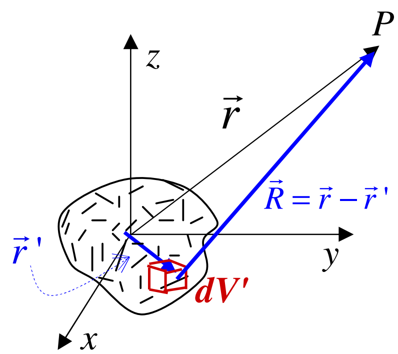
Eletromagnetismo II – 1º Semestre de 2007

Noturno - Prof. Alvaro Vannucci

23 aula – 12jun/2007

- Vimos: Para uma distribuição arbitrária de cargas em movimento, *em torno da origem*, os potenciais vetor e escalar correspondentes são:

$$\begin{cases} \boxed{\varphi(\vec{r},t)=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\dfrac{Q}{r}+\dfrac{\hat{e}_r\cdot\vec{p}(t_0)}{r^2}+\dfrac{\hat{e}_r\cdot\dot{\vec{p}}(t_0)}{rc}\right]} \\ \boxed{\vec{A}(\vec{r},t)=\dfrac{\mu_0}{4\pi r}\dot{\vec{p}}\left(t-\dfrac{r}{c}\right)} \quad ; \ \dot{\vec{p}}=\dfrac{d\vec{p}}{dt} \end{cases}$$



- Os quais permitiram que obtivéssemos os campos correspondentes (da *Zona de Radiação*):

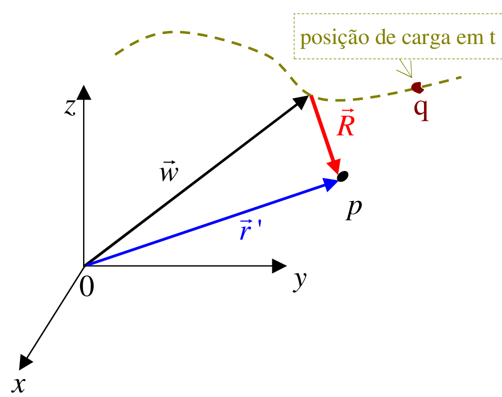
$$\boxed{\vec{E}(\vec{r},t)=\frac{\mu_0}{4\pi r}\left\{\left[\hat{e}_r\cdot\ddot{\vec{p}}(t_0)\right]\hat{e}_r-\ddot{\vec{p}}(t_0)\right\}=\frac{\mu_0}{4\pi r}\left[\hat{e}_r\times\left(\hat{e}_r\times\ddot{\vec{p}}\right)\right]} \quad \text{e} \quad \boxed{\vec{B}=-\frac{\mu_0}{4\pi rc}\left[\hat{e}_r\times\ddot{\vec{p}}(t_0)\right]}$$

- Na situação de ***uma única carga***:

- Então a ***Potência Irradiada*** é dada por: $\boxed{P=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2}{3}\dfrac{q^2a^2}{c^3}}$ ≡ ***Fórmula de Larmor***

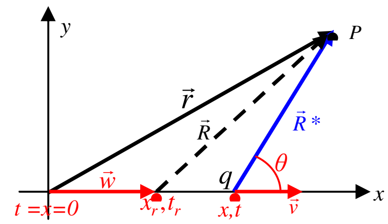
- Vimos também os ***Potenciais de Lienard-Wiechert*** para cargas pontuais, em movimento qualquer.

$$\begin{cases} \boxed{\varphi(\vec{r},t)=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{R\left(1-\dfrac{\hat{e}_R\cdot\vec{v}}{c}\right)}} \\ \boxed{\vec{A}(\vec{r},t)=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\vec{v}}{R\left(1-\dfrac{\hat{e}_R\cdot\vec{v}}{c}\right)}=\dfrac{\vec{v}}{c^2}\varphi(\vec{r},t)} \end{cases}$$



$$\therefore \begin{cases} \boxed{\vec{E}(\vec{r},t)=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{R}{\left(\vec{u}\cdot\vec{R}\right)^3}\left[\left(c^2-v^2\right)\vec{u}+\vec{R}\times\left(\vec{u}\times\vec{a}\right)\right]} \\ \boxed{\vec{B}(\vec{r},t)=-\dfrac{1}{c}\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{\left(\vec{u}\cdot\vec{R}\right)^3}\vec{R}\times\left[\vec{v}\left(c^2-v^2\right)+\vec{v}\left(\vec{R}\cdot\vec{a}\right)+\vec{a}\left(\vec{R}\cdot\vec{u}\right)\right]} \end{cases} \quad ; \text{ sendo que: } \boxed{\vec{u}=\frac{c\vec{R}}{R}-\vec{v}}$$

- No caso particular de M.R.U.: $\begin{cases} \boxed{\varphi(\vec r,t)=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qc}{\sqrt{\left(c^2t-\vec r\cdot\vec v\right)+\left(c^2-v^2\right)\left(r^2-c^2t^2\right)}}} \\ \boxed{\vec A(\vec r,t)=\dfrac{\vec v}{c^2}\varphi} \end{cases}$



- De forma que: $\boxed{\varphi(\vec r,t)=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{R^*\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}\sin\theta}}}$

- Agora, nas equações acima de $\vec E$ e $\vec B$ (Lienard-Wiechert) gerais, vemos que as expressões entre colchetes são muito semelhantes, já que (em $\vec E$):

$$\underbrace{\vec R\times(\vec u\times\vec a)}_{\text{(BAC-CAB)}}=\vec u\left(\vec R\cdot\vec a\right)-\vec a\left(\vec R\cdot\vec u\right)$$, a não ser pelos u's $\leftrightarrow$ v's.

- Note porém, como já mencionado na aula passada, que quando forem realizados em $\vec B$ os produtos $\vec R\times$(escalar $\vec v$), podemos substituir $\vec v$ por $-\vec u$, já que:

$$\vec R\times(esc)(-\vec u)=(esc)\left[\vec R\times\left(\vec v-\frac{c\vec R}{R}\right)\right]=(esc)\left(\vec R\times\vec v\right)$$

=0

- De forma que: $\boxed{\vec B=\dfrac{1}{c}\dfrac{\vec R}{R}\times\vec E}$

- Ou seja, o *campo magnético* $\vec B$ de uma ***carga pontual*** será $\perp$ a $\vec E$ *e também ao vetor que liga o ponto P à posição retardada*.

- Estes resultados referem-se às ***cargas pontuais*** com ***movimento qualquer***.

- No caso específico de ***carga em M.R.U.***: $\vec v=cte \;\Rightarrow\; \vec a=0$

- Portanto, na expressão de $\vec E$: $\boxed{\underset{(a=0)}{\vec E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\left(c^2-v^2\right)}{\left(\vec R\cdot\vec u\right)^3}R\vec u}$ (*)

- Mas, o termo: $R\vec u=\cancel{R}\dfrac{c\vec R}{\cancel{R}}-R\vec v$; $\begin{cases}\vec R=\vec r-\overset{/\!/\vec w}{\vec v t_r}\\ R=c\left(t-t_r\right)\end{cases}$

tempo presente

- Assim: $R\vec u=c\vec r-\cancel{c\vec v t_r}-c\vec v t+\cancel{c\vec v t_r}\Rightarrow R\vec u=c\left(\vec r-\vec v t\right)\rightarrow \textit{para M.R.U.}$

- Agora, quero substituir o produto $\vec R\cdot\vec u$ observando que, nos potenciais de Lienard-Wiechert, o termo:

$$R\left(1-\frac{\overset{\left(/\!/\vec R/R\right)}{\hat e_R}\cdot\vec v}{c}\right)=R-\frac{\vec R\cdot\vec v}{c}=\frac{1}{c}\left(cR-\vec R\cdot\vec v\right)=\underline{\underline{\frac{1}{c}\left(\vec R\cdot\vec u\right)}};\quad \text{pois } \vec R\cdot\vec u=\vec R\cdot\frac{c\vec R}{R}-\vec R\cdot\vec v$$

- Por outro lado, como já vimos, para uma carga com ***velocidade constante***:

$$R\left(1-\frac{\hat{e}_R\cdot\vec{v}}{c}\right)=\frac{1}{c}\sqrt{\left(c^2t-\underset{\backslash\backslash\, t_r}{\vec{r}\cdot\vec{v}}\right)^2+\left(c^2-v^2\right)\left(r^2-c^2t^2\right)}=\underline{\underline{R^*\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta}}}$$

posição presente (ao ponto *P*)

exercício da lista

- De forma que, substituindo na equação de $\vec{E}=\left(\vec{a}=0\right)$:

equação (*)

$$\vec{E}\left(\vec{r},t\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{c^2-v^2}{\cancel{c^3}\,{}^{2}R^{*3}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{3/2}}\cancel{c}\underbrace{\left(\vec{r}-\vec{v}t\right)}_{\backslash\backslash\,\vec{R}^*}\;\rightarrow\;\textit{escrita em termos do tempo e posição presentes!}$$

ver figura!

- Colocando $\boldsymbol{c}^{\,2}$ em evidência:

$$\boxed{\underset{(a=0)}{\vec{E}\left(\vec{r},t\right)}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^{*2}}\frac{1-v^2/c^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{3/2}}\frac{\vec{R}^*}{R^*}}$$

versor na direção de $\vec{R}^*$

- Ou seja, $\vec{E}$ aponta <u>na direção do ponto *P*</u> em termos do <u>***vetor "Posição Presente"***</u> da carga, o que é um resultado interessante, quando lembramos que o <u>"sinal" em *P*</u>, <u>no tempo *t*</u>, vem da <u>*posição retardada*</u>!

- Note-se também que, para pontos *P* <u>***situados na direção de movimento***</u> ($\theta=0°$):

"resultado estático" (carga em repouso)

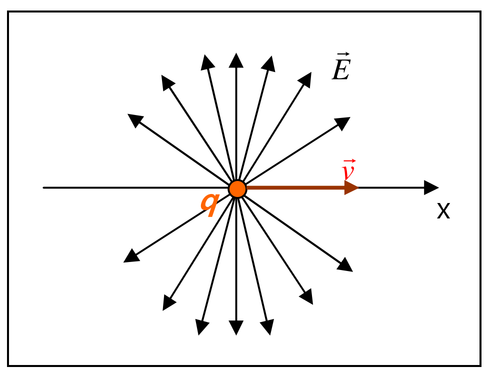
não é a "componente" do campo, mas o <u>próprio campo</u>!

$$\boxed{E_{//}=\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0R^{*2}}\right)\underbrace{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}_{<1}}$$

- Desta forma, a intensidade ($\left|\vec{E}\right|$) para pontos <u>***na direção de movimento***</u> <u>***diminui***</u>, <u>em *relação à situação de repouso*</u>, pelo fator $\boxed{1-v^2/c^2}$ $\Rightarrow$ no limite $\boldsymbol{v\rightarrow c}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{E_{//}\rightarrow 0}$!

- Por outro lado, para pontos ***na direção ⊥ ao movimento da carga*** ($\boldsymbol{\theta=\pi/2}$), a intensidade do campo: $E_\perp\propto\frac{\left(1-v^2/c^2\right)^{2/2}}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}=\frac{1}{\left(1-v^2/c^2\right)^{1/2}}>1$ (sempre! para qualquer *v* !)

- Concluindo: há uma <u>***tendência das linhas de campo elétrico concentrarem-se na direção ⊥ ao movimento da carga***</u> (com <u>velocidade constante</u>).



- O campo $\vec{B}$, por outro lado: $\boxed{\vec{B}=\frac{1}{c}\frac{\vec{R}}{R}\times\vec{E}}$

para $a=0$

posição retardada $\Rightarrow$ quero escrever na <u>*posição presente*</u>

- Como $\frac{\vec{R}}{R} = \frac{\vec{r} - \vec{v}t_r}{R} = \overbrace{\vec{r} - \vec{v}t}^{\vec{R}^*_{\backslash\backslash}(v\ cte)} + \vec{v}\overbrace{(t - t_r)}^{= R/c} \Rightarrow \frac{\vec{R}}{R} = \frac{\vec{R}^*}{R} + \frac{\vec{v}}{c}$

  somo e subtraio $\vec{v}t$

  $\left(\frac{\vec{r} - \vec{v}t_r}{R} + \frac{\vec{v}t - \vec{v}t}{R} = \frac{(\vec{r} - \vec{v}t) + v(t - t_r)}{R}\right)$

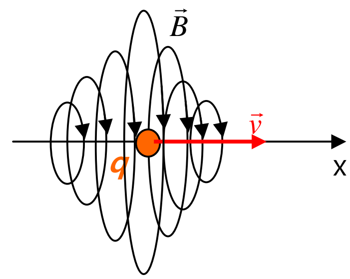
- Então: $\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{1}{c}\left(\cancel{\frac{\vec{R}^*}{R}\times\vec{E}}^{=0} + \frac{\vec{v}}{c}\times\vec{E}\right) \Rightarrow \boxed{\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{1}{c^2}\left(\vec{v}\times\vec{E}\right)}$

  para qualquer pontual, com $\vec{v}$ cte. (*M.R.U.*)

- Ou seja, as linhas de força de $\vec{B}$ têm direção de $\hat{e}_\phi$. (verifiquem!)

- Além disso, note que a *Intensidade* do campo diminui em pontos que se encontram ao longo (nas mediações) *da direção de movimento*, *devido à dependência* com *sin*$^2\theta$.

- Configuração geométrica:



- Vamos calcular agora a ***Potência Irradiada*** por ***carga pontual***, com ***trajetória qualquer***:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0 c}\left[\vec{E}\times\left(\frac{\vec{R}}{R}\times\vec{E}\right)\right] = \left\{\vec{B}\left(\vec{A}\cdot\vec{C}\right) - \vec{C}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\right\} = \frac{1}{\mu_0 c}\left[\frac{\vec{R}}{R}\underbrace{\left(\vec{E}\cdot\vec{E}\right)}_{=E^2} - \vec{E}\left(\vec{E}\cdot\frac{\vec{R}}{R}\right)\right]$$

- No entanto, como já discutimos, não é toda energia associada aos campos que constituirá os "***Campos de Radiação***"; uma parte representa o campo (próximo) que acompanha a carga, enquanto ela se move.

- Ou seja, ***energia irradiada*** é aquela que efetivamente propaga-se para o infinito.

- Vamos então calcular a ***Potência Irradiada*** pela carga, **no instante t_r**, considerando casca esférica imaginária, de raio $\boldsymbol{R}$ (*centrada na posição retardada*) e esperar $\boxed{\Delta t = t - t_r = R/c}$ para calcular o ***fluxo de*** $\vec{S}$, no instante $\boldsymbol{t}$, através da casca esférica.

- Agora, como o elemento de área $\boldsymbol{dA \propto R^2} \Rightarrow$ somente os termos de $\boxed{\vec{S}\propto 1/R^2}$ é que "sobrevivem" quando faço $R\to\infty$.

- Isto significa, na expressão geral de $\vec{E}$ e $\vec{B}$ (verifique!), que ***somente o termo que envolve aceleração*** constituirá a ***Parte de Radiação***!

- Isto pois, $\boxed{\vec{u} = \frac{c\cancel{\vec{R}}}{\cancel{R}} - \vec{v}}$ ***não depende de R*** (módulo) $\Rightarrow \vec{E}\propto\frac{\cancel{R}}{R^{\cancel{3}\,2}}\left[t_1(\vec{v})\ \text{e}\ t_2(R,a)\right]$

  termo 1 termo 2

  $\propto 1/R^2 \quad \propto 1/R$

- Por isso, ***carga com*** $\vec{v}$ ***cte***. (*a=0*) ***não irradia***!

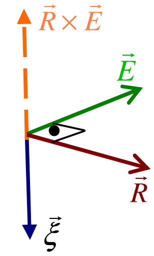
- Assim: $\vec{E}_{rad} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R}{\left(\vec{R}\cdot\vec{u}\right)^3}\left[\vec{R}\times\underbrace{\left(\vec{u}\times\vec{a}\right)}_{\backslash\backslash}\right]$; para carga pontual acelerada, com trajetória qualquer.

  é um vetor, $\vec{\xi}$

- Como $\vec{E}_{rad} \propto \vec{R}\times\vec{\xi} \Rightarrow \vec{E}_{rad} \perp \vec{R} \Rightarrow$ na expressão de $\vec{S}$: $\left(\vec{E}\cdot\frac{\vec{R}}{R}=0\right)$

  e a $\vec{\xi}$

$$\boxed{\vec{S}=\frac{1}{\mu_0 c}E_{rad}^2\frac{\vec{R}}{R}}$$



- Vou agora calcular a <u>*Intensidade*</u> $(\vec{S})$ da radiação, de uma <u>forma aproximada</u> (para simplificar a álgebra), supondo:

$$\boxed{\vec{u}=\frac{c\vec{R}}{R}-\vec{v}\approx\frac{c\vec{R}}{R}};$$

ou seja, a <u>*velocidade de propagação do sinal*</u> é >> que a <u>*velocidade*</u> $\vec{v}$ da carga: ($c >> v$).

situação não-relativística

- Então: $\vec{E}_{rad} \approx (BAC-CAB) \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R}{\left(\vec{R}\cdot\frac{c\vec{R}}{R}\right)^3}\left[\underbrace{\frac{c\vec{R}}{R}}_{\hat{e}_R}\left(\vec{R}\cdot\vec{a}\right)-\vec{a}\left(\vec{R}\cdot\frac{c\vec{R}}{R}\right)\right]=$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cancel{R}}{\cancel{c^3}\cancel{R^3}}\left[\cancel{c}\,\hat{e}_R\left(\vec{a}\cdot\underbrace{\frac{\vec{R}}{R}}_{\equiv\hat{e}_r}\right)\cancel{R}-\cancel{c}\,\cancel{R}\,\vec{a}\right]\Rightarrow \vec{E}_{rad}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{c^2R}\left[\underbrace{\left(\vec{a}\cdot\hat{e}_R\right)}_{=a\cos\theta}\hat{e}_R-\vec{a}\right]$$

$\theta \equiv$ ângulo entre a <u>aceleração da carga</u> e a <u>direção da onda irradiada</u>

- De forma que: $E^2=\vec{E}\cdot\vec{E}=\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c^2R}\right)^2\left(a\cos\theta\,\hat{e}_R-\vec{a}\right)\cdot\left(a\cos\theta\,\hat{e}_R-\vec{a}\right)=$

$$=\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c^2R}\right)^2\left[a^2\cos^2\theta-a\cos\theta\underbrace{\left(\hat{e}_R\cdot\vec{a}\right)}_{=a\cos\theta}-a\cos\theta\underbrace{\left(\vec{a}\cdot\hat{e}_R\right)}_{=a\cos\theta}+a^2\right]=$$

$$=\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c^2R}\right)^2 a^2\underbrace{\left(\cos^2\theta-2\cos^2\theta+1\right)}_{=1-\cos^2\theta=\sin^2\theta}$$

- Portanto: $\boxed{\overline{S}=\frac{q^2a^2\sin^2\theta}{16\pi^2\mu_0\varepsilon_0^2c^5R^2}\hat{e}_R}$; válido para $\boxed{\vec{u}\sim\frac{c\vec{R}}{R}}$. (situação não-relativística)

- Como vimos, a <u>*carga não* irradia</u> na <u>direção em que está acelerada</u> e também, *emissão máxima ocorre $\perp$ a aceleração da carga.*

- Calculando o fluxo desta energia */área.tempo* através de uma *casca esférica de raio R*, temos a ***Potência Total Irradiada***:

$$P=\int\overline{S}_{rad}\cdot\hat{n}\,dA=\frac{q^2a^2}{16\pi^2\mu_0\varepsilon_0^2c^5R^2}\int\underbrace{R^2\sin^3\theta\,d\theta\,d\phi}_{=(2\pi)(4/3)}\Rightarrow\left(c^2=\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\right)\Rightarrow\boxed{P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2}{3}\frac{q^2a^2}{c^3}}$$

Fórmula de Larmor

RELATIVIDADE

- Teoria de Maxwell sobre o Eletromagnetismo foi publicada em 1862.

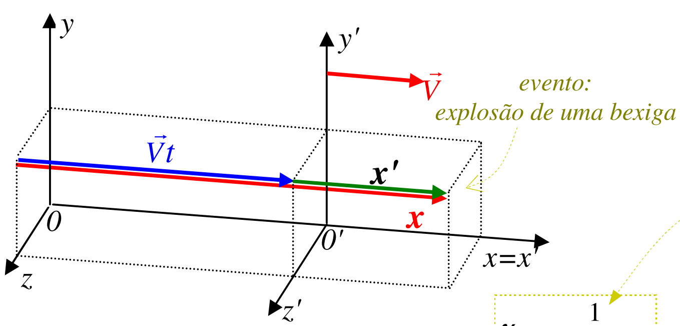
- Nos anos seguintes a estrutura matemática, como visto no nosso curso, foi gradualmente desenvolvida e os resultados foram comprovados experimentalmente.

- Um ponto crucial neste processo foi sobre a existência (ou não) de um meio para a propagação das ondas *EM*: o **Éter**.

- Ele existindo, porém, se estabeleceria um sistema de referência preferencial para o estudo das leis da Física.

- Experiências com a de Michelson-Morley (1888) levaram os cientistas a concluírem pela não-existência do Éter.

- Em 1904 Lorentz propôs uma ***transformação*** que deixava inalterada a forma das Equações de Maxwell quando descrita por ***dois observadores em referenciais inerciais diferentes*** (o que não ocorria quando aplicadas às transformações de Galileu). (as equações de Maxwell não eram invariantes frente a uma transformação de Galileu)



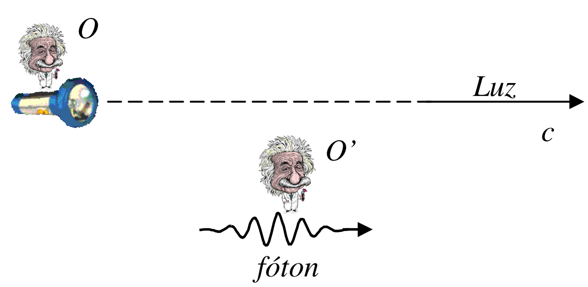
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} & (1) \\ z' = z & (2) \\ y' = y & (3) \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} & (4) \end{cases}$$

- No ano seguinte Einstein publica seu desenvolvimento acerca da ***Teoria Especial da Relatividade*** a partir de dois princípios básicos:

  1º) As leis da Natureza são as mesmas as para qualquer sistema inercial.
  2º) A velocidade da luz no vácuo é c para qualquer referencial inercial.

- Desta forma, por exemplo, se 0 e 0' *sincronizarem seus relógios* ao passar um pelo outro *com velocidade V*, e neste instante um "*flash*" de luz é disparado nas *origens coincidentes* dos sistemas de coordenadas:



i) O observador 0 afirma que a luz propaga-se em todas as direções com velocidade *c* como frentes de ondas esféricas *centradas na sua origem* e *com raio r =ct crescente*.

ii) Observador 0' afirma o mesmo, com as ondas *centradas na sua origem* e *com raio r' = ct' crescente*.

- Isto significa dizer que, para cada observador, as frentes de onda são descritas pela *equação da esfera*:

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = c^2 t^2 \tag{5}$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = r'^2 = c^2 t'^2 \tag{6}$$

- Aplicando as *equações de transformação de Lorentz* na **eq. (6)**: $\boxed{\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}}$

$$\gamma^2 (x - Vt)^2 + y^2 + z^2 = c^2 \gamma^2 \left(t - \frac{V}{c^2} x \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma^2 x^2 + \gamma^2 V^2 t^2 - \cancel{2\gamma^2 x V t} + y^2 + z^2 = c^2 \gamma^2 t^2 + \cancel{c^2} \gamma^2 \frac{V^2}{c^{\cancel{4}2}} x^2 - \cancel{2 c^2 \gamma^2 t \frac{V}{c^2} x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 \cancel{\gamma^2} \left(\cancel{1 - V^2/c^2} \right) + y^2 + z^2 = c^2 \cancel{\gamma^2} t^2 \left(\cancel{1 - V^2/c^2} \right) \Rightarrow \boxed{x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2} \equiv \textbf{eq. (5)}\,!$$

- Vamos agora determinar as *Equações de Transformação de Lorentz* para a velocidade (de um objeto que se move, segundo seus referenciais). (ver 1998-12ª aula, "Conceito de Simultaneidade")

- Supondo que o objeto em movimento, segundo os observadores 0 e 0' sofra um deslocamento infinitesimal $\Rightarrow$ tem-se *variações infinitesimais nas coordenadas linha e sem linha*:

$$\begin{cases} dx' = \dfrac{dx - V dt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} & (7) \\[2ex] dy' = dy & (8) \\ dz' = dz & (9) \\ dt' = \dfrac{dt - \left(\dfrac{V^2}{c^2} \right) dx}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} & (10) \end{cases}$$

- Fazendo (7) ÷ (10) $\Rightarrow \dfrac{dx'}{dt'} = v'_x = \dfrac{\boxed{\overset{= v_x}{dx}} - V dt}{\boxed{dt} \left(1 - \boxed{\dfrac{V}{c^2}} \underbrace{\dfrac{dx}{dt}}_{\equiv v_x} \right)} \Rightarrow \boxed{v'_x = \dfrac{v_x - V}{1 - \dfrac{V v_x}{c^2}}}$ (11)

- Também (8) ÷ (10) $\Rightarrow v'_y = \dfrac{dy'}{dt'} = dy \dfrac{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{dt \left(1 - \dfrac{V}{c^2} \dfrac{dx}{dt} \right)} \Rightarrow \boxed{v'_y = \dfrac{v_y \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 - \dfrac{V}{c^2} v_x}}$ (12)

- Analogamente: $\boxed{v'_z = \dfrac{v_z \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 - \dfrac{V}{c^2} v_x}}$ (11)

- Note: para $V << c$ $\left(\frac{V}{c} \to 0\right)$, caímos na ***Transformação de Velocidade*** *clássica de Galileu*.

- Agora, se por um lado as equações de Maxwell são covariantes (variam da mesma maneira, não mudam suas formas) com relação a uma transformação de Lorentz:

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r},t) = \frac{\rho(\vec{r},t)}{\varepsilon_0}} \leftrightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E}'(\vec{r}\,',t') = \frac{\rho'(\vec{r}\,',t')}{\varepsilon_0}} \tag{14}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r},t) = 0} \leftrightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B}'(\vec{r}\,',t') = 0} \tag{15}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r},t)}{\partial t}} \leftrightarrow \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E}'(\vec{r}\,',t') = -\frac{\partial \vec{B}'(\vec{r}\,',t')}{\partial t'}} \tag{16}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r},t) = \mu_0 \vec{J}(\vec{r},t) + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t}} \leftrightarrow \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B}'(\vec{r}\,',t') = \mu_0 \vec{J}'(\vec{r}\,',t') + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}'(\vec{r}\,',t')}{\partial t'}} \tag{17}$$

- Por outro lado, *não estamos supondo igualdade* entre $\vec{E}$, $\vec{B}$ e $\vec{E}'$, $\vec{B}'$, ou entre ρ, $\vec{J}$ e ρ', $\vec{J}'$, porque na realidade *estas grandezas não são iguais* (para referenciais inerciais diferentes)!

- Fica fácil perceber que, por exemplo, uma carga em repouso em um referencial, no outro ela está em movimento!

- Nossa tarefa, agora, é determinar as ***leis (equações) de Transformações dos Campos***.

- Faremos isso na próxima aula.