Instituto de Física - USP

FGE0213 - Laboratório de Física III - LabFlex

Aula 13 - (Exp 3.2) -
Oscilador magnético

Manfredo H. Tabacniks
Alexandre Suaide
novembro 2007

Oscilações magnéticas: Roteiro

> Momento de dipolo de uma bussola

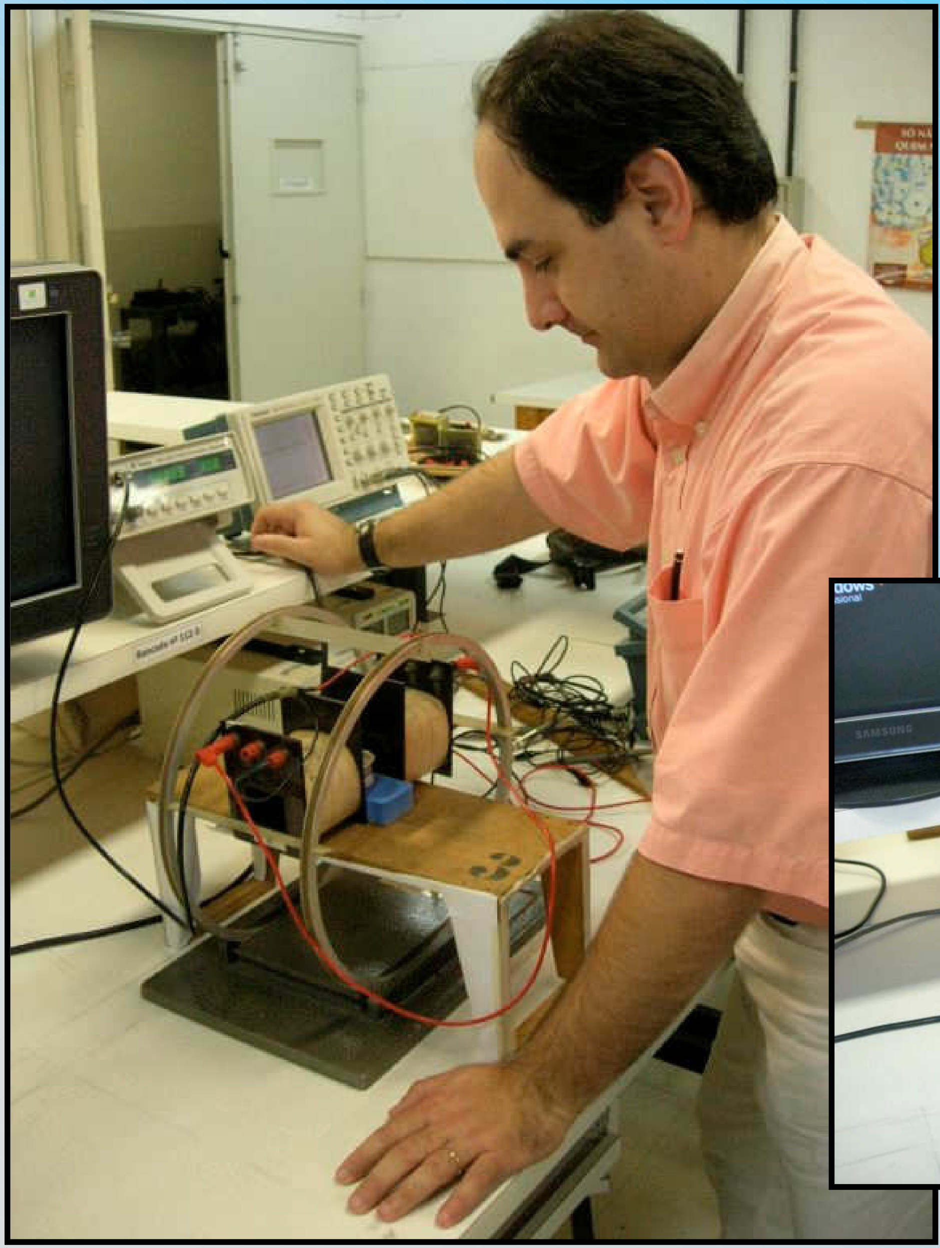
> Determinar B local usando a bobina de Helmholtz perpendicular ao B local e graficando (θ x i)

> Medindo a freqüência de oscilação da bússola, determinar o momento de dipolo (μ/I) da bussola.

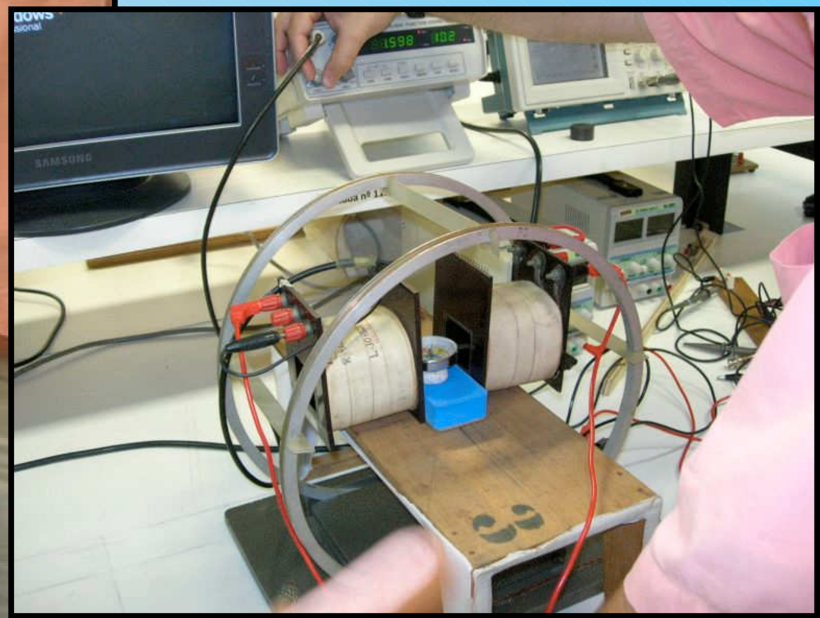
> Calcular o momento de inercia I, para isolar o momento magnético μ, da bússola.

> Medir o campo magnético exterior usando a bússola calibrada.

Oscilações magnéticas: o fenômeno



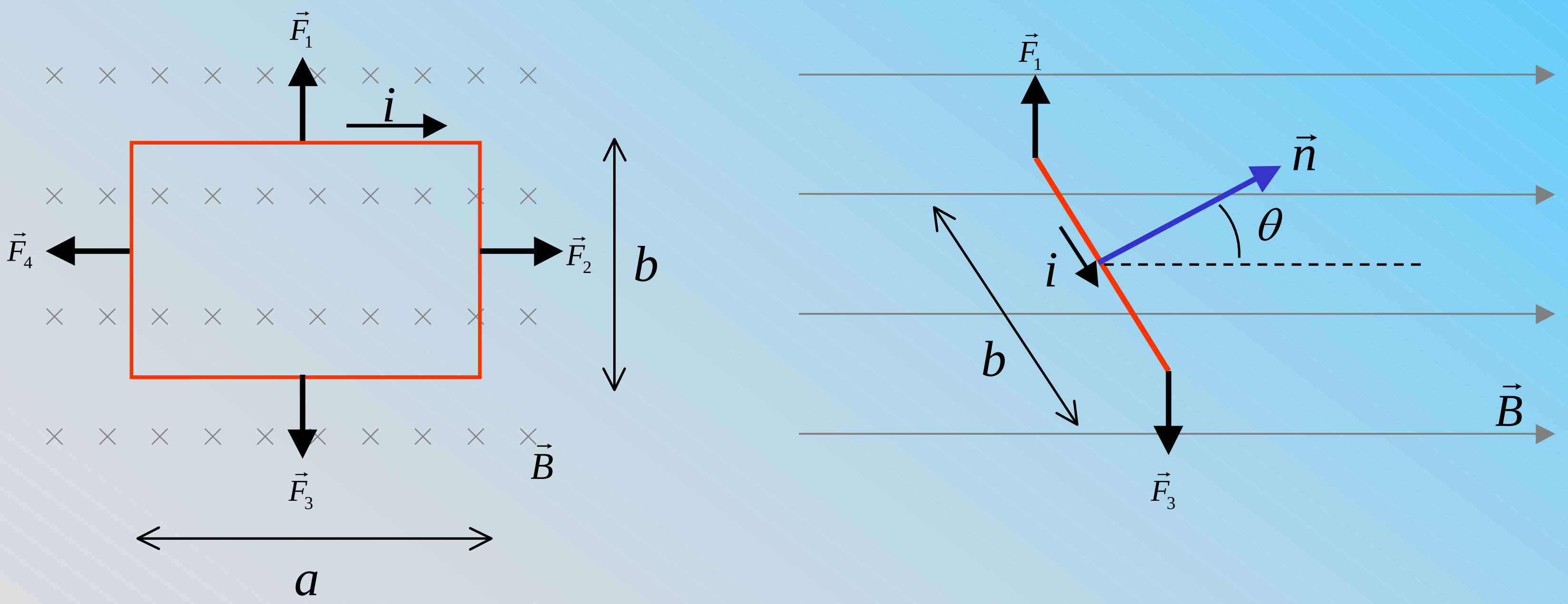
Uma bússola num campo magnético oscila com freqüência constante.



Oscilações magnéticas: o modelo

Uma bobina (*N espiras com lados a e b*) imersa num campo magnético *B*, experimenta um torque τ, dado por:

$$\vec{\tau} = \left(N\, i\, ab\right) \vec{n} \times \vec{B}$$

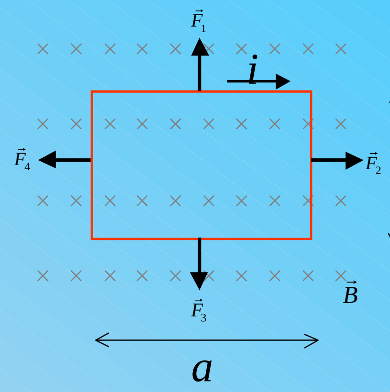


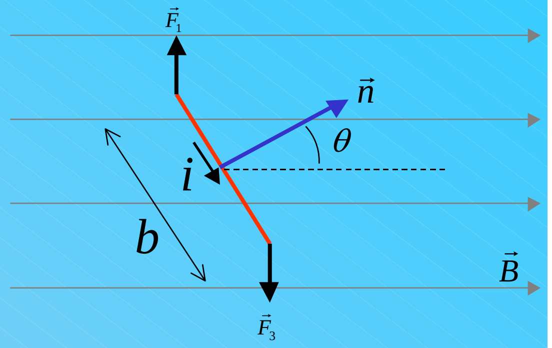
Oscilações magnéticas: o modelo

$$d\vec{F} = i\,d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$F_1 = F_3 = i\,a\,B$$

$$F_2 = F_4 = i\,b\,B\,sen(90 - \theta)$$





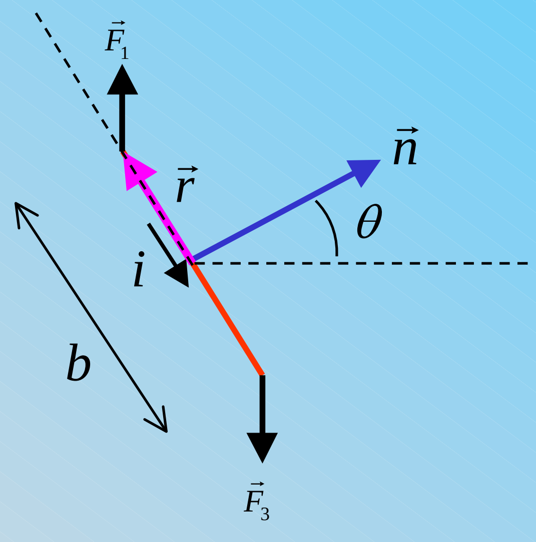
$$\vec{\tau} = \left(N\,i\,ab\right)\vec{n} \times \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau_1 = \tau_2 = \left(\frac{b}{2}\right) ia\,B\,sen\theta$$

$$\tau = iab\,B\,sen\theta$$

$$\tau_N = Ni\,ab\,B\,sen\theta$$



Oscilações magnéticas: o modelo

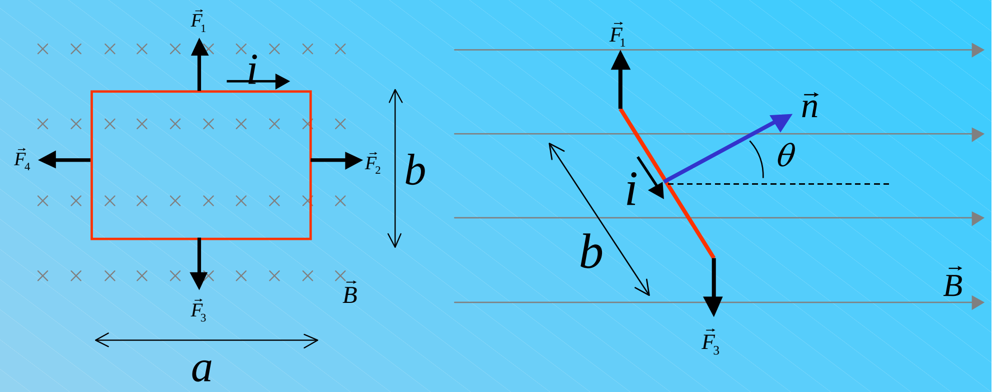
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau_1 = \tau_2 = \left(\frac{b}{2}\right) ia\,B\,sen\theta$$

$$\tau = iab\,B\,sen\theta$$

$$\tau_N = Ni\,ab\,B\,sen\theta$$

$$\vec{\tau} = (N\,i\,ab)\,\vec{n} \times \vec{B}$$



Definindo o momento magnético:

$$\vec{\mu} = Niab\,\vec{n}$$

podemos escrever

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

cuja energia potencial magnética vale

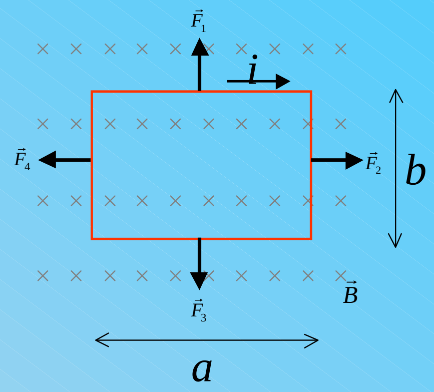
$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

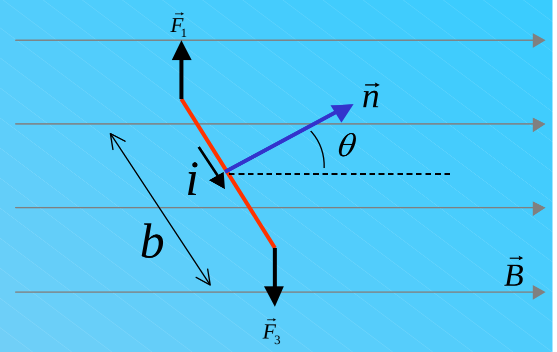
Oscilações magnéticas: o modelo

Definindo o momento magnético:

$$\vec{\mu} = Niab\,\vec{n}$$

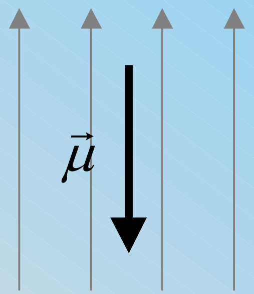
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$





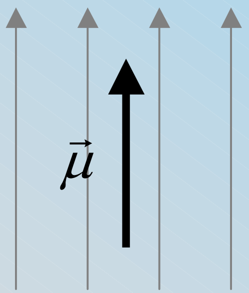
Energia potencial magnética

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$



$$U(\pi) = -\mu B \cos \pi = +\mu B$$

Deslocar um momento magnético de sua posição de equilíbrio cria **torque restaurador**



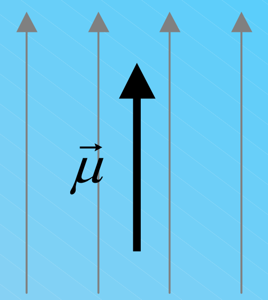
$$U(0) = -\mu B \cos 0 = -\mu B$$

Oscilações magnéticas: o modelo

Definindo o momento magnético:

$$\vec{\mu} = Niab\,\vec{n}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

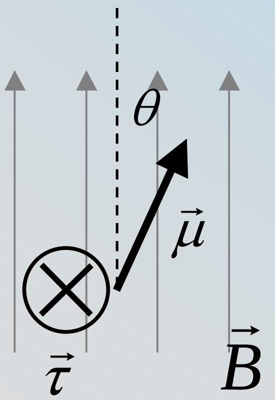


$$U(0) = -\mu B \cos 0 = -\mu B$$

Deslocar um momento magnético de sua posição de equilíbrio cria **torque restaurador**

Energia potencial magnética

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$



O sistema oscila em torno da posição de equilíbrio

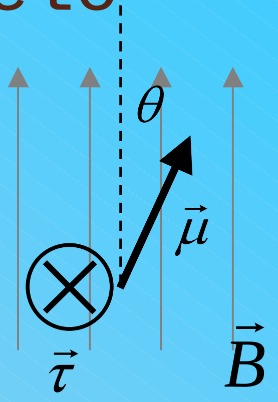
$$sen\theta \cong \theta$$

$$\tau \cong -\mu.B.\theta$$

Oscilações magnéticas: o modelo

Um imã (uma bússola) pode ser modelado como um momento magnético (com momento de inércia) num campo magnético

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



Deslocar um momento magnético de sua posição de equilíbrio cria **torque restaurador**

Energia potencial magnética

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$sen\theta \cong \theta$$

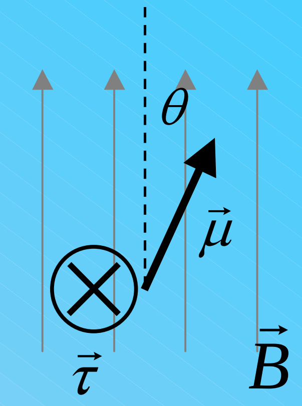
A bússola oscila em torno da posição de equilíbrio

$$\tau \cong -\mu.B.\theta$$

Oscilações magnéticas: a bússola num campo magnético homogêneo (oscilações livres sem atrito)

$$-\mu B\theta = I\,\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

momento de inércia
da agulha da bússola



Deslocar um momento magnético de sua posição de equilíbrio cria **torque restaurador**

$$\tau \cong -\mu.B.\theta$$

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0^2 = \left(\frac{\mu}{I}\right)B$$

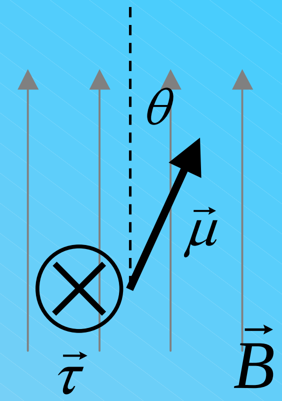
Sabendo μ/I, temos um método preciso para medir campos magnéticos.

Oscilações magnéticas: a bússola num campo magnético homogêneo (oscilação forçada)

torque externo

$$-\mu B\theta + F\cos\omega t = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

momento de inércia
da agulha da bússola

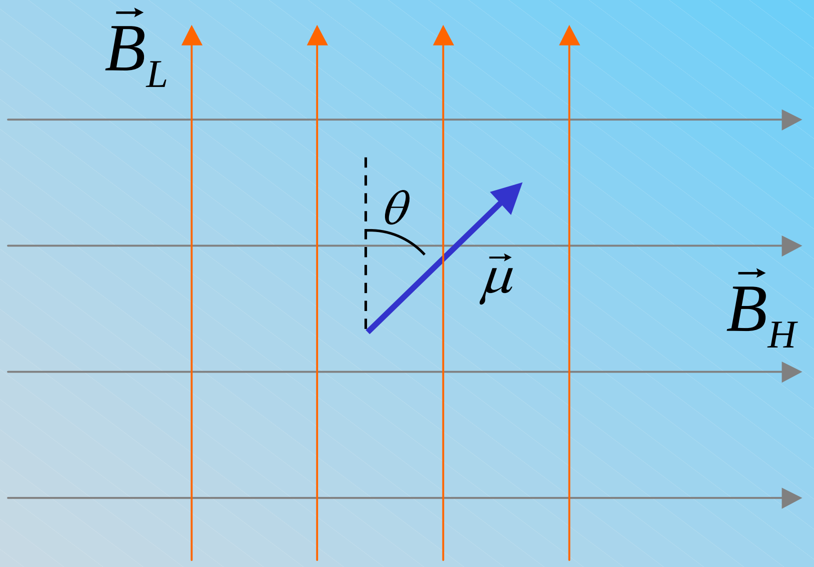


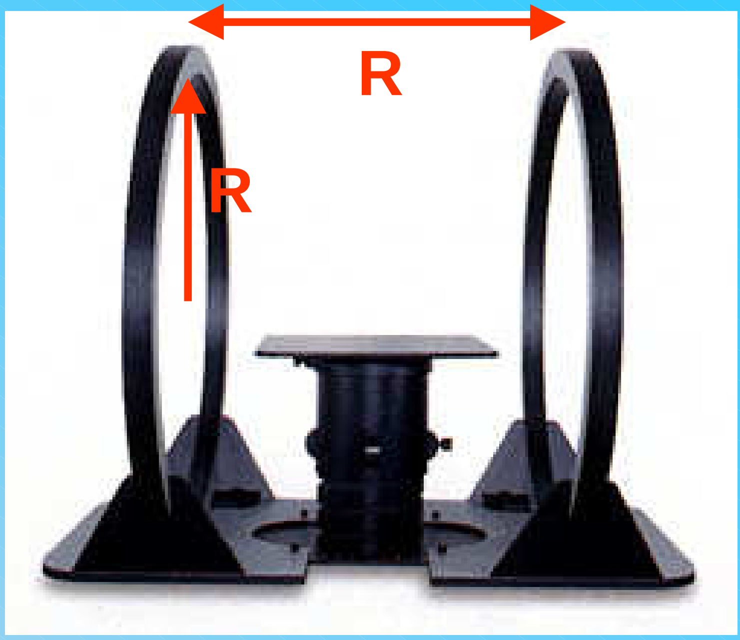
Deslocar um momento magnético de sua posição de equilíbrio cria **torque restaurador**

$$sen\theta \cong \theta$$

$$\tau \cong -\mu.B.\theta$$

Bobina de Helmholtz





Montando a bobina de Helmholtz perpendicular ao B local, buscar a corrente *i*, que faz com que $\theta = 45°$.

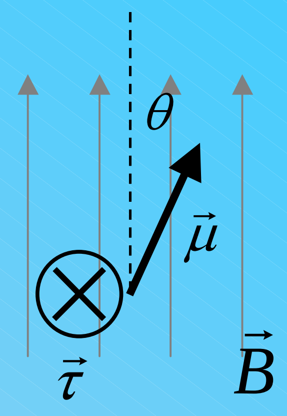
Nessa condição $B_H = B_L$

Isso permite determinar B_L com precisão.

Determinar μ/I da bússola

Num campo externo homogêneo B_L
uma agulha com momento magnético μ
e momento de inércia I oscila com
freqüência angular

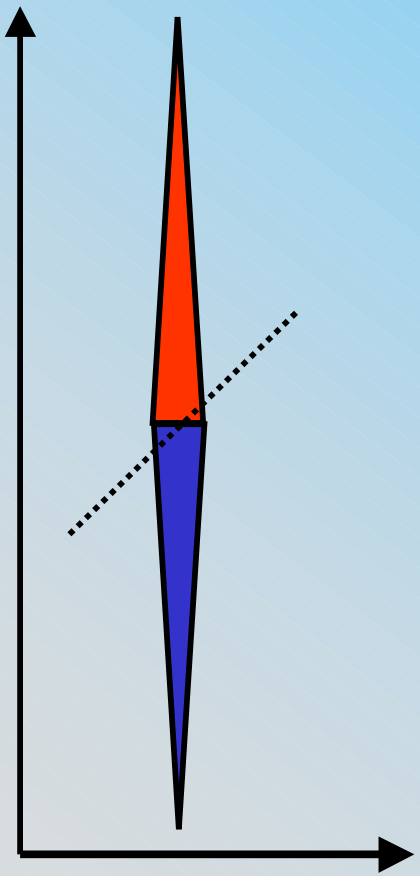
$$\omega_0^2 = \left(\frac{\mu}{I}\right)B_L$$



Deslocar um momento magnético de sua posição de equilíbrio cria **torque restaurador**

$$\tau \cong -\mu.B.\theta$$

Determinar o momento de inércia I da bússola



Conhecidos:

a) a geometria da agulha da bússola,

b) o material de que é feita (ferro),

c) a espessura da chapa...

$$I = \int r^2 \rho \, dV$$

Determinar *B externo* usando a bússola calibrada

Num campo externo homogêneo B_{ext}
uma agulha com momento magnético μ
e momento de inércia I oscila com
freqüência angular

$$\omega_0^2 = \left(\frac{\mu}{I}\right) B_{ext}$$

Oscilações magnéticas: Roteiro

> Determinar B local usando a bobina de Helmholtz perpendicular ao B local e graficando (θ x i)

> Medindo a freqüência de oscilação da bússola, determinar o momento de dipolo (μ/I) da bussola.

> Calcular o momento de inercia I, para isolar o momento magnético μ, da bússola.

> Medir o campo magnético externo usando a bússola calibrada.

Atividades da semana passada

- Calibrar a bobina sonda, ou seja, determinar a área efetiva (NA)
- Usando a bobina sonda, mapear o campo gerado pela bobina de Helmholtz ao longo do eixo z e radial

Questão interessante:

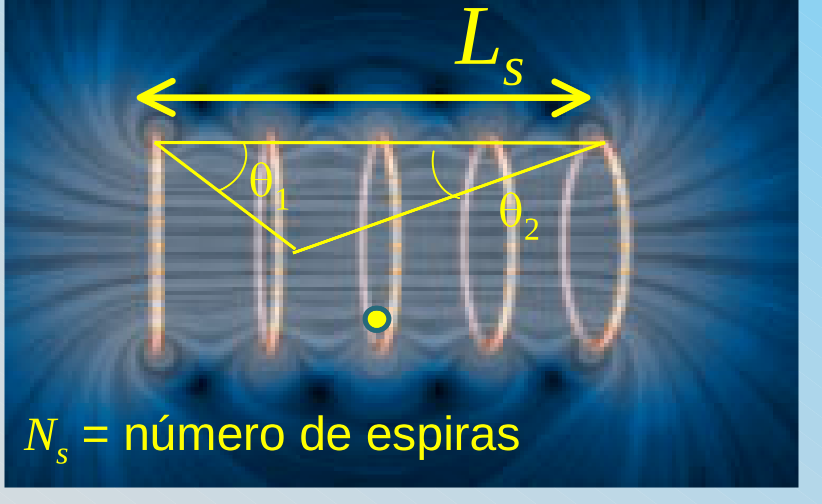
- Esqueci de medir os ângulos e também não tenho a medida da posição da bobina sonda no interior do solenóide, há alguma outra maneira de efetuar esse cálculo ?

- Pergunta: Como resolver este problema?
  - Resposta: Com que precisão você sabe onde colocou a bobina? 10 cm? 15 cm?

Questão interessante:

- Vamos supor que a posição da bobina seja:
  - Z = (40 $\pm$ 15) cm porque eu não fiz a medida de posição
- Como esta incerteza afeta o campo calculado?

$$B(t) = \frac{\mu_0 N_S}{2L_S}\left(\cos\theta_1 + \cos\theta_2\right)\cdot i(t)$$



Questão interessante:

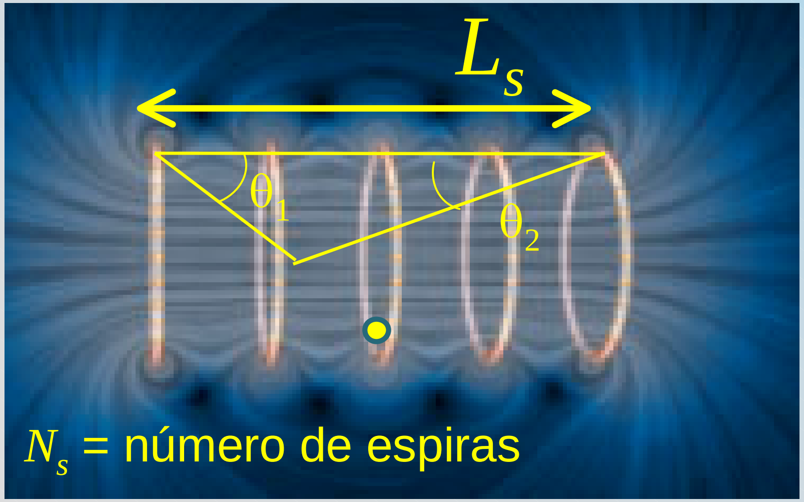
- Vamos supor que a posição da bobina seja:
  - Z = (40 ± 15) cm porque eu não fiz a medida de posição
- Como esta incerteza afeta o campo calculado?

$$B(t) = \frac{\mu_0 N_S}{2L_S}\left(\cos\theta_1 + \cos\theta_2\right)\cdot i(t)$$

L_S = 80 cm, R = 8,2 cm

Z = 40 cm $\quad \theta_1 = \theta_2 = 11{,}6^o$

$$\left(\cos\theta_1 + \cos\theta_2\right) = 1{,}96$$



Z = 25 cm $\quad \theta_1 = 18{,}2^o \quad \theta_2 = 7{,}2^o$

$$\left(\cos\theta_1 + \cos\theta_2\right) = 1{,}94$$

Então, $\sigma_B/B \sim (a - b)/a \sim \frac{2}{196} = 1\%$

Questão interessante:

- Esqueci de medir os ângulos e também não tenho a medida da posição da bobina sonda no interior do solenóide, há alguma outra maneira de efetuar esse cálculo ?
  - **Resposta: Mesmo considerando uma incerteza muito grande na posição da bobina sonda no interior do solenóide, a incerteza no campo magnético calculado é muito pequena**