INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade de São Paulo

Eletromagnetismo II

12ª Aula

Professor Alvaro Vannucci

Nas últimas aulas vimos

$$\begin{cases} \tilde{K} = K_r + iK_i \\ \tilde{n} = n + in_* \end{cases} ; \begin{cases} K_r = \dfrac{n\omega}{c} \\ K_i = \dfrac{n_*\omega}{c} \end{cases} \text{ e } \begin{cases} n = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left(\varepsilon_R + \sqrt{\varepsilon_R^2 + \varepsilon_{Ri}^2}\right)} \\ n_* = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left(-\varepsilon_R + \sqrt{\varepsilon_R^2 + \varepsilon_{Ri}^2}\right)} \end{cases}$$

- Profundidade de penetração:

$$\delta = \frac{1}{K_i} = \frac{c}{n_*\omega}$$

$\rightarrow$ amplitudes dos campos caem a 1/e = 0,37 dos valores máximos

- Se o meio for um ***mau condutor***:

$$\boxed{\varepsilon_{Ri} << \varepsilon_R} \Rightarrow \omega >> \sigma/\varepsilon \Rightarrow \begin{cases} n \sim \sqrt{\varepsilon_R} \\ n_* \sim \varepsilon_{Ri}/2n \end{cases} ; \ \varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \ \ e \ \ \varepsilon_{Ri} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega}$$

- Então, para um *mau condutor*: $\boxed{\delta^{mau} = \dfrac{2nc\varepsilon_0}{\sigma}}$

- Por outro lado, se o meio for um ***bom condutor*** :

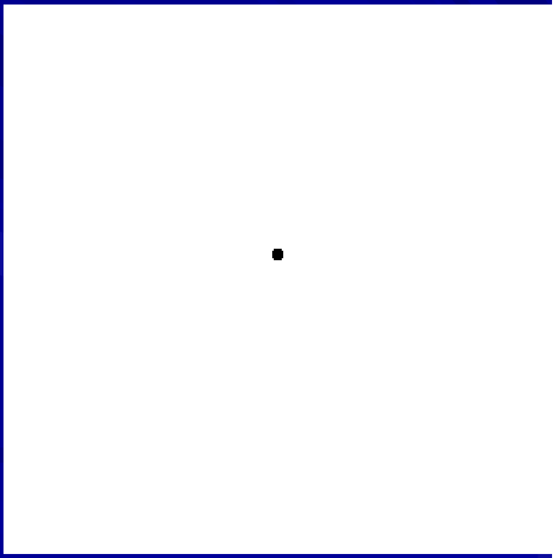
$$\boxed{\varepsilon_{Ri} >> \varepsilon_R} \Rightarrow \omega << \sigma/\varepsilon \Rightarrow n \sim n_* \sim \sqrt{\varepsilon_{Ri}/2} \quad \therefore \quad \boxed{\delta^{bom} = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}}}$$

- <u>Ondas Esféricas</u> (em vácuo)

- A propagação não ocorre em uma única direção.

- E queremos a solução para a eq. da onda:

$$\nabla_{esf.}^{2}\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \text{ (vácuo)}$$



(animação em 2D)

- Ainda supondo ondas monocromáticas e permitindo que *componentes espaciais* de $\vec{E}$ sejam funções de *r*, θ e ϕ

$$\begin{cases} E_r = E_r(r,\theta,\phi) \\ E_\theta = E_\theta(r,\theta,\phi) \\ E_\phi = E_\phi(r,\theta,\phi) \end{cases}$$

- Substituindo $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r})\,e^{-i\omega t}$ na *eq. de onda*:

$$\nabla_{esf}{}^2\vec{E}(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}(\vec{r}) = 0$$

equação de Helmholtz, que não é fácil de resolver diretamente

- Veremos agora que esta equação admite solução:

$$\vec{E} = \vec{r}\times\vec{\nabla}\Psi$$

sendo ψ a solução da *eq. escalar de Helmholtz*:

$$\nabla^2_{esf.}\Psi + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\Psi = 0$$

- Para mostrar isso, vamos pegar $\vec{E} = \vec{r} \times \vec{\nabla}\Psi$ e mostrar que <u>é solução</u> da Equação de Onda para o campo elétrico

- Começo pegando: $\nabla^2 \vec{E} = -\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E} + \vec{\nabla}\Big(\underbrace{\vec{\nabla}\cdot\vec{E}}_{0}\Big) = -\dfrac{\omega^2}{c^2}\vec{E}(\vec{r})$

- Pois: $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \vec{\nabla}\cdot\left(\vec{r}\times\vec{\nabla}\Psi\right) = -\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\Psi\times\vec{r}\right) \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad usando \;\; \vec{\nabla}\times\left(\Psi\vec{r}\right) = \vec{\nabla}\Psi\times\vec{r} + \Psi\left(\cancel{\vec{\nabla}\times\vec{r}}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = -\underbrace{\vec{\nabla}\cdot\left[\vec{\nabla}\times\left(\Psi\,\vec{r}\right)\right]}_{0} = 0 \qquad (Div.\,do\,Rot. = 0!)$$

- Quanto ao termo $-\vec{\nabla}\times\underline{\underline{\vec{\nabla}\times\vec{E}}}$; $\underline{\underline{\vec{\nabla}\times\vec{E}}}=\vec{\nabla}\times\left(\vec{r}\times\vec{\nabla}\psi\right)\Rightarrow$

$$\vec{r}\rightarrow\vec{F}\qquad\vec{\nabla}\psi\rightarrow\vec{G}$$

$$I.V.:\ \left\{\vec{\nabla}\times\left(\vec{F}\times\vec{G}\right)=\vec{F}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{G}\right)-\vec{G}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{F}\right)+\left(\vec{G}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{F}-\left(\vec{F}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{G}\right\}$$

$$\Rightarrow\underline{\underline{\vec{\nabla}\times\vec{E}}}=\vec{r}\underbrace{\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\psi\right)}_{\equiv\nabla^2\psi=-\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\psi}-\vec{\nabla}\psi\underbrace{\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{r}\right)}_{=3}+\underbrace{\left(\vec{\nabla}\psi\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{r}}_{=\vec{\nabla}\psi}-\underline{\underline{\left(\vec{r}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{\nabla}\psi}}$$

$$pois:\ \nabla^2\Psi+\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\Psi=0$$

(eq. escalar de Helmholtz)

pois $\left(\vec{G}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{r}=\vec{G}$, para qualquer vetor $\vec{G}$

$$\left(G_x\frac{\partial}{\partial x}+G_y\frac{\partial}{\partial y}+G_z\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(x\hat{e}_x+y\hat{e}_y+z\hat{e}_z\right)=$$

0 0

$$=G_x\hat{e}_x+G_y\hat{e}_y+G_z\hat{e}_z=\vec{G}$$

- Quanto à última parcela:

- Usando a Identidade vetorial: $\left\{-\left(\vec{r}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{\nabla}\psi\right\} \equiv 4a\ parcela$

$$I.V.:\left\{\vec{\nabla}\left(\vec{F}\cdot\vec{G}\right)=\left(\vec{F}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{G}+\left(\vec{G}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{F}+\vec{F}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{G}\right)+\vec{G}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{F}\right)\right\}$$

$$\vec{\nabla}\left(\vec{r}\cdot\vec{\nabla}\psi\right)=\underbrace{\left(\vec{r}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{\nabla}\psi}_{\text{(temos isso)}}+\underbrace{\left(\vec{\nabla}\psi\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{r}}_{=\vec{\nabla}\psi}+\cancel{r\times\underbrace{\left(\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\psi\right)}_{=0\ \text{(Rot do Grad)}}}+\cancel{\vec{\nabla}\psi\times\underbrace{\left(\vec{\nabla}\times\vec{r}\right)}_{=0}}$$

Assim,

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\vec{r}\psi-\cancel{3}\vec{\nabla}\psi+\cancel{\vec{\nabla}\psi}-\vec{\nabla}\left(\vec{r}\cdot\vec{\nabla}\psi\right)+\cancel{\vec{\nabla}\psi}$$

- Aplicando o rotacional:

$$\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\underbrace{\vec{\nabla}\times\left(\vec{r}\psi\right)}_{}-\cancel{\underbrace{\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\psi\right)}_{=0}}\ \text{(rot do grad)}-\cancel{\vec{\nabla}\times\underbrace{\left[\vec{\nabla}\left(\vec{r}\cdot\vec{\nabla}\psi\right)\right]}_{=0}}$$

$$\dashrightarrow \left(\vec{\nabla}\psi\right)\times\vec{r}+\psi\underbrace{\vec{\nabla}\times\vec{r}}_{=0}$$

- Portanto, a equação $\left(\nabla^2 \vec{E} = -\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)$ fica:

$$\nabla^2 \vec{E} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \left(\vec{\nabla}\psi\times\vec{r}\right) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (-)\left(\underbrace{\vec{r}\times\vec{\nabla}\psi}_{=\vec{E}}\right) \quad \therefore \quad \underbrace{\nabla^2\vec{E} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \vec{E} = 0}_{\equiv \, eq.\, diferencial\ original}$$

- Ou seja: $\vec{E} = \vec{r}\times\vec{\nabla}\Psi$ <u>é solução</u> da equação da onda (desde que Ψ satisfaça a equação diferencial escalar de Helmholtz: $\nabla^2\Psi + (\omega/c)^2\,\Psi = 0$).

- Para calcular o $\vec{B}$ correspondente, uso a 3ª Eq. Maxwell:

$$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}} \quad \Rightarrow \quad \text{supondo dependência temporal } \left(e^{i\omega t}\right):$$

$$\left(e^{i\omega t} \Rightarrow \partial/\partial t = -i\omega\right)$$

Então: $$\boxed{\vec{B} = -\frac{i}{\omega}\vec{\nabla}\times\left(\vec{r}\times\vec{\nabla}\psi\right)}$$

$\vec{E}$

- Note que, deste resultado: $\left\{ \vec{B} = -\frac{i}{\omega}\vec{\nabla}\times\left(\vec{r}\times\vec{\nabla}\psi\right) \right\}$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = \vec{\nabla}\cdot\left[\vec{\nabla}\times\left(\vec{r}\times\vec{\nabla}\psi\right)\right] = 0 \quad \therefore \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \;\checkmark$$

- É Importante observar que estas soluções $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$ encontradas *não são únicas* para um dado valor de ψ

- Por exemplo, é possível mostrar: $\begin{cases} \vec{B}\,' = \dfrac{1}{c}\vec{r}\times\vec{\nabla}\psi \\ \vec{E}\,' = \dfrac{ic}{\omega}\vec{\nabla}\times\left(\vec{r}\times\vec{\nabla}\psi\right) \end{cases}$

também são soluções para as Equações de Maxwell.

- Como logo veremos, estas duas soluções possíveis diferem pelo fato de $\vec{E}$, na 1ª situação, em qualquer ponto do espaço, ser <u>tangencial</u> à superfície esférica da frente de onda (centrada na origem) que inclui aquele ponto.

- Ou seja, $\vec{E}$ é $\perp$ (transversal) à direção de propagação da onda, enquanto que $\vec{B}$ <u>tem componente naquela direção</u>.

- Isto pode ser visto, lembrando que $\psi = \psi(r,\theta,\phi)$:

$$\vec{E} = \vec{r}\times\vec{\nabla}_{esf}\,\psi = (\cancel{r}\,\hat{e}_r)\times\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\hat{e}_r + \frac{1}{\cancel{r}}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\hat{e}_\theta + \frac{1}{\cancel{r}\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\phi}\hat{e}_\phi\right) \Rightarrow$$

$$0 = \qquad\qquad = \hat{e}_\phi \qquad\qquad = -\hat{e}_\theta$$

$$\Rightarrow \quad \vec{E} = \underline{\underline{\frac{\partial \psi}{\partial \theta}}}\,\hat{e}_{\phi} - \underline{\underline{\frac{1}{\sin\theta}}}\frac{\partial \psi}{\partial \phi}\,\hat{e}_{\theta} = E_{\theta}\,\hat{e}_{\theta} + E_{\phi}\,\hat{e}_{\phi}$$

$$\left\{ \vec{B} = -\frac{i}{\omega}\vec{\nabla}\times\big(\underbrace{\vec{r}\times\vec{\nabla}\psi}_{/\!/\,\vec{E}}\big) \right\}$$

- Agora, para calcular $\vec{B}$, devo primeiro obter o $\vec{\nabla}_{esf}\times\vec{E}$:

$$\vec{\nabla}_{esf}\times\vec{E} = \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial\left(E_{\phi}\sin\theta\right)}{\partial\theta} - \frac{\partial E_{\theta}}{\partial\phi}\right]\hat{e}_r + \frac{1}{r}(-)\frac{\partial\left(rE_{\phi}\right)}{\partial r}\hat{e}_{\theta} + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial\left(rE_{\theta}\right)}{\partial r}\right]\hat{e}_{\phi}$$

- Ou seja, $\vec{B}$ terá componentes nas direções $\hat{e}_r, \hat{e}_{\theta}, \hat{e}_{\phi}$!

- Assim, solução com $\vec{E}$ e $\vec{B}$ $\equiv$ ***Transversal Elétrica*** (modo TE); e da mesma forma, com $\vec{E}\,'$ e $\vec{B}\,' \equiv$ ***Transversal Magnética*** (modo TM).

- Finalmente, para obtermos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ explicitamente, precisamos determinar o valor de ψ, resolvendo a equação escalar de Helmholtz em coordenadas esféricas:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}+K^2\psi=0$$

(no vácuo, n=1) $\quad K=\dfrac{n\omega}{c}$

- De forma que, obtendo $\psi \Rightarrow \vec{E}=\vec{r}\times\vec{\nabla}\,\psi \Rightarrow$ obtenho $\vec{B}$

- A resolução desta equação é usualmente feita pela técnica de ***separação de variáveis*** onde $\psi = R(r)\,\Theta(\theta)\,\Phi(\phi)$

• Substituindo na equação diferencial e multiplicando as parcelas por $\dfrac{r^2 \sin\theta}{R\,\Theta\Phi}\left(=\dfrac{r^2 \sin\theta}{\Psi}\right)$

$$\frac{\sin^2\theta}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right)+\underbrace{\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2}}_{=\,m^2}+\sin^2\theta\,K^2r^2=0$$

• Note que o <u>3º termo</u> depende apenas de $\phi \Rightarrow$ podemos igualá-lo a uma <u>constante</u> (***m^2*** *- por conveniência*), de forma que:

$$\boxed{\frac{d^2\Phi_m}{d\phi^2}+m^2\Phi_m=0}$$

onde Φ_m indica que Φ depende <u>apenas</u> de m.

• Agora, multiplicando tudo por $\dfrac{1}{\sin^2\theta}$, e agrupando:

$$\underbrace{\frac{1}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+K^2r^2}_{\text{depende apenas de } r}+\underbrace{\frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right)-\frac{m^2}{\sin^2\theta}}_{\text{depende apenas de } \theta}=0$$

- Igualando a constantes: **$-\ell(\ell+1)$** em ***θ*** e **$\ell(\ell+1)$** em ***r***:

(adotando uma, a outra é consequência)

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dr}\left(r^2\dfrac{dR_\ell}{dr}\right)-\left[\ell(\ell+1)-K^2r^2\right]R_\ell=0 \\ \dfrac{1}{\sin\theta}\dfrac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\dfrac{d\Theta_{\ell,m}}{d\theta}\right)+\left[\ell(\ell+1)-\dfrac{m^2}{\sin^2\theta}\right]\Theta_{\ell,m}=0 \end{cases}$$

- Soluções:

$$\left\{ \frac{d^2\Phi_m}{d\phi^2} + m^2\Phi_m = 0 \right\}$$

i) Equação em ϕ: $\Phi_m = e^{\pm i m\phi}$; já bem conhecida.

ii) Equação em θ: *Polinômios Associados de Legendre*

$$\left\{ \frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta_{\ell,m}}{d\theta}\right) + \left[\ell(\ell+1) - \frac{m^2}{\sin^2\theta}\right]\Theta_{\ell,m} = 0 \right\}$$

$$P_\ell^m(u) = \left(1-u^2\right)^{m/2}\frac{d^m}{du^m}P_\ell(u) \quad ; \quad u = \cos\theta$$

$P_0^0(u)$	1
$P_1^0(u)$	$u = \cos\theta$
$P_1^1(u)$	$\left(1-u^2\right)^{1/2} = \sin\theta$
$P_2^0(u)$	$1/2\left(3u^2-1\right) = 1/4\left(3\cos 2\theta + 1\right)$
$P_2^1(u)$	$3u\left(1-u^2\right)^{1/2} = 3/2\sin 2\theta$
$P_2^2(u)$	$3\left(1-u^2\right) = 3/2\left(1-\cos 2\theta\right)$

iii) Equações em r : Fazendo $\boxed{Kr = \xi}$ e $\boxed{R_\ell = \xi^{-1/2} Z_\ell}$

$$\xi^2 \frac{d^2 Z_\ell}{d\xi^2} + \xi \frac{dZ_\ell}{d\xi} - \left[\left(\ell + \frac{1}{2} \right)^2 - \xi^2 \right] Z_\ell = 0$$

(Equação de Bessel)

<u>Soluções mais comuns</u>:

(bem conhecidas, ambas de ordem ℓ +1/2)

$$\begin{cases} \text{Funções de Bessel: } Z_\ell = J_{\ell+1/2}(K\,r) \\ \text{Funções de Neumann: } Z_\ell = N_{\ell+1/2}(K\,r) \end{cases}$$

- Só para constar, no estudo das Equações de Onda, envolvendo radiação, é conveniente definir estas funções (esféricas) em termos de:

$$\boxed{h_\ell(Kr) = J_\ell(Kr) \pm i n_\ell(Kr)}$$

Sendo: $\boxed{j_\ell(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2Kr}} J_{\ell+1/2}(Kr)}$ e $\boxed{n_\ell(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2Kr}} N_{\ell+1/2}(Kr)}$

Chamando $\rho = Kr$:

$j_0(\rho)$	$(1/\rho)\sin\rho$
$n_0(\rho)$	$-(1/\rho)\cos\rho$
$h_0(\rho)$	$\mp(i/\rho)e^{\pm i\rho}$
$j_1(\rho)$	$(1/\rho^2)\sin\rho - (1/\rho)\cos\rho$
$n_1(\rho)$	$-(1/\rho)\sin\rho - (1/\rho^2)\cos\rho$
$h_1(\rho)$	$-(1/\rho)e^{\pm i\rho}(1 \pm i/\rho)$

- Então, a ***solução geral p/ ψ***:

$$\boxed{\psi_{\ell,m} = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} Z_\ell(kr) P_\ell^m(\cos\theta) e^{\pm im\phi}}$$

- Da qual obtém-se então a ***Solução TE***:

$$\begin{cases} \boxed{\vec{E} = \vec{r} \times \vec{\nabla}\psi} \\ \boxed{\vec{B} = -\dfrac{i}{\omega}\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\psi\right)} \end{cases}$$

(e, igualmente, a *Solução TM*)

- Por exemplo, para ***m*** = 0 (que indica *simetria em* ϕ) e ℓ = 1:

$$\psi_{\ell,m} = \psi_{1,0} = \frac{1}{Kr} e^{iKr}\left(1+\frac{i}{Kr}\right)\cos\theta$$

- Sendo que, *em coordenadas esféricas*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E} = \vec{r}\times\vec{\nabla}\psi \\ \vec{B} = -\dfrac{i}{\omega}\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\psi\right) \end{array} \right\}$$

$$\vec{\nabla}_{esf}\,\psi_{1,0} = \frac{\partial\psi_{1,0}}{\partial r}\hat{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_{1,0}}{\partial\theta}\hat{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\underbrace{\cancel{\frac{\partial\psi_{1,0}}{\partial\phi}}}_{\substack{=0,\ por\ simetria \\ \left(\Psi_{10}\ \tilde{n}\ depende\ de\ \phi\right)}}\hat{e}_\phi$$

- Calculando então $\dfrac{\partial\psi_{1,0}}{\partial r}$ e $\dfrac{\partial\psi_{1,0}}{\partial\theta}$:

$$\vec{\nabla}\psi_{1,0} = e^{iKr}\left[\frac{i}{r} - \frac{2}{Kr^2} - \frac{2i}{K^2r^3}\right]\cos\theta\,\hat{e}_r - e^{iKr}\left[\frac{1}{Kr^2} + \frac{1}{K^2r^3}\right]\sin\theta\,\hat{e}_\theta$$

- De forma que: $\vec{E} = \vec{r} \times \vec{\nabla}\psi = r\hat{e}_r \times \vec{\nabla}\psi \Rightarrow \begin{pmatrix} \hat{e}_r \times \hat{e}_r = 0 \\ \hat{e}_r \times \hat{e}_\theta = \hat{e}_\phi \end{pmatrix} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \vec{E} = re^{iKr}\left(\frac{1}{Kr^2} + \frac{i}{K^2r^3}\right)\sin\theta\ \hat{e}_\phi$$

$$\therefore \quad \vec{E} = -E_0 e^{iKr}\left(\frac{1}{Kr} + \frac{i}{K^2r^2}\right)\sin\theta\ \hat{e}_\phi$$

(E_0 é introduzida para tornar a função dimensionalmente correta)

- Quanto ao campo magnético correspondente: $\left\{\vec{B} = -\frac{i}{\omega}\vec{\nabla}\times\vec{E}\right\}$

$$\vec{B} = i\frac{1}{\omega}E_0 e^{iKr}\left(\frac{1}{Kr^2} + \frac{i}{K^2r^3}\right)2\cos\theta\ \hat{e}_r -$$

$$- i\frac{1}{\omega}E_0 e^{iKr}\left(\frac{i}{r} - \frac{1}{Kr^2} - \frac{i}{K^2r^3}\right)\sin\theta\ \hat{e}_\theta$$

1/r ≡ Campo de Radiação!

Discutiremos com mais detalhes na próxima aula

- Note que $\vec{B}$ também possui componente em $\hat{e}_r$!