



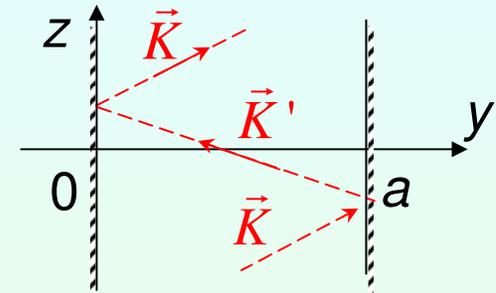
Eletromagnetismo II

20^a Aula

Professor Alvaro Vannucci

Na última aula vimos...

- Guias de onda; 2 placas //^s com $\sigma = \infty$, separadas de a , em vácuo, modo TE .
- Equação que rege a propagação:



$$\frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} \quad ; \text{ onde: } \begin{cases} \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sin \theta} \\ \lambda_c = \frac{\lambda_0}{\cos \theta} \end{cases} ; \lambda_0 = \frac{2\pi}{K}$$

- De forma que, em um ponto P qualquer:

$$\vec{E} = \hat{e}_x E_0 \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda_c}\right) e^{i\left(\frac{2\pi z}{\lambda_g} - \omega t\right)}$$

$$\lambda_0 > \lambda_c$$

↑↑

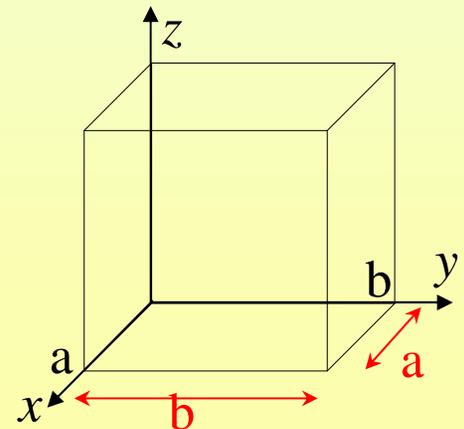
- Sendo: $\frac{a}{\lambda_c} = \frac{m}{2}$; $m = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow$ para haver propagação: $\frac{1}{\lambda_0^2} > \frac{1}{\lambda_c^2}$

- Vimos então que a *velocidade de fase*: $v_f = \frac{c}{\sin \theta}$ ($> c$)
- Mas, quanto à *velocidade de grupo*:

$$\vec{S} = u \vec{v}_p \quad ; \quad v_g = \frac{\int_0^a \bar{S}_z dy}{\int_0^a \bar{u} dy} \quad ; \quad \begin{cases} \bar{S} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \\ \bar{u} = \frac{1}{4} \text{Re}(\vec{E} \cdot \vec{D}^* + \vec{B} \cdot \vec{H}^*) \end{cases}$$

- De forma que: $v_g = c \sin \theta$; (sempre $< c$) !!

- Problema do **guia de onda retangular**
(propagação TE na direção e sentido do eixo z)



- Partindo das equações de Maxwell:

$$\begin{cases} \text{3ª equação: } \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = +i\mu_0\omega\vec{H} \\ \text{4ª equação: } \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = -i\varepsilon_0\omega\vec{E} \end{cases}$$

Vimos: $E_z=0$ (pois o modo é TE); e as demais componentes dos campos são obtidas:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} - i\mu_0\omega H_z = 0$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{2\pi i}{\lambda_g} H_y + i\varepsilon_0\omega E_x = 0$$

$$E_x = \frac{\mu_0\omega\lambda_g}{2\pi} H_y$$

$$\frac{2\pi i}{\lambda_g} H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} + i\varepsilon_0\omega E_y = 0$$

$$E_y = -\frac{\mu_0\omega\lambda_g}{2\pi} H_x$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0$$

- De forma que, obtendo-se $H_z \Rightarrow$ todas as demais componentes dos campos \vec{E} e \vec{B} são consequentemente obtidas!
- E, para calcular H_z partimos da equação de onda: (no vácuo)

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

- A partir da qual obtivemos:

$$H_z = A \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{\frac{2\pi iz}{\lambda_g}} \quad ; \quad m \text{ e } n = 0, 1, 2, \dots$$

- Finalmente: $\left(\frac{2\pi}{\lambda_g}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2$

- Critério para haver propagação: $\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 > \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2$

RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

- Experimentalmente, observa-se que cargas em repouso ou MRU *não irradiam*: é preciso que estejam *aceleradas* para isto ocorrer.
- Uma abordagem interessante e mais ou menos simples, para estudar o problema da radiação, é feita através do cálculo dos potenciais ϕ e \vec{A} e, depois, calcular \vec{E} e \vec{B} :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = \nabla \times \vec{A} \\ \vec{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \end{array} \right.$$

(de forma que a Condição (Gauge) de Lorentz seja satisfeita)

$$\nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

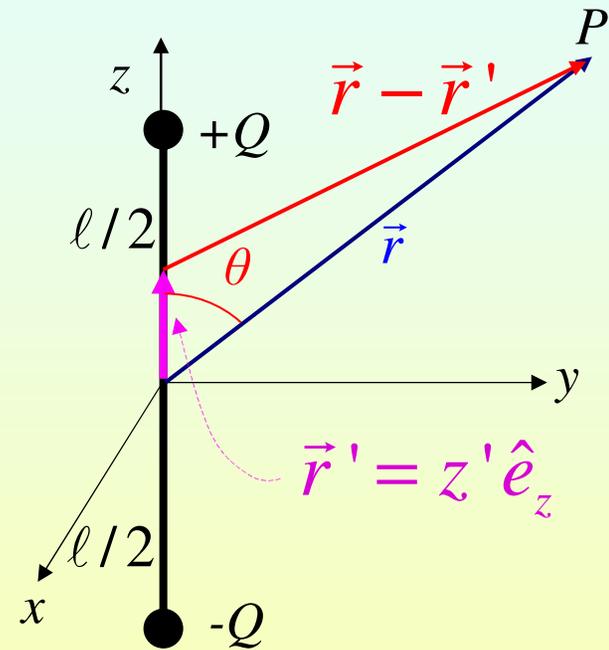
- Como modelo, vamos supor uma “*espécie de dipolo elétrico*” constituído por *sistema carga/corrente*, correspondente a duas cargas $+Q$ e $-Q$, ligadas por fio de comprimento ℓ .

- Impondo a conservação da carga, $\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$, a corrente no fio é dada por:

$$\left(\int (\nabla \cdot \vec{J}) dV = \underbrace{\int \vec{J} \cdot \vec{n} dA}_{=I} = -\frac{d}{dt} \underbrace{\int \rho dV}_{=Q} \right)$$

(I é negativo quando cargas saem do volume espacial).

$$\therefore I = \frac{dQ}{dt} \quad (I \text{ será positivo no sentido de } +z)$$

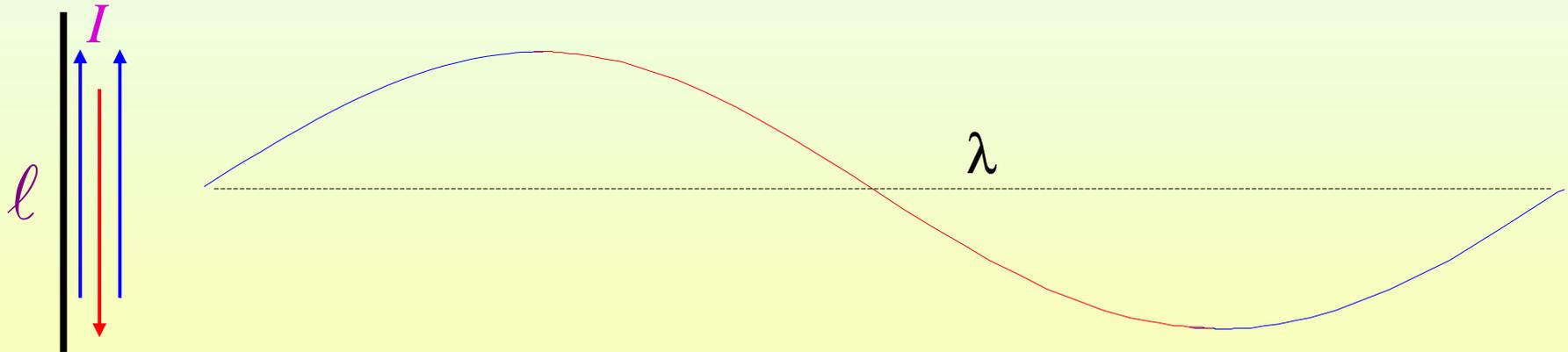


- Neste estudo, estaremos supondo que a corrente que flui no fio, em um dado instante, é a mesma em qualquer ponto do fio.

(esta condição, como veremos, tira a dependência de I com relação a z')

(na verdade, a ddp externa é que provoca o movimento dos elétrons livres; $+Q$ e $-Q$ do modelo corresponde apenas a uma simplificação da situação real de dipolo)

- Isto será verdadeiro quando o comprimento ℓ do fio for pequeno em comparação ao λ da onda emitida.



- Lembrar agora que, para o cálculo do **Potencial Vetor**:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}', t')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'; \quad \boxed{t' = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}} \equiv \text{tempo retardado}$$

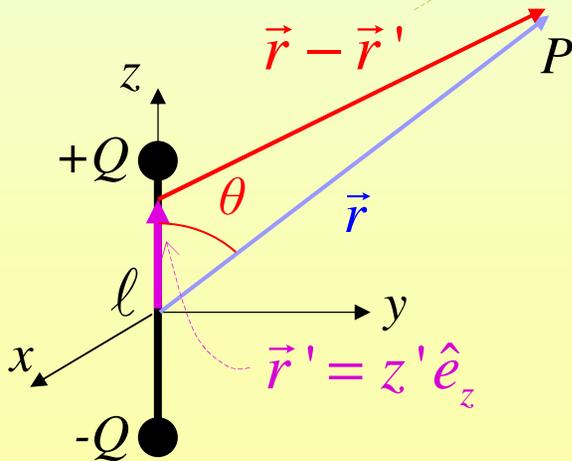
- Agora, como estamos lidando com sistema linear:

$$\vec{J} dV \rightarrow I d\vec{\ell} ; \text{ sendo que } d\vec{\ell} = dz' \hat{e}_z$$



$$\left[I = \int \vec{J} \cdot \hat{n} dA = JA \Rightarrow (\times d\ell) \Rightarrow Id\ell = J \underbrace{Ad\ell}_{=dV} \Rightarrow Id\ell = JdV \right]$$

- Temos então: $\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}', t')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' =$
- Mas, da figura: $= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{I(z', t - \frac{|\vec{r} - z'\hat{e}_z|}{c})}{|\vec{r} - z'\hat{e}_z|} dz' \hat{e}_z$



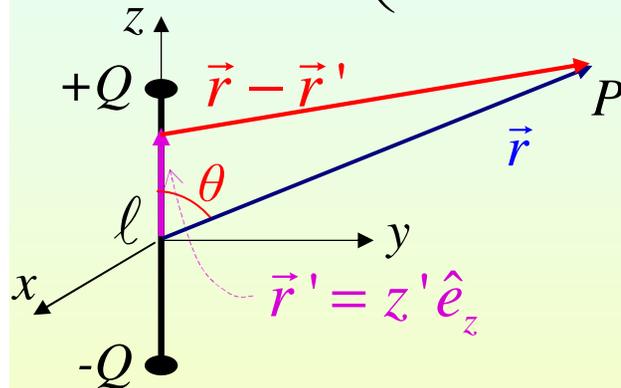
$$|\vec{r} - z'\hat{e}_z| = \left(z'^2 + r^2 - 2z' \underbrace{\hat{e}_z \cdot \vec{r}}_{r \cos \theta} \right)^{1/2}$$

que fornece a **expressão exata** de $\vec{A}(\vec{r}, t)$

- Podemos, porém, simplificar os cálculos supondo ponto P muito distante do dipolo, de forma que:

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm nx + \dots$$

$$|\vec{r} - z' \hat{e}_z| = \left(z'^2 + r^2 - 2z' \underbrace{\hat{e}_z \cdot \vec{r}}_{\equiv r \cos \theta} \right)^{1/2} = r \left(\frac{z'^2}{r^2} + 1 - \frac{2z' r \cos \theta}{r^2} \right)^{1/2} \approx$$



$$\approx r \left(1 - \frac{z' \cos \theta}{r} \right) = r - z' \cos \theta$$

- Note que esta quantidade está presente em **dois locais** da equação de \vec{A}

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{I(z', t - \frac{|\vec{r} - z' \hat{e}_z|}{c})}{|\vec{r} - z' \hat{e}_z|} dz' \hat{e}_z$$

muito grande

- i) *No denominador*: $z' \cos \theta$ pode ser **desprezado** se $r \gg \ell$.

ii) No tempo de retardo: $t - \frac{|\vec{r} - z' \hat{e}_z|}{c} = t - \left| \frac{r}{c} - \frac{z' \cos \theta}{c} \right|$

$r - z' \cos \theta$

$t^* = z' \cos \theta / c$ pode ser desprezado quando este for muito **menor** que o tempo característico de variação da corrente (por exemplo, em 1 período (T) de oscilação).

(isto porque $t - r/c$ pode ter um valor pequeno, mesmo para r grande, pois t pode ser grande)

• Ou seja, como $z' \cos \theta \leq \ell / 2 \Rightarrow \frac{z' \cos \theta}{c}$ poderá ser desprezado no tempo retardado se:

$$\frac{\ell}{2} \ll cT \equiv \lambda_{\text{radiação}}$$

(e para ficar valendo corrente uniforme em um dado t)

- Assim, se o dipolo for pequeno comparado com $1 \lambda_{\text{radiação}}$, e o ponto P estiver muito distante do dipolo (em comparação com ℓ):

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{I(z', t - \frac{|\vec{r} - z'\hat{e}_z|}{c})}{|\vec{r} - z'\hat{e}_z|} dz' \hat{e}_z \rightarrow \vec{A}_z(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \ell I\left(t - \frac{r}{c}\right) \hat{e}_z$$

(+ 1 constante de integração que eu suponho ser zero, por ser o caso + simples e também porque, nas derivações de \vec{A} para o cálculo dos campos, ela some!)

$$\therefore \vec{A}(\vec{r}, t) = A \hat{e}_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \ell I\left(t - \frac{r}{c}\right) \hat{e}_z$$

- Agora, o **Potencial Escalar** correspondente pode ser obtido da **Condição (Gauge) de Lorentz** :

$$\underbrace{\nabla \cdot \vec{A}}_{\frac{\partial A_z}{\partial z}} + \frac{\mu_0 \epsilon_0}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \ell I \left(t - \frac{r}{c} \right) \hat{e}_z$$

derivadas são em relação a z
(e não a z')

- De onde escrevemos:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = - \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \frac{\partial A_z}{\partial z} = - \frac{1}{\cancel{\mu_0} \epsilon_0} \frac{\cancel{\mu_0} \ell}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{r} I \left(t - \frac{r}{c} \right) \right];$$

$$r = \left(x^2 + y^2 + z^2 \right)^{1/2}$$

• Ou seja: $\left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{\ell}{4\pi\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{r} I \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \right\}$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{-\ell}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r^2} (x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2} \cancel{z} I \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial I}{\partial \left(t - \frac{r}{c} \right)} \frac{\partial \left(t - \frac{r}{c} \right)}{\partial z} \right] =$$

$$= -\frac{\ell}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{z}{r^3} I \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{1}{r} I'(-) \frac{1}{c} \frac{1}{\cancel{r}} \frac{1}{\cancel{r}} \cancel{z} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\ell}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{z}{r^3} I \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{z}{r^2 c} I' \left(t - \frac{r}{c} \right) \right]; \text{ que vamos agora integrar!}$$

• Mas: $I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow Q = \int I dt$; e também:

$$\int \underbrace{I' \left(t - \frac{r}{c} \right)}_{\equiv \xi} dt = \int I'(\xi) d\xi = I(\xi); \text{ já que } \frac{d\xi}{dt} = 1 \text{ e } \therefore d\xi = dt$$

(derivada de I com respeito ao seu argumento)

- Então:

$$\varphi(\vec{r}, t) = \frac{\ell}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{r^2} \left[\frac{Q\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r} + \frac{I\left(t - \frac{r}{c}\right)}{c} \right]$$

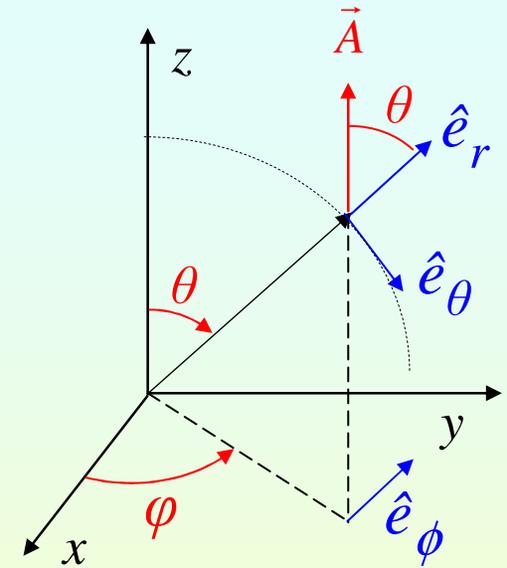
- Vamos agora obter os campos \vec{E} e \vec{B} , considerando o caso particular de uma **configuração de carga/corrente** dada por:

$$Q\left(t - \frac{r}{c}\right) = Q_0 \cos \omega\left(t - \frac{r}{c}\right); \text{ e } I\left(t - \frac{r}{c}\right) = \underbrace{I_0}_{-\omega Q_0} \sin \omega\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

- Vamos também estar trabalhando com coordenadas esféricas, já que, na aproximação de dipolo, a geometria é esférica.

- Assim, as componentes do potencial vetor $\vec{A} = A \hat{e}_z$:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_\phi = 0 \\ A_r = A \cos \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\ell I_0}{r} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \cos \theta \\ A_\theta = -A \sin \theta = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\ell I_0}{r} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \sin \theta \end{array} \right. \quad \left\{ \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \ell I \left(t - \frac{r}{c} \right) \hat{e}_z \right\}$$



- De forma que: $\vec{B} = \nabla_{\text{esf.}} \times \vec{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\overset{=0}{A_\phi} \sin \theta \right) - \frac{\partial \overset{=0}{A_\theta}}{\partial \phi} \right] \hat{e}_r +$

$$+ \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \overset{=0}{A_r}}{\partial \phi} - \frac{\partial \left(r \overset{=0}{A_\phi} \right)}{\partial r} \right] \hat{e}_\theta + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \hat{e}_\phi$$

apenas

$$\Rightarrow \vec{B} = \vec{B} \hat{e}_\phi = \frac{1}{r} \left\{ -\frac{\mu_0 \ell I_0}{4\pi} \sin \theta \left(-\frac{\omega}{c} \right) \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\mu_0 \ell I_0}{4\pi r} \sin \theta \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right\} \hat{e}_\phi$$

$$\therefore B_\phi = \frac{\mu_0 \ell I_0}{4\pi} \sin \theta \left[\frac{\omega}{rc} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{1}{r^2} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right]$$

- Agora, quanto ao campo \vec{E} , ele pode ser obtido fazendo:

$$\vec{E} = -\nabla_{\text{esf.}} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{e usando } \mathbf{z} = r \cos \theta, \text{ já obtido, na equação de } \varphi)$$

$$\varphi(\vec{r}, t) = \frac{\ell}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{r^2} \left[\frac{Q(t - r/c)}{r} + \frac{I(t - r/c)}{c} \right]$$

- Então:

verifiquem!

$$\left\{ \begin{aligned}
 E_r &= -\frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial t} = \frac{2\ell I_0 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\sin \omega\left(t - \frac{r}{c}\right)}{c r^2} - \frac{\cos \omega\left(t - \frac{r}{c}\right)}{\omega r^3} \right] \\
 E_\theta &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial t} = -\frac{\ell I_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{1}{\omega r^3} - \frac{\omega}{rc^2} \right) \cos \omega\left(t - \frac{r}{c}\right) - \frac{1}{r^2 c} \sin \omega\left(t - \frac{r}{c}\right) \right] \\
 E_\phi &= -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial t} = 0
 \end{aligned} \right. \quad \left\{ \varphi(\vec{r}, t) = \frac{\ell}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{r^2} \left[\frac{Q\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r} + \frac{I\left(t - \frac{r}{c}\right)}{c} \right] \right\}$$

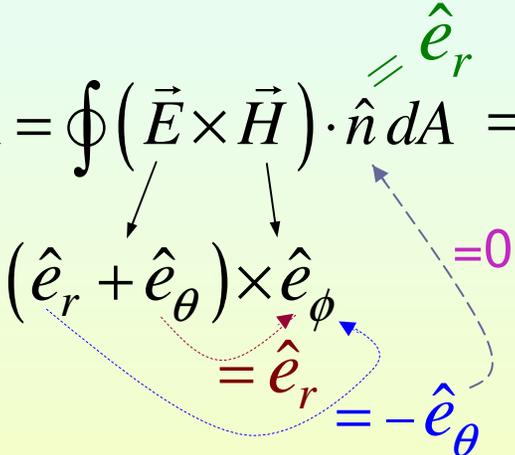
- Observe que existem componentes de \vec{E} tanto na direção de θ quanto na direção de r (!) enquanto que \vec{B} só tem componente na direção de ϕ !

(ondas esféricas!)

$$\left\{ \vec{B} = \frac{\mu_0 \ell I_0}{4\pi} \sin \theta \left[\frac{\omega}{c r} \cos \omega\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{1}{r^2} \sin \omega\left(t - \frac{r}{c}\right) \right] \hat{e}_\phi \right\}$$

- Agora, ainda na Aproximação de Dipolo, vamos calcular a Taxa de Energia (Potência) Irradiada pelo dipolo, calculando o fluxo do Vetor de Poynting através de uma esfera de raio r , centrada no dipolo, considerando este raio muito grande ($r \rightarrow \infty$).

• Então: $\oint \vec{S} \cdot \hat{n} dA = \oint (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \hat{n} dA = \oint (E_\theta H_\phi) (r^2 \sin \theta d\theta d\phi) =$



$$= \frac{2\pi}{\mu_0} \int_0^\pi r^2 E_\theta B_\phi \sin \theta d\theta$$

- Observe, porém, que não é necessário integrar sobre todos os termos de E_θ e B_ϕ já que *no final, quando eu fizer $r \rightarrow \infty$* , todos os termos que dependessem de r^{-n} ; $n \geq 2$, anulam-se!

- Termos que não se anulam são os proporcionais a $1/r$ em E_θ e B_ϕ , que compõe o Campo de Radiação.

• Como:
$$\begin{cases} E_{\theta} = -\frac{\ell I_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{1}{\omega r^3} - \frac{\omega}{r c^2} \right) \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) - \frac{1}{r^2 c} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \\ B_{\phi} = \frac{\mu_0 \ell I_0}{4\pi} \sin \theta \left[\frac{\omega}{c r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{1}{r^2} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \end{cases}$$

• Então:
$$\oint \vec{S} \cdot \hat{n} dA = \left(\frac{2\pi}{\mu_0} \right) \int_0^{\pi} \left(\frac{\ell I_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{\omega}{c^2} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \times$$

$$\times \frac{\mu_0 \ell I_0 \sin \theta}{4\pi r} \frac{\omega}{c} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \cdot r^2 \sin \theta d\theta =$$

$$= \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{\ell I_0 \omega}{4\pi\epsilon_0 c^2} \times \frac{\mu_0 \ell I_0 \omega \cos^2 \omega \left(t - \frac{r}{c} \right)}{4\pi c} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta = \frac{4}{3}$$

\parallel
 2

- Assim:

$$\oint \vec{S} \cdot \hat{n} dA = \frac{(I_0 \ell \omega)^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \cos^2 \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \equiv \frac{\text{Potência Instantânea Irradiada, na Aproximação de Dipolo}}$$

- Cálculo da **Potência Média**:

$$p_0^2 \parallel \rightarrow p_0 = q\ell \equiv \text{"momento de dipolo elétrico"}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \frac{I_0^2 \ell^2 \omega^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} = (I_0 = -\omega Q_0) = \frac{\omega^2 Q_0^2 \ell^2 \omega^2}{3 \cdot 4\pi^2 c^2 c \epsilon_0} ; c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$= \lambda^{-2}$

- Multiplicando e dividindo por 2:

$$\bar{P} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 \frac{I_0^2}{2}$$

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{2\pi f} = \frac{2\pi c}{\omega}$$

- Agora, como sabemos, uma resistência com corrente $I_0 \cos \omega t$ dissipa energia a uma taxa média:

$$\bar{P}_{dis.} = R \bar{I}^2 = R I_0^2 \overline{\cos^2 \omega t} = \frac{1}{2} R I_0^2$$

- Comparando este resultado com o anterior:

$$\bar{P} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \frac{I_0^2}{2}$$

- Podemos então definir para antenas/dipolo elétrico uma **“Resistência de Radiação”**:

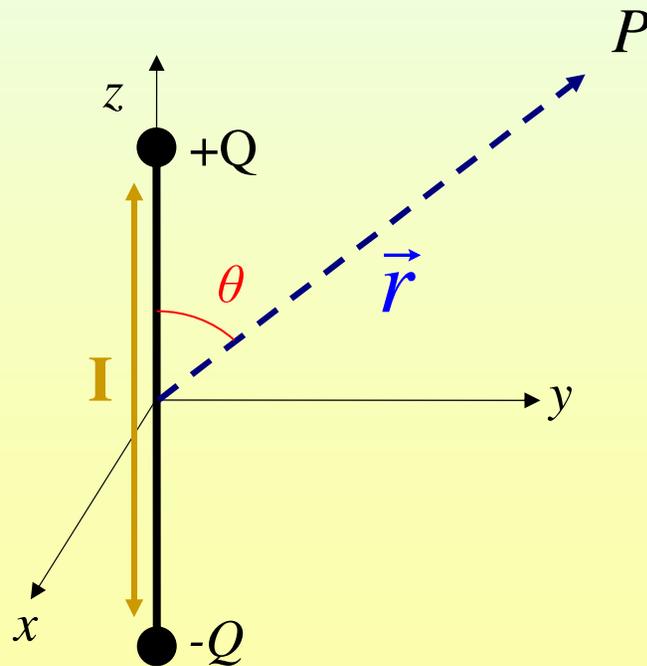
$$R_r^{dip} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 = 789 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \text{ Ohms (espaço livre)}$$

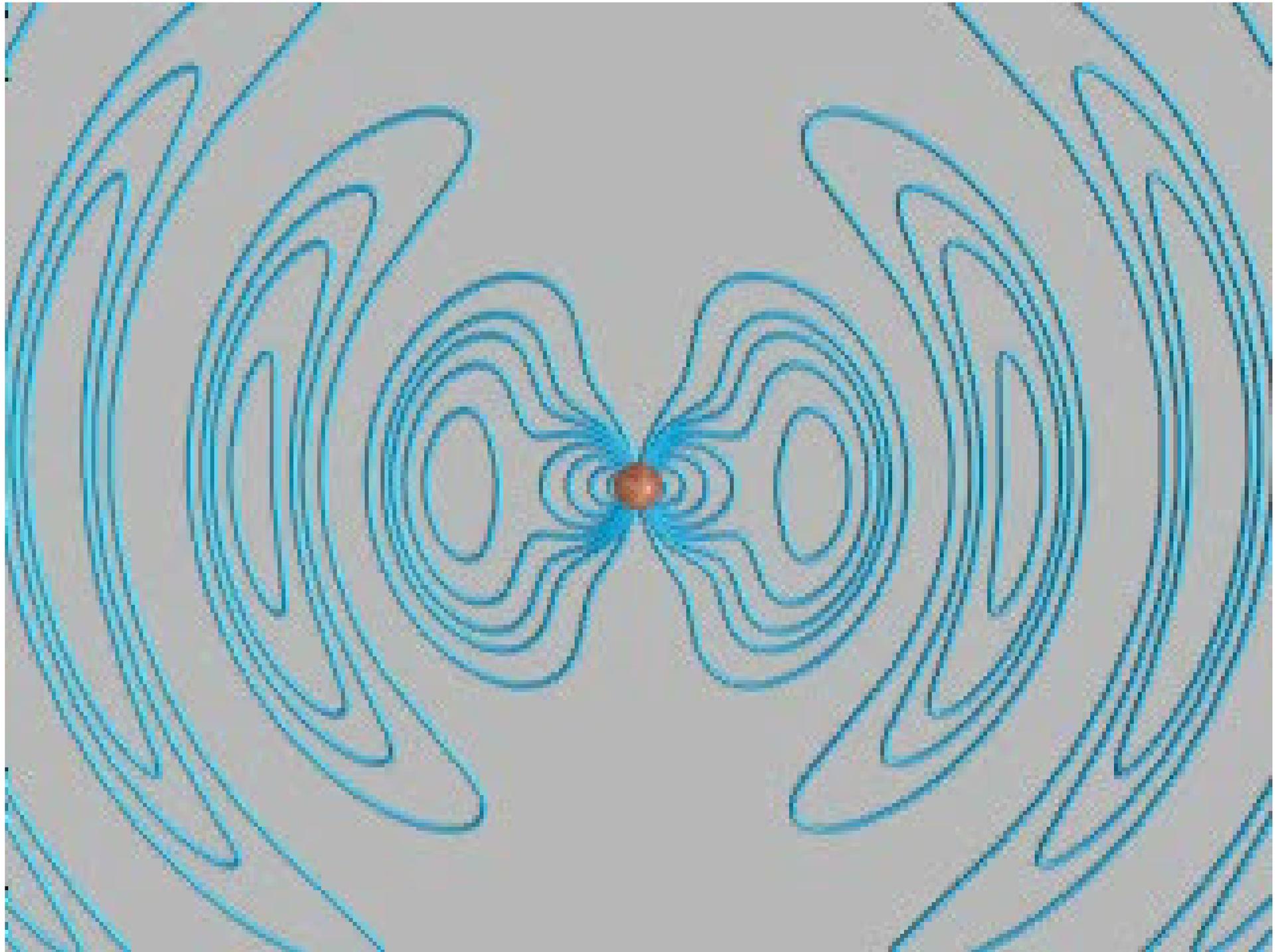
- Em meios dielétricos, substituir $\mu_0, \epsilon_0 \rightarrow \mu, \epsilon$

- Finalmente, pegando as componentes do campo de radiação:
(*demonstre!!*)

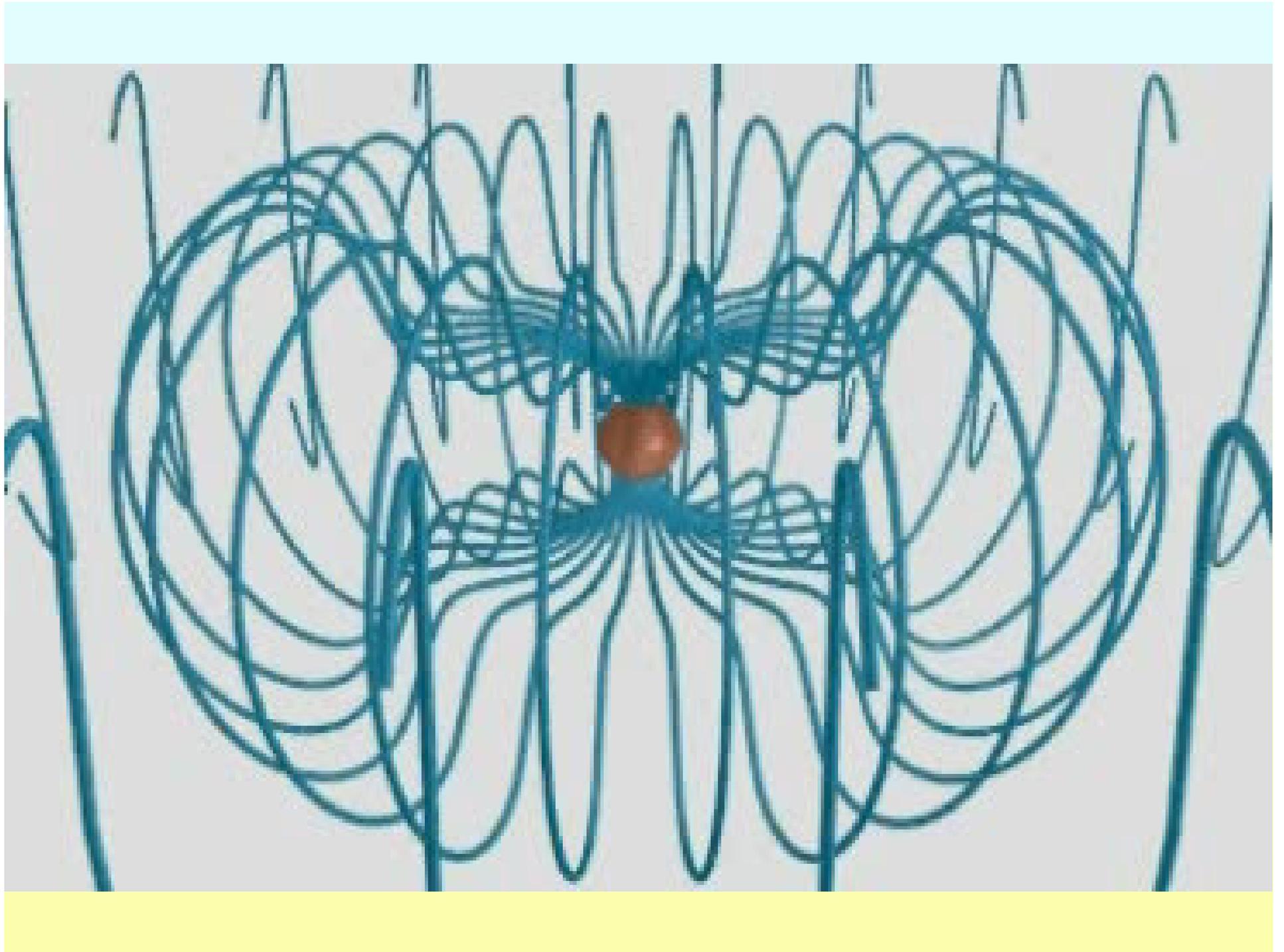
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \overline{E_\theta B_\phi} = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{32\pi^2 c r^2} \hat{e}_r \quad ; \quad \bar{S} = I$$

- Ou seja, a energia é mais intensamente irradiada na direção \perp ao dipolo, pois:

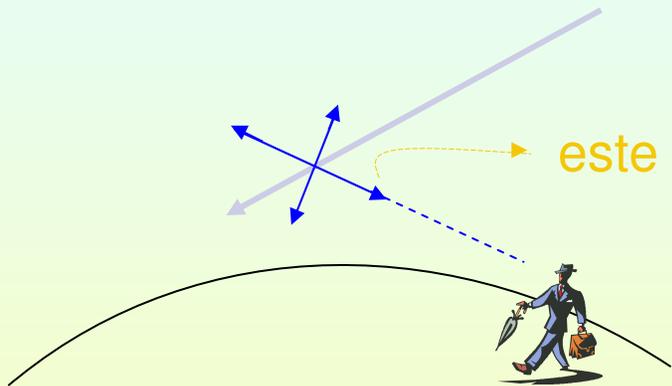








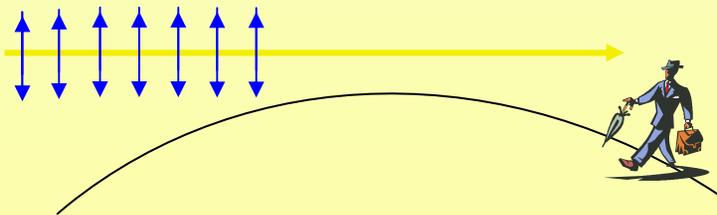
- Demonstração: *Laser + Resina* $\rightarrow \vec{S} = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{32\pi^2 c r^2} \hat{e}_r$
- Luz polarizada do céu azul também pode ser explicada.



este dipolo não irradia para o observador

pôr-do-Sol

\therefore A luz que chega ao observador é polarizada; e é azul porque ω^4 amplifica a absorção e re-emissão da luz solar nesta frequência.



Atmosfera remove o azul da radiação solar; o que “sobra” é o vermelho.