INSTITUTO DE FÍSICA

Universidade de São Paulo

Eletromagnetismo II

Aula 24

Professor Alvaro Vannucci

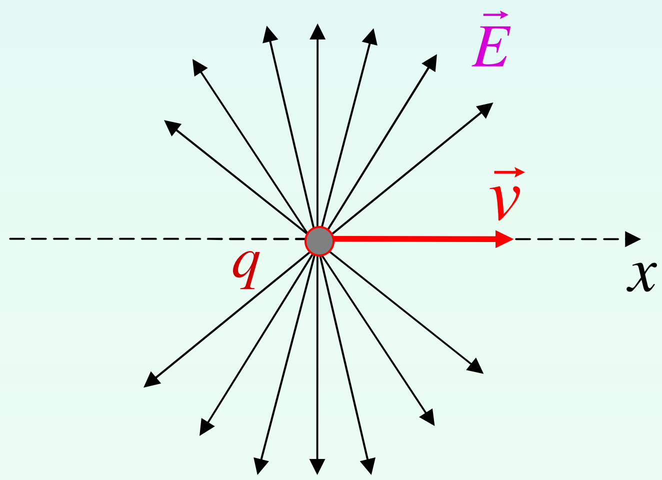
Vimos, na última aula:

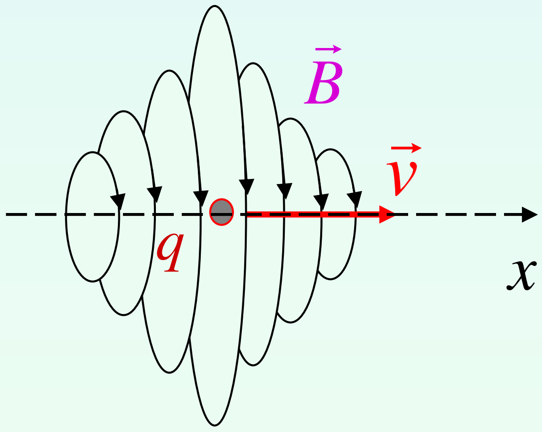
- Usando os *potenciais de Lienard-Wiechert* (carga em M.R.U.):

i) $$\vec{E}(\vec{a}=0)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\left(c^2-v^2\right)}{\left(\vec{R}\cdot\vec{u}\right)^3}R\vec{u}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^{*2}}\frac{1-{v^2}/{c^2}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{3/2}}\frac{\vec{R}^*}{R^*}$$

no tempo e posição presentes

ii) $$\vec{B}(\vec{a}=0)={1}/{c^2}\left(\vec{v}\times\vec{E}\right)$$





- Por outro lado, para cargas aceleradas: $(\vec{a} \neq 0)$

$$\vec{E}_{rad} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{R}{\left(\vec{R}\cdot\vec{u}\right)^3} \left[\vec{R}\times\left(\vec{u}\times\vec{a}\right)\right]$$

$\vec{u} = c\vec{R}/R - \vec{v}$

- De forma que:

$$\vec{S}_{rad} = \frac{1}{\mu_0 c} E_{rad}^2 \frac{\vec{R}}{R} = \frac{q^2 a^2 \sin^2\theta}{16\pi^2 \mu_0 \varepsilon_0^2 c^5 R^2}$$

θ = ângulo entre a aceleração $\vec{a}$ e $\vec{R}$ (posição retardada)

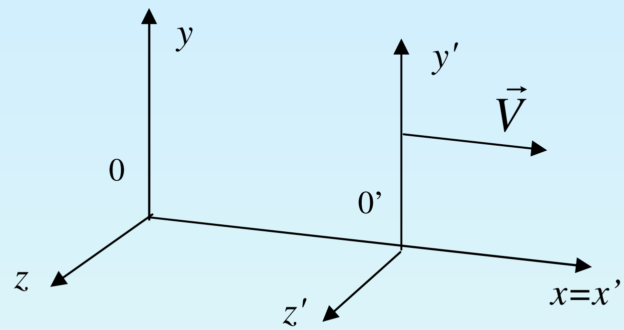
$$\therefore \quad P = \int \vec{S}_{rad} \cdot \hat{n}\, dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2}{3} \frac{q^2 a^2}{c^3}$$

≡ "*Fórmula de Larmor*"

para cargas com $v \ll c$ *(já havia sido obtida para distribuição qq. de cargas!)*

RELATIVIDADE

- **Equações de Lorentz** de *transformação de coordenadas e de velocidade*, supondo observador *O'* com velocidade *V* em relação a observador *O*:



$$\begin{cases} x' = \gamma\left(x - Vt\right) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{V}{c^2}x\right) \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} v_x' = \dfrac{v_x - V}{1 - \dfrac{V\,v_x}{c^2}} \\ v_y' = \dfrac{v_y\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 - \dfrac{V\,v_x}{c^2}} \\ v_z' = \dfrac{v_z\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 - \dfrac{V\,v_x}{c^2}} \end{cases}$$

- Vamos obter agora as *eqs. de Transformação dos Campos*.

- Para isso, continuaremos supondo que *as origens dos sistemas de coordenadas S e S'* (com velocidade *V*) *se cruzam em t= t'= 0*.

- Vamos iniciar escrevendo a 2ª e a 3ª *equação de Maxwell* em termos das coordenadas cartesianas, *para o* ***observador 0***:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=\frac{\partial B_x}{\partial x}+\frac{\partial B_y}{\partial y}+\frac{\partial B_z}{\partial z}=0 \qquad (1)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=\begin{vmatrix}\hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z\\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z\\ E_x & E_y & E_z\end{vmatrix}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{\partial E_z}{\partial y}-\dfrac{\partial E_y}{\partial z}=-\dfrac{\partial B_x}{\partial t} & (2)\\[2ex] \dfrac{\partial E_x}{\partial z}-\dfrac{\partial E_z}{\partial x}=-\dfrac{\partial B_y}{\partial t} & (3)\\[2ex] \dfrac{\partial E_y}{\partial x}-\dfrac{\partial E_x}{\partial y}=-\dfrac{\partial B_z}{\partial t} & (4)\end{cases}$$

• *Da mesma forma*, para ***0'*** *:*

$$\begin{cases} \dfrac{\partial B'_x}{\partial x'} + \dfrac{\partial B'_y}{\partial y'} + \dfrac{\partial B'_z}{\partial z'} = 0 & (5) \\ \dfrac{\partial E'_z}{\partial y'} - \dfrac{\partial E'_y}{\partial z'} = -\dfrac{\partial B'_x}{\partial t'} & (6) \\ \dfrac{\partial E'_x}{\partial z'} - \dfrac{\partial E'_z}{\partial x'} = -\dfrac{\partial B'_y}{\partial t'} & (7) \\ \dfrac{\partial E'_y}{\partial x'} - \dfrac{\partial E'_x}{\partial y'} = -\dfrac{\partial B'_z}{\partial t'} & (8) \end{cases}$$

• E vamos *correlacionar* as derivadas *com* e *sem* linha, utilizando a '*Regra da Cadeia*': (a variação em uma das coordenadas de 0, envolve a variação em cada coordenada de 0'):

- Ou seja: $\left(\underset{\substack{\Updownarrow \\ x = x(x', y')}}{f(x,y)} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial x} \;\; ; \;\; \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial y} \right)$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial x'}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial y'}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y'} + \frac{\partial z'}{\partial x}\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial t'}{\partial x}\frac{\partial}{\partial t'} \\
\frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial x'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial y'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial y'} + \frac{\partial z'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial t'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial t'} \\
\frac{\partial}{\partial z} &= \frac{\partial x'}{\partial z}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial y'}{\partial z}\frac{\partial}{\partial y'} + \frac{\partial z'}{\partial z}\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial t'}{\partial z}\frac{\partial}{\partial t'} \\
\frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial x'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial y'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial y'} + \frac{\partial z'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial t'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t'}
\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

- Agora note que *estas derivadas*, aplicadas nas *Equações de Transformações de Coordenadas* de Lorentz:

$$x' = \gamma\left(x - Vt\right) \;\; ; \;\; y' = y \;\; ; \;\; z' = z \;\; ; \;\; t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \;\; ,$$

- Fornecem:

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = \gamma \qquad \frac{\partial y'}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial z'}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial t'}{\partial x} = -\gamma\frac{V}{c^2}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial y'}{\partial y} = 1 \qquad \frac{\partial z'}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial t'}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial x'}{\partial z} = 0 \qquad \frac{\partial y'}{\partial z} = 0 \qquad \frac{\partial z'}{\partial z} = 1 \qquad \frac{\partial t'}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial x'}{\partial t} = -\gamma V \qquad \frac{\partial y'}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial z'}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial t'}{\partial t} = \gamma$$

- Substituindo estes resultados :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x} = \gamma \dfrac{\partial}{\partial x'} - \gamma \dfrac{V}{c^2} \dfrac{\partial}{\partial t'} & (10) \\[2ex] \dfrac{\partial}{\partial y} = \dfrac{\partial}{\partial y'} & (11) \\[2ex] \dfrac{\partial}{\partial z} = \dfrac{\partial}{\partial z'} & (12) \\[2ex] \dfrac{\partial}{\partial t} = -\gamma V \dfrac{\partial}{\partial x'} + \gamma \dfrac{\partial}{\partial t'} & (13) \end{cases}$$

- Ou seja :

$$\begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \\ \partial/\partial t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma V/c^2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma V & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial/\partial x' \\ \partial/\partial y' \\ \partial/\partial z' \\ \partial/\partial t' \end{pmatrix}$$

(Matriz de Transformação de Lorentz)

- Finalmente, vamos <u>aplicar</u> estas relações obtidas:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \gamma \frac{\partial}{\partial x'} - \gamma \frac{V}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial t} = -\gamma V \frac{\partial}{\partial x'} + \gamma \frac{\partial}{\partial t'}$$

nas Eqs. de Maxwell (equações: 1, 2, 3, 4):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \qquad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial E_z}{\partial y} - \dfrac{\partial E_y}{\partial z} = -\dfrac{\partial B_x}{\partial t} & (2) \\ \dfrac{\partial E_x}{\partial z} - \dfrac{\partial E_z}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_y}{\partial t} & (3) \\ \dfrac{\partial E_y}{\partial x} - \dfrac{\partial E_x}{\partial y} = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t} & (4) \end{cases}$$

- Então a *eq. (2)*: $\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t}$ → usando:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \gamma \frac{\partial}{\partial x'} - \gamma \frac{V}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'} \qquad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'} \qquad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'} \qquad \frac{\partial}{\partial t} = -\gamma V \frac{\partial}{\partial x'} + \gamma \frac{\partial}{\partial t'}$$

i) $$\frac{\partial E_z}{\partial y'} - \frac{\partial E_y}{\partial z'} = -\left(-\gamma V \frac{\partial B_x}{\partial x'} + \gamma \frac{\partial B_x}{\partial t'}\right) = +\gamma V \frac{\partial B_x}{\partial x'} - \gamma \frac{\partial B_x}{\partial t'} \qquad (14)$$

- Enquanto que da *eq. (3)*: $\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$

ii) $$\frac{\partial E_x}{\partial z'} - \gamma \frac{\partial E_z}{\partial x'} + \frac{\gamma V}{c^2}\frac{\partial E_z}{\partial t'} = +\gamma V \frac{\partial B_y}{\partial x'} - \gamma \frac{\partial B_y}{\partial t'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial z'} - \frac{\partial}{\partial x'}\left[\gamma E_z + \gamma V B_y\right] = -\frac{\partial}{\partial t'}\left[\gamma B_y + \frac{\gamma V}{c^2} E_z\right] \qquad (15)$$

- Da mesma forma, da eq. (4): $\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \right)$

iii) $$\gamma \frac{\partial E_y}{\partial x'} - \frac{\gamma V}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t'} - \frac{\partial E_x}{\partial y'} = +\gamma V \frac{\partial B_z}{\partial x'} - \gamma \frac{\partial B_z}{\partial t'} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x'} \left[\gamma E_y - \gamma V B_z \right] - \frac{\partial E_x}{\partial y'} = \frac{-\partial}{\partial t'} \left[\gamma B_z - \frac{\gamma V}{c^2} E_y \right] \quad (16)$$

- E da eq.(1): $\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \right)$

iv) $$\gamma \frac{\partial B_x}{\partial x'} - \frac{\gamma V}{c^2} \frac{\partial B_x}{\partial t'} + \frac{\partial B_y}{\partial y'} + \frac{\partial B_z}{\partial z'} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x'} \left(\gamma B_x \right) = -\frac{\partial B_y}{\partial y'} - \frac{\partial B_z}{\partial z'} + \frac{\gamma V}{c^2} \frac{\partial B_x}{\partial t'} \quad (17)$$

- Usando (17) em (14):

$$\left\{\frac{\partial}{\partial x'}(\gamma B_x) = -\frac{\partial B_y}{\partial y'} - \frac{\partial B_z}{\partial z'} + \frac{\gamma V}{c^2}\frac{\partial B_x}{\partial t'}\right\}$$

$$\left\{\frac{\partial E_z}{\partial y'} - \frac{\partial E_y}{\partial z'} = +\gamma V\frac{\partial B_x}{\partial x'} - \gamma\frac{\partial B_x}{\partial t'}\right\}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y'} - \frac{\partial E_y}{\partial z'} = -V\frac{\partial B_y}{\partial y'} - V\frac{\partial B_z}{\partial z'} + \frac{\gamma V^2}{c^2}\frac{\partial B_x}{\partial t'} - \gamma\frac{\partial B_x}{\partial t'} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial y'}\left(E_z + VB_y\right) - \frac{\partial}{\partial z'}\left(E_y - VB_z\right) = -\gamma\underbrace{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}_{\equiv 1/\gamma^2}\frac{\partial B_x}{\partial t'} = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial B_x}{\partial t'}$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial y'}\left(\gamma E_z + \gamma VB_y\right) - \frac{\partial}{\partial z'}\left(\gamma E_y - \gamma VB_z\right) = \frac{-\partial B_x}{\partial t'} \quad (18)$$

- Comparando (18) com (6):

$$\left\{\frac{\partial}{\partial y'}\left(\gamma E_z + \gamma V B_y\right) - \frac{\partial}{\partial z'}\left(\gamma E_y - \gamma V B_z\right) = \frac{-\partial B_x}{\partial t'}\right\}$$

$$\left\{\frac{\partial E_z'}{\partial y'} - \frac{\partial E_y'}{\partial z'} = -\frac{\partial B_x'}{\partial t'}\right\}$$

- Comparando (15) com (7):

$$\left\{\frac{\partial E_x}{\partial z'} - \frac{\partial}{\partial x'}\left[\gamma E_z + \gamma V B_y\right] = -\frac{\partial}{\partial t'}\left[\gamma B_y + \frac{\gamma V}{c^2} E_z\right]\right\}$$

$$\left\{\frac{\partial E_x'}{\partial z'} - \frac{\partial E_z'}{\partial x'} = -\frac{\partial B_y'}{\partial t'}\right\}$$

- Comparando (16) com (8):

$$\left\{\frac{\partial}{\partial x'}\left[\gamma E_y - \gamma V B_z\right] - \frac{\partial E_x}{\partial y'} = \frac{-\partial}{\partial t'}\left[\gamma B_z - \frac{\gamma V}{c^2} E_y\right]\right\}$$

$$\left\{\frac{\partial E_y'}{\partial x'} - \frac{\partial E_x'}{\partial y'} = -\frac{\partial B_z'}{\partial t'}\right\}$$

$$E_z' = \gamma E_z + \gamma V B_y$$

$$E_y' = \gamma E_y - \gamma V B_z$$

$$B_x' = B_x$$

$$E_x' = E_x$$

$E_z' = \gamma E_z + \gamma V B_y \rightarrow$ já obtido

$$B_y' = \gamma B_y + \frac{\gamma V}{c^2} E_z$$

$E_y' = \gamma E_y - \gamma V B_z \rightarrow$

$E_x' = E_x \rightarrow$ já obtidos

$$B_z' = \gamma B_z - \frac{\gamma V}{c^2} E_y$$

- Temos, portanto, as equações que transformam as *componentes dos campos*, *de um referencial ao outro*.

- Note que *as componentes dos campos* ***na direção do movimento*** (E_x e B_x) são *invariantes* (as mesmas para 0 e 0').

$$E_x = E_x^{'} \quad ; \quad e \quad B_x = B_x^{'}$$

- Ou seja, *as diferenças* entre $\vec{E}$ e $\vec{B}$ quando medidos a partir de diferentes referenciais inerciais, envolvem somente as ***componentes perpendiculares*** ao movimento.

- Desta forma, escrevendo $\vec{E} = \vec{E}_{//} + \vec{E}_{\perp}$ e $\vec{B} = \vec{B}_{//} + \vec{B}_{\perp}$ em relação à direção de movimento, vamos *mostrar* que as equações acima podem ser representadas por:

$$\begin{cases} \vec{E}_{//}^{'} = \vec{E}_{//} \\ \vec{B}_{//}^{'} = \vec{B}_{//} \end{cases}$$

e

$$\begin{cases} \vec{E}_{\perp}^{'} = \gamma\left[\vec{E}_{\perp} + \vec{V} \times \vec{B}\right] \\ \vec{B}_{\perp}^{'} = \gamma\left[\vec{B}_{\perp} - \dfrac{\vec{V}}{c^2} \times \vec{E}\right] \end{cases}$$

- Isto porque, por exemplo: $\left\{\vec{E}'_\perp = \gamma\left[\vec{E}_\perp + \vec{V}\times\vec{B}\right]\right\}$

$$\vec{V}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ V & 0 & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = -VB_z\,\hat{e}_y + VB_y\,\hat{e}_z$$

- Então:

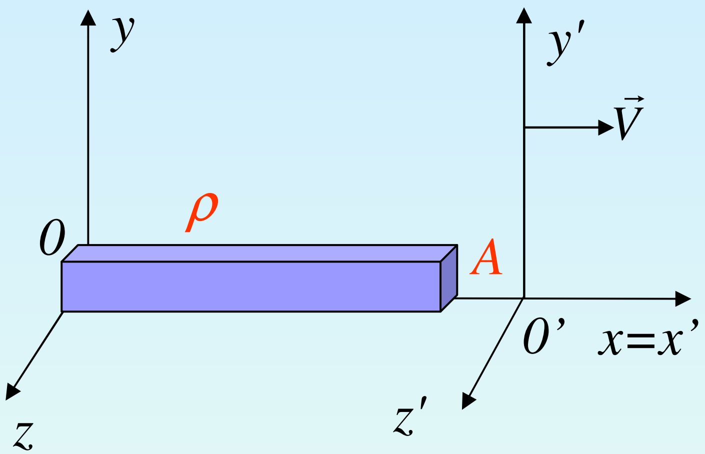
$$\vec{E}'_\perp = \vec{E}'_y\hat{e}_y + \vec{E}'_z\hat{e}_z = \left(\gamma E_y - \gamma VB_z\right)\hat{e}_y + \left(\gamma E_z + \gamma VB_y\right)\hat{e}_z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{E}'_y = \gamma E_y - \gamma VB_z \\ \vec{E}'_z = \gamma E_z + \gamma VB_y \end{cases}$$

(que correspondem às equações anteriormente obtidas!)

- Vamos agora considerar a *carga* como sendo um i**nvariante** e verificar como as *densidades* ρ e $\vec{j}$ *são medidas por 0 e 0'.*

- Por exemplo, considere um fio de seção retangular, *muito longo*, em repouso no referencial do Laboratório, com uma *densidade uniforme de cargas positivas ρ*.



- Para um observador 0' movendo-se com velocidade *V* na direção *x*, *as cargas não estão em repouso*.

- Na verdade, 0' medirá densidade ρ' (também uniforme) e densidade de corrente $\vec{J}'$.

como Q_{total} é invariante, o comprimento do fio é que se contrai $\Rightarrow$ $\rho' > \rho$

- Ou seja, para 0: $\rho = \dfrac{dq}{dV}$; e para 0': $\rho' = \dfrac{dq}{dV'} = \dfrac{dq}{dx'\,dy'\,dz'}$

- Usando que:

$dy' = dy$; $dz' = dz$ e $dx' = dx\sqrt{1 - V^2/c^2}$ (contração dos espaços)

- Então:

$$\rho' = \underbrace{\frac{dq}{dx\,dy\,dz}}_{=dV} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}}_{=\gamma} \Rightarrow \rho' = \gamma\rho$$

ou seja, ***0'*** mede um *valor maior para a densidade volumétrica de cargas*

- Com relação à densidade de corrente, enquanto 0 mede

$$\vec{J} = \rho\vec{v} = 0 \quad ;$$

o observador 0' verá as cargas movimentando-se com $\vec{v}\,' = -\vec{V}$

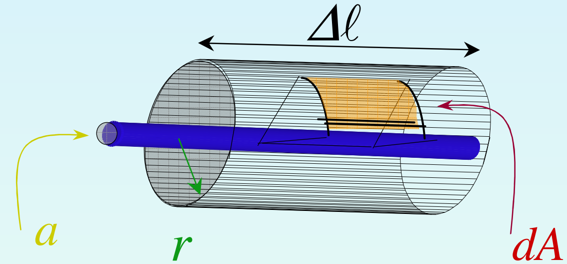
- De forma que ele então mede: $\vec{J}\,' = \rho'\vec{v}\,' = -(\gamma\rho)(V\,\hat{e}_x)$

- Quero agora calcular os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ medidos por 0 e 0' a partir dos seus respectivos referenciais.

- Para simplificar, vou considerar o *fio longo* de comprimento ℓ, em *repouso no referencial de* 0, com *densidade de cargas* $+\rho$ *uniforme*, *secção circular de raio* R e de *área* a .

- Para o *observador 0*, $\vec{B} = 0, \ pois \ \vec{J} = 0$

- Portanto: $\boxed{\vec{B}_{//} = 0} \quad e \quad \boxed{\vec{B}_{\perp} = 0}$



- Quanto ao campo $\vec{E}$, pela Lei de Gauss:

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{n} \, \underbrace{dA}_{= r\, d\phi\, dz} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon} \int \rho \, dV \Rightarrow (E)(2\pi r)(\Delta\ell) = (\frac{1}{\varepsilon_0})(\rho)(\pi R^2)(\Delta\ell)$$

$$\therefore \vec{E} = E\,\hat{e}_r = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{e}_r \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\vec{E}_{//} = 0} \\ \boxed{\vec{E}_{\perp} = \vec{E} = \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{e}_r} \end{cases}$$

• Agora, aplicando Lei de Gauss para 0' (que mede ρ' devido à contração do comprimento do fio).

$$\vec{E}' = \frac{\rho' R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{e}_r \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\vec{E}'_{//} = 0} \\ \boxed{\vec{E}'_{\perp} = \vec{E}' = \frac{\gamma\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{e}_r} \end{cases}$$

• Porém, quanto ao campo $\vec{B}'$, ele *não é nulo* para 0', pois 0' mede uma densidade de corrente $\vec{J}'$

• Aplicando então a Lei de Ampére (note que, pela geometria $\vec{B}' = B'\hat{e}_\phi$)

$$\oint \vec{B}' \cdot d\vec{\ell}' = \mu_0 \int \vec{J}' \cdot \hat{n}\, dA' \Rightarrow (B')(2\pi r) = (\mu_0)(-\gamma\rho V)\int dA' \quad (A' = a)$$

$$\therefore \vec{B}' = \frac{-\mu_0\,\gamma\,\rho\,V\,a}{2\pi r} = \frac{-\mu_0\gamma\rho V \pi R^2}{2\pi r} = \frac{-\gamma\rho V R^2}{2\varepsilon_0 c^2 r}\hat{e}_\phi$$

área da secção transversal do fio.

- Veja que estes resultados:

$$\vec{E}' = \vec{E}'_\perp = \frac{\gamma\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\,\hat{e}_r \quad e \quad \vec{B}' = \vec{B}'_\perp = \frac{-\gamma\rho V R^2}{2\varepsilon_0 c^2 r}\,\hat{e}_\phi$$

- Teriam sido obtidos muito mais facilmente através das <u>equações de transformação dos campos</u>:

$$\begin{cases} \vec{E}'_\perp = \gamma\left[\vec{E}_\perp + \vec{V}\times\vec{B}\right] = \gamma\left[\dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{e}_r + 0\right] = \dfrac{\gamma\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{e}_r \quad \checkmark \\ \vec{B}'_\perp = \gamma\left[\vec{B}_\perp - \dfrac{\vec{V}}{c^2}\times\vec{E}\right] = \gamma\left[0 - \dfrac{VE}{c^2}\underbrace{\left(\hat{e}_x\times\hat{e}_r\right)}_{\equiv\hat{e}_\phi}\right] = -\dfrac{\gamma V}{c^2}\dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{e}_\phi \quad \checkmark \end{cases}$$