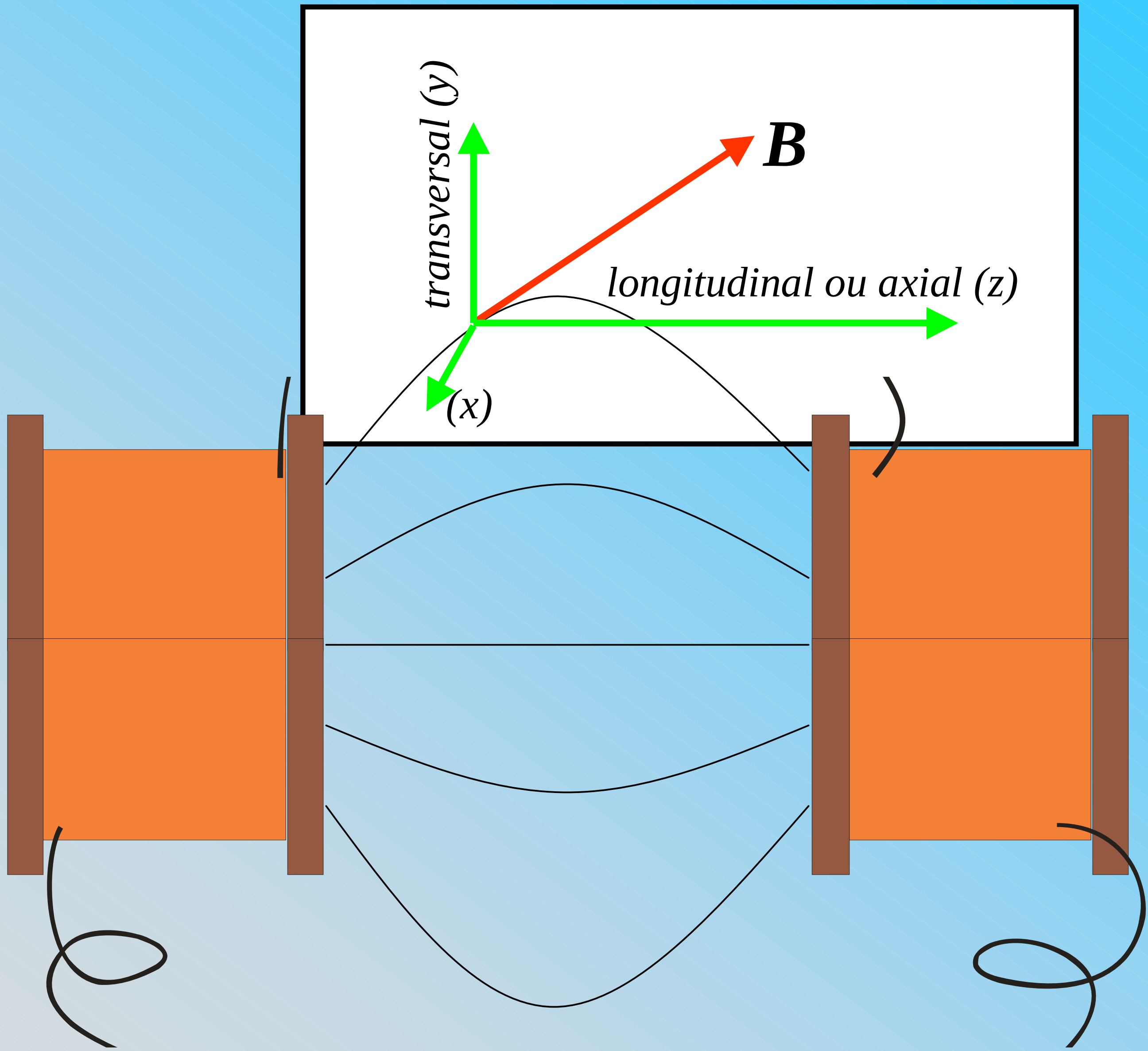
$$h_E = \frac{l_{ef}}{2d_{ef}}\frac{V_p}{U_{ac}}\left(\frac{l_{ef}}{2} + L\right)$$

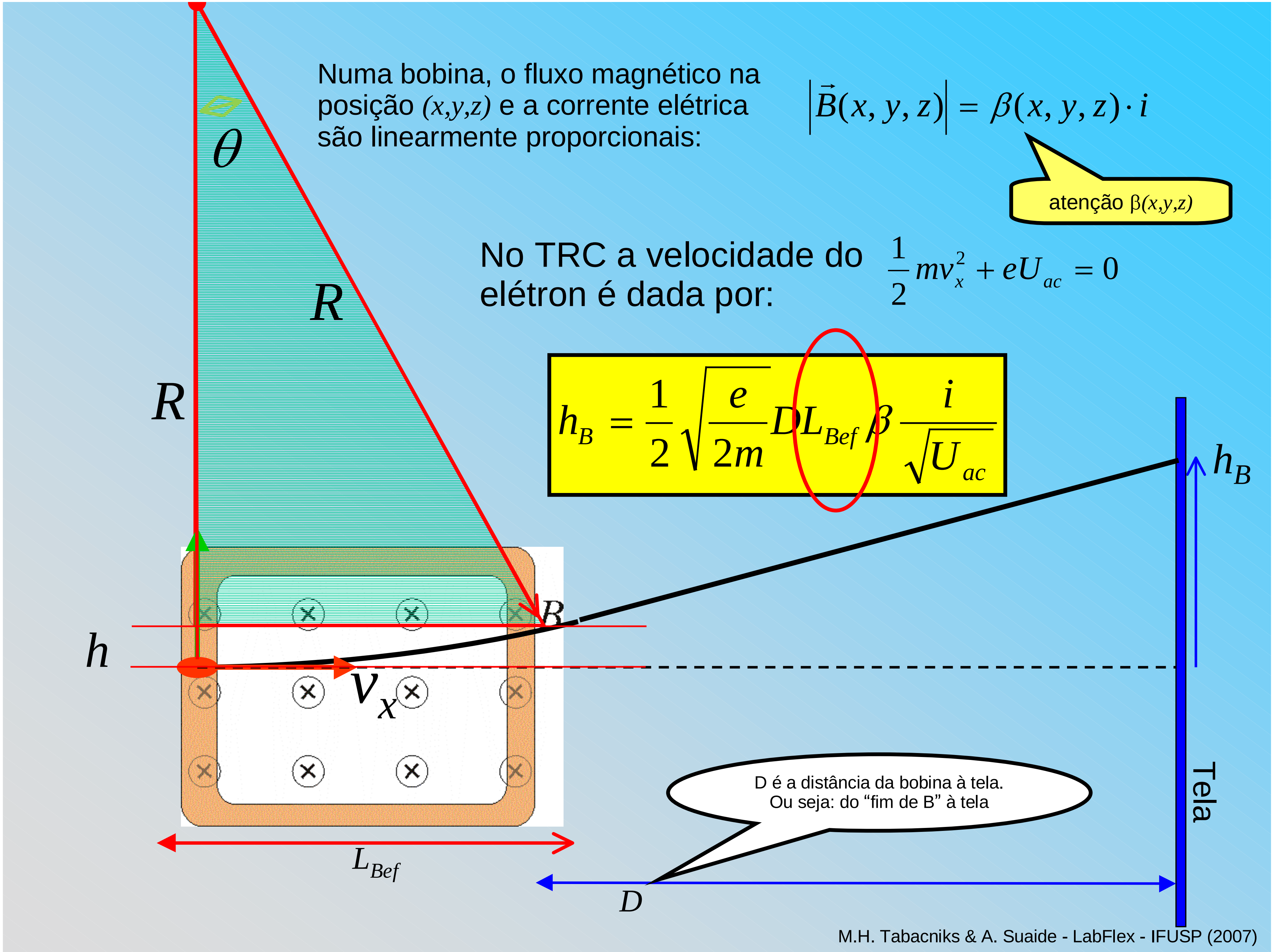
Obtivemos o tamanho e a distância efetiva das placas





Campo axial e transversal e o sistema de referência




Numa bobina, o fluxo magnético na posição (x,y,z) e a corrente elétrica são linearmente proporcionais:
$\left|\vec{B}(x,y,z)\right| = \beta(x,y,z)\cdot i$
atenção $\beta(x,y,z)$
No TRC a velocidade do elétron é dada por:
$\frac{1}{2}mv_x^2 + eU_{ac} = 0$
$h_B = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{e}{2m}}DL_{Bef}\beta\frac{i}{\sqrt{U_{ac}}}$
θ
R
R
B
h
V_x
h_B
L_{Bef}
D é a distância da bobina à tela.
Ou seja: do “fim de B” à tela
D
Tela
M.H. Tabacniks & A. Suaide - LabFlex - IFUSP (2007)

Desvio no campo elétrico fornece d_{ef} e l_{ef}

$$h_E = \frac{l_{ef}}{2d_{ef}} \frac{V_p}{U_{ac}} \left(\frac{l_{ef}}{2} + L \right)$$

cuidado com a definição dos parâmetros, especialmente D, L e β

Desvio no campo de fluxo magnético fornece β e L_{Bef}

$$h_B = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{2m}} D L_{Bef} \beta \frac{i}{\sqrt{U_{ac}}}$$

Sabemos modelar o filtro de Wien dados: U_{ac}, V_p, i

$$\boxed{v_x = \frac{|E|}{|B|}}$$

$$\sqrt{\frac{2eU_{ac}}{m}} = \frac{V_p}{d_{ef}} \frac{1}{\beta . i}$$

Um pouco de álgebra

Fazendo $h_E = h_B$

$$\begin{cases} h_E = \dfrac{l_{ef}}{2d_{ef}} \dfrac{V_p}{U_{ac}} \left(\dfrac{l_{ef}}{2} + L \right) \\ h_B = \dfrac{1}{2} \sqrt{\dfrac{e}{2m}} DL_{Bef} \beta \dfrac{i}{\sqrt{U_{ac}}} \end{cases}$$

$$\frac{l_{ef}}{2d_{ef}} \frac{V_p}{U_{ac}} \left(\frac{l_{ef}}{2} + L \right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{2m}} DL_{Bef} \beta \frac{i}{\sqrt{U_{ac}}}$$

e lembrando que:

$$E = \frac{V_p}{d_{ef}}$$

$$B = \beta i$$

$$v_x = \sqrt{\frac{2eU_{ac}}{m}}$$

$$v_x = \frac{E}{B}$$

$$l_{ef} E (l_{ef} + 2L) = \sqrt{\frac{2U_{ac} e}{m}} DL_{Bef} B$$

$$l_{ef} \cancel{v_x} (l_{ef} + 2L) = \cancel{v_x} DL_{Bef}$$

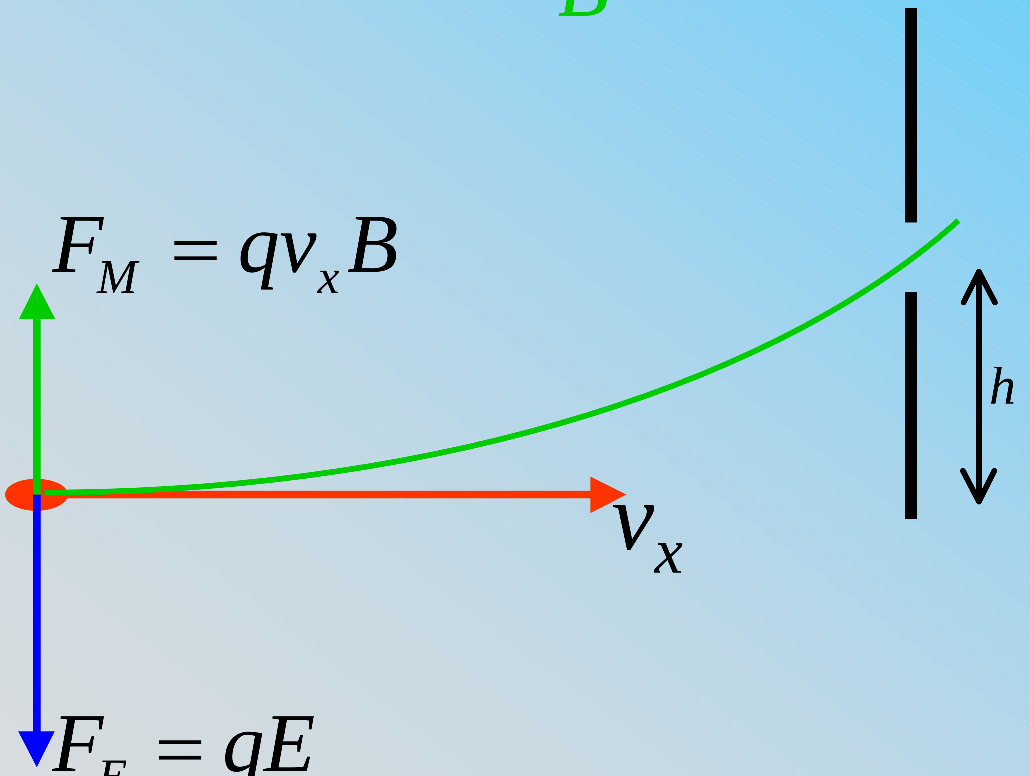
$$k = \frac{l_{ef} (l_{ef} + 2L)}{DL_{Bef}} = 1$$

Essa é uma forma de testar nosso modelo.
Com os valores de l_{ef}, L, D e L_{Bef}, calcula-se k, a ser comparado com 1.

O filtro de Wien como um espectrômetro de massas

Desvio //(-E) se $v_x > \dfrac{E}{B}$

$$F_M = qv_xB$$



$$F_E = qE$$

O filtro de Wien pode ser usado como um espectrômetro de massas:

Acrescentando um par de fendas e resolvendo o modelo para um dado "h"

Para um dado "h" e U_{ac}, há infinitos V_p e i

Desde que a razão $V_p/i = cte$

O filtro de Wien como um espectrômetro de massas

$$v_x = \frac{|E|}{|B|}$$ fornece... $$\sqrt{\frac{2eU_{ac}}{m}} = \frac{V_p}{d_{ef}}\frac{1}{\beta . i}$$

$$h \neq 0$$ fornece outra relação .. $$v_x = \alpha \frac{V_p}{i}$$

Resolução de um espectrômetro é a capacidade de discriminar sinais próximos

Para um dado h, portanto V_p / i , qual o U_{ac} que maximiza a sensibilidade do espectrômetro?

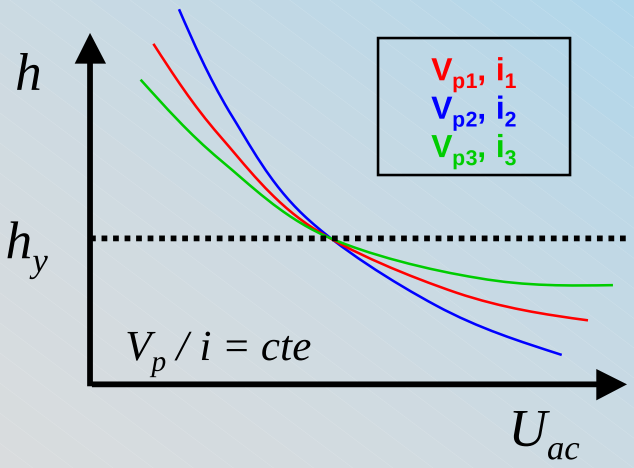
Para um dado h, portanto V_p / i , qual o U_{ac} que maximiza a sensibilidade do espectrômetro?

$$h = 0$$

$$\sqrt{\frac{2eU_{ac}}{m}} = \frac{V_p}{d_{ef}} \frac{1}{\beta . i}$$

$$h \neq 0$$

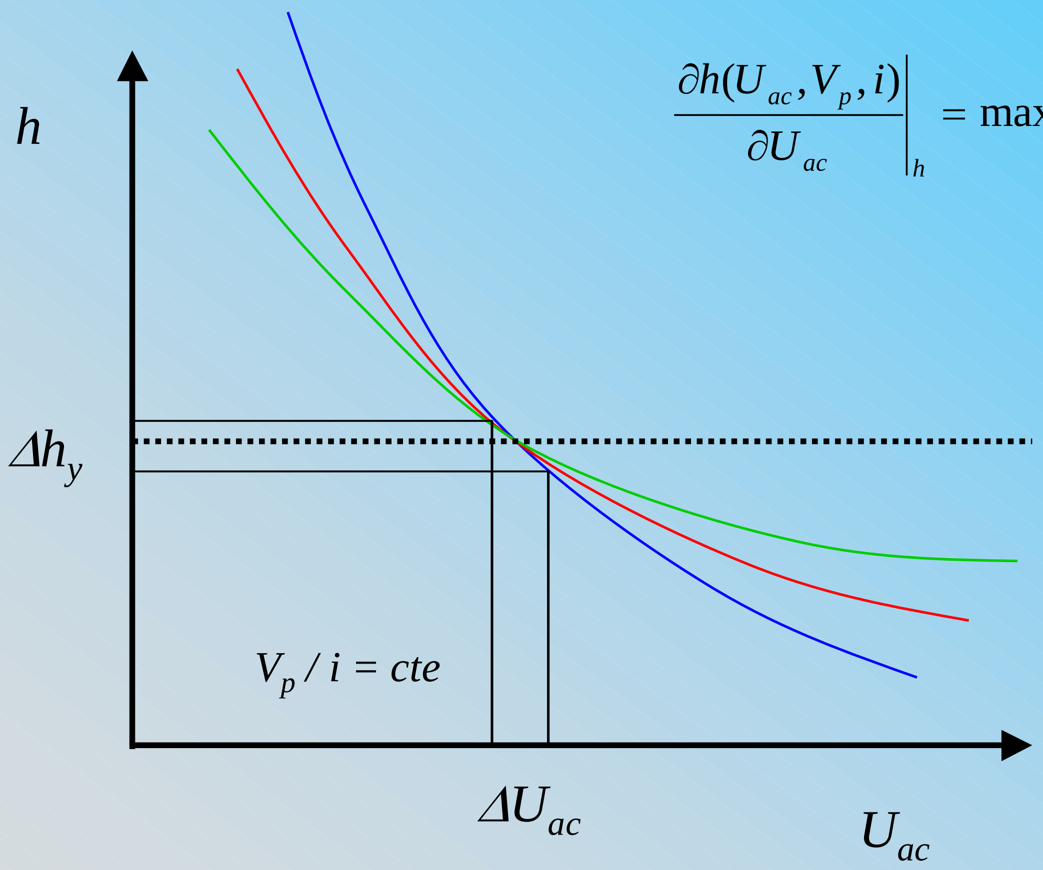
$$v_x = \alpha \frac{V_p}{i}$$



$$\left. \frac{\partial h(U_{ac}, V_p, i)}{\partial U_{ac}} \right|_h = \max$$

Para um dado h, portanto V_p / i , qual o V_{ac} que maximiza a sensibilidade do espectrômetro?

$$\left.\frac{\partial h(U_{ac}, V_p, i)}{\partial U_{ac}}\right|_h = \max$$



Tarefas da semana

- Determinar a fórmula do seu filtro de Wien

- Testar seu filtro de Wien em várias condições U_{ac}, V_p, i. Testar seu modelo. Verifique se a razão "k" = 1.

- Estudar h x U_{ac} para três V_p diferentes:
  - a) Fixar uma razão V_p / i. (Exemplo: Usar o valor que fornece $h=0$ para U_{ac} = 600 V)
  - b) Graficar h em função de U_{ac}, variando U_{ac} em torno do valor escolhido, (Exemplo, de 300 a 900 V) mantendo fixos V_p e i.
  - c) Repetir (b) para um novo par V_p e i, com a condição de não alterar V_p / i. (Note que apesar de V_p / i = cte, as curvas não coincidem).
  - d) Sobrepor as três curvas no mesmo sistema de eixos. Note que as curvas se cruzam em (h, U_{ac}) escolhidos no ítem (a).

- Determinar a condição de resolução máxima. Quais seriam os possíveis limites para se construir um espectrômetro "ótimo"?