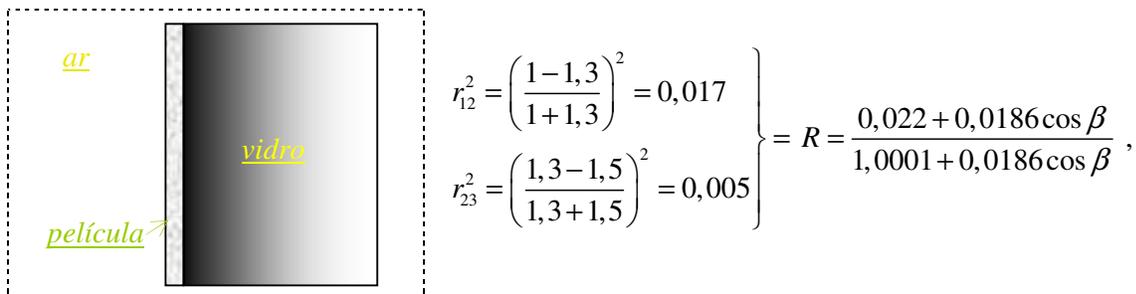


Eletromagnetismo II – 1º Semestre de 2007

Noturno - Prof. Alvaro Vannucci

18 aula - 15mai/2007

- Vimos: *Camada Delgada*: \neq fase: $\tilde{\beta} = \frac{2d\omega}{c}(p+iq)$
(meio condutor)
- Coeficientes Fresnel, neste caso: $\tilde{r} = \frac{\tilde{r}_{12} + \tilde{r}_{23}e^{i\tilde{\beta}}}{1 + \tilde{r}_{12}\tilde{r}_{23}e^{i\tilde{\beta}}}$ e $\tilde{t} = \frac{\tilde{t}_{12}\tilde{t}_{23}e^{i\tilde{\beta}/2}}{1 + \tilde{r}_{12}\tilde{r}_{23}e^{i\tilde{\beta}}}$
- Supondo $T \propto \tilde{t}\tilde{t}^* \propto e^{i\tilde{\beta}/2}e^{-i\tilde{\beta}^*/2} \Rightarrow T \propto \frac{-2d\omega q}{c} \Rightarrow$
 \Rightarrow para Incidência Normal ($q = n_*$) $\Rightarrow T \propto e^{-2d/\delta}$
 (espessura da lâmina)
 (profundidade de atenuação)
- Em particular, se o meio 1 for ar: $\lambda_1 = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega} \Rightarrow \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_1}$
- Então: $T \propto e^{\frac{-4\pi n_2 d}{\lambda_1}}$; para lâminas condutoras (sendo $n_1 \equiv ar$) e incidência é normal.
- Quanto à Refletância: $R_{\text{película dieletrica}} = \frac{r_{12}^2 + r_{23}^2 + 2r_{12}r_{23}\cos\beta}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 + 2r_{12}r_{23}\cos\beta}$ (*)
- Supondo incidência normal para uma fina *camada de revestimento plástico*, ($n_2=1,3$), em cima de *vidro* ($n_3=1,5$), sendo meio 1 $\equiv ar$ ($n_1=1$); vimos:



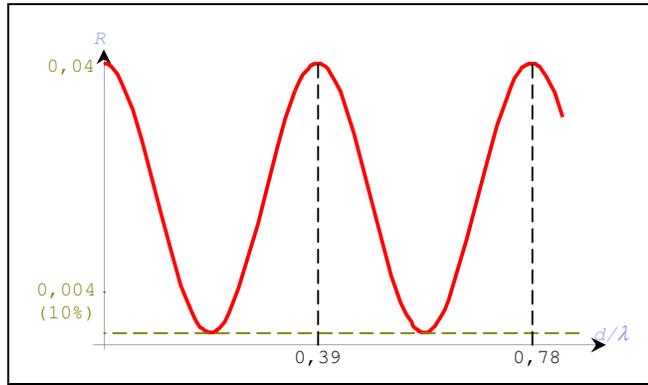
- Sendo $\beta = 2dn_2 \left(\frac{\omega}{c}\right) \equiv \frac{2\pi}{\lambda_1} \Rightarrow \beta = 4\pi n_2 \left(\frac{d}{\lambda_1}\right) = 16,3 \frac{d}{\lambda_1}$
- Substituindo na equação (*): $\left\{ \begin{aligned} R_{\max} (\cos \beta = 1) &= \frac{0,0407}{1,0187} = 0,04 \\ R_{\min} (\cos \beta = -1) &= \frac{3,6 \times 10^{-3}}{0,982} = 0,004 \end{aligned} \right.$

- Sendo que estes valores de máx. e mín. de R , em termos de d/λ_1 , ocorrem quando:

$$16,3 \frac{d}{\lambda_1} = 2m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d}{\lambda_1} = \frac{2\pi}{16,3} m = 0,39m; \quad m = 0, 1, 2, \dots$$



- Vejamos agora como uma onda EM propaga-se em um meio dielétrico delimitado por duas superfícies condutoras.
- Guias de ondas para micro-ondas, por exemplo, são uma aplicação deste problema.
- Para simplificar cálculos, vamos supor meio dielétrico \equiv vácuo (ar) e condutividade do metal como sendo infinita.

- Sendo $\sigma = \infty \Rightarrow \epsilon_{Ri} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} = \infty \Rightarrow \tilde{n}_2 = \sqrt{\tilde{\epsilon}_R} = \infty$, já que $\tilde{\epsilon}_R = \epsilon_{Rr} + i\epsilon_{Ri}$

em módulo: $|\tilde{\epsilon}_R|^2 = \epsilon_{Rr}^2 + \epsilon_{Ri}^2$

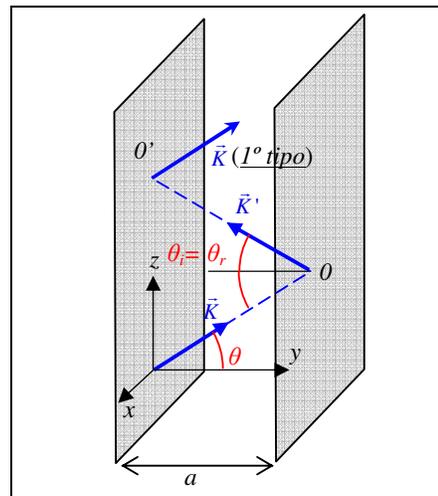
- Assim, substituindo $\tilde{n}_2 = \infty$ nas equações dos *Coefficientes de Fresnel*:

$$\tilde{r}_{12\perp} = \frac{\tilde{n}_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \tilde{\theta}_2}{\tilde{n}_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \tilde{\theta}_2} = \left(\frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_2} \right) \frac{\cos \theta_i - \cancel{n_1} / \tilde{n}_2 \cos \tilde{\theta}_2}{\cos \theta_i + \cancel{n_1} / \tilde{n}_2 \cos \tilde{\theta}_2} = 1$$

\equiv resultados válidos, como vemos, para qualquer ângulo de incidência.

$$\tilde{r}_{12\parallel} = \frac{n_1 \cos \theta_i - \tilde{n}_2 \cos \tilde{\theta}_2}{n_1 \cos \theta_i + \tilde{n}_2 \cos \tilde{\theta}_2} = (\text{igualmente}) = -1$$

- Note que $R = r r^* = 1$, nos dois casos (para $\sigma \rightarrow \infty$).
- Veja que esta aproximação é razoável, já que para a prata, como vimos, $R \sim 0,9996$ (para $\lambda = 3\text{cm}$).
- Vamos agora considerar duas placas paralelas, em vácuo, perfeitamente condutoras, muito grandes (∞) e separadas de a :
- Notando, na figura, que as direções x e z são fisicamente indistinguíveis, nenhuma generalidade se perderá caso consideremos os vetores de onda \vec{K} estando no plano yz .
(posso "girar" os eixos para que isso sempre ocorra)



- Então, uma onda propagando-se com vetor de onda \vec{K} , após refletir em O , segue em direção a O' com \vec{K}' , formando ângulo θ com eixo y negativo.
- Após refletir em O' , torna-se novamente onda do tipo anterior (*tipo 1*).

- De forma que a propagação (entre os dois planos condutores paralelos) pode ser expressa em termos das exponenciais:

i) do 1º tipo: $e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} = e^{i[(K \cos \theta \hat{e}_y + K \sin \theta \hat{e}_z) \cdot (x \hat{e}_x + y \hat{e}_y + z \hat{e}_z) - \omega t]} = e^{i[K(y \cos \theta + z \sin \theta) - \omega t]}$

ii) do 2º tipo: \rightarrow igualmente: $e^{i[K(-y \cos \theta + z \sin \theta) - \omega t]}$

- Agora, como já discutido anteriormente, a onda EM que se propaga pode ser entendida como tendo “2 polarizações possíveis”, correspondentes às componentes \perp e \parallel de \vec{E} (em relação ao plano de incidência).

1º) $\vec{E} \perp$ ao plano de incidência $\Rightarrow \vec{E}$ é \parallel ao eixo x: **modo TE**

2º) $\vec{E} \parallel$ ao plano de incidência $\Rightarrow \vec{H}$ é \parallel ao eixo x: **modo TM** (ver figura acima)

- Vamos analisar o modo TE; o outro fica como exercício.
- Na região entre as duas placas condutoras, em qualquer ponto P, vou ter ondas do tipo 1 e do tipo 2, superpondo-se:

$$\vec{E} = \hat{e}_x \left\{ E_0 e^{i[K(y \cos \theta + z \sin \theta) - \omega t]} + E_0' e^{i[K(-y \cos \theta + z \sin \theta) - \omega t]} \right\}$$

- Mas, como nas interfaces $y=0$ e $y=a$, $E_{1\parallel} = E_{2\parallel}$; e como $E_{2\perp} = 0$, pois $\sigma \rightarrow \infty$:

i) para $y=0$: $E_{1\parallel} = E_0 e^{iKz \sin \theta} e^{-i\omega t} + E_0' e^{iKz \sin \theta} e^{-i\omega t} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (E_0 + E_0') (e^{iKz \sin \theta} e^{-i\omega t}) = 0 \Rightarrow \boxed{E_0 = -E_0'}$$

- Portanto:

$$\boxed{\vec{E} = \hat{e}_x E_0 (e^{iKy \cos \theta} - e^{-iKy \cos \theta}) e^{i(Kz \sin \theta - \omega t)}} \quad (1) \text{ (ver apêndice)}$$

ii) para $y=a$: $E_0 e^{iKa \cos \theta + iKz \sin \theta - i\omega t} + E_0' e^{-iKa \cos \theta + iKz \sin \theta - i\omega t} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{como } E_0 e^{iKa \cos \theta} + E_0' e^{-iKa \cos \theta} = 0; \text{ sendo } E_0 = -E_0', \text{ como visto acima.}$$

Então: $E_0 \left(e^{iKa \cos \theta} - e^{-iKa \cos \theta} \right) = 0 \Rightarrow e^{i\xi} - e^{-i\xi} = 0 \Rightarrow$

esta é a condição a ser satisfeita para que haja a propagação no Modo TE!

$$\Rightarrow \cancel{\cos \xi} + i \sin \xi - \cancel{\cos \xi} + i \sin \xi = 0 \Rightarrow \sin \xi = 0 \Rightarrow \boxed{\xi = Ka \cos \theta = m\pi} \quad (2)$$

$$\boxed{m = 0, 1, 2, \dots}$$

$$\frac{\parallel}{\perp} \left(\frac{n\omega}{c} a \cos \theta = \omega\pi \right)$$

- Agora, como $K = \frac{n\omega}{c} \Rightarrow$ para uma dada onda com frequência ω o ângulo θ é fixo (para um dado modo m).

- Sendo θ fixo (definido) \Rightarrow da equação (1) vemos que o termo $e^{i(Kz \sin \theta - \omega t)}$ é que rege a propagação da onda (é aquele que varia no espaço e tempo).

- Mas, notando que $K z \sin \theta - \omega t = \underbrace{K \sin \theta}_{\substack{\text{componente de} \\ \vec{K} \text{ na direção de } z}} \left(z - \underbrace{\frac{\omega}{K \sin \theta} t}_{v_f \text{ da onda que se move na direção de } +z} \right) \rightarrow$

Só para lembrar: em 1D, vácuo:

$$e^{i(Kx - \omega t)} = e^{iK \left(x - \frac{\omega}{K} t \right)}$$

$$K = \frac{n\omega}{c}; K \equiv \frac{c}{v_{fase}}$$

- Ou seja, no vácuo ($n=1$): $v_f = \frac{\cancel{\omega}}{\frac{\omega}{c} \sin \theta} \Rightarrow v_f = \frac{c}{\sin \theta} > c !!$ discutiremos esta aparente contradição mais adiante

- Quero antes escrever o campo \vec{E} em termos dos comprimentos de ondas relacionados com as componentes y e z do vetor \vec{K} .

Como $K = |\vec{K}| = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow$ (ver figura) \Rightarrow

$$\begin{cases} \text{eixo } z: & K_z = K \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda_g} \\ \text{eixo } y: & K_y = K \cos \theta = \frac{2\pi}{\lambda_c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_g = \frac{2\pi}{K \sin \theta} \\ \lambda_c = \frac{2\pi}{K \cos \theta} \end{cases}$$

- Que vou escrever em termos do comprimento de onda da onda no espaço livre: $\lambda_0 = \frac{2\pi}{k}$

(vácuo, sem fronteira)

Então: $\begin{cases} \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sin \theta} \\ \lambda_c = \frac{\lambda_0}{\cos \theta} \end{cases} \Rightarrow \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = \frac{\lambda_0^2}{\lambda_g^2} + \frac{\lambda_0^2}{\lambda_c^2} = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} \rightarrow \text{(na próxima aula discutiremos o significado físico desta equação)}$$

APÊNDICE

$$\vec{E} = \hat{e}_x \left\{ E_0 e^{iK_y \cos \theta} \underbrace{e^{iK_z \sin \theta} e^{-i\omega t}}_{\substack{\text{(colocando em evidência)}}} - E_0 e^{-iK_y \cos \theta} \underbrace{e^{iK_z \sin \theta} e^{-i\omega t}} \right\} =$$

$$= \hat{e}_x E_0 \left\{ e^{i(K_z \sin \theta - \omega t)} \left(e^{iK_y \cos \theta} - e^{-iK_y \cos \theta} \right) \right\}$$