



LISTA DE EXERCÍCIOS Nº 2

**Problemas**

1) O campo elétrico de uma onda eletromagnética possui duas componentes linearmente polarizadas, sendo uma na direção  $x$  e outra na direção  $y$ . A onda eletromagnética propaga-se na direção  $z$ . As amplitudes do campo elétrico nas direções  $x$  e  $y$  são respectivamente  $E_{x0}$  e  $E_{y0}$ . A onda eletromagnética em questão depende harmonicamente do tempo e das coordenadas espaciais. Considerando que os campos elétricos em cada uma das direções estão defasados por certa quantidade  $\delta$ , determine (a) a equação que descreve o *locus* do vetor campo elétrico no plano  $xy$ . (b) Qual é a geométrica da região descrita pelo vetor campo elétrico ao longo do tempo? (c) O que ocorre se a amplitude  $E_{x0} \rightarrow 0$ ? (d) E se  $E_{y0} \rightarrow 0$ ? Considere então que  $E_{x0} = E_{y0}$ . (e) Se  $\delta \rightarrow 0$ , há alteração no tipo de polarização da onda eletromagnética? Disserte. (f) Se  $\delta = \pm\pi/2$ , quais são as polarizações assumidas pela onda eletromagnética? Discorra em detalhe.

2) Uma onda eletromagnética plana linearmente polarizada incide de forma normal em uma interface existente entre um meio 1 e um meio 2. A impedância do meio 1 é  $Z_1$  e a impedância do meio 2 é  $Z_2$ . Ambos os meios são ilimitados. A fração de onda transmitida em relação à incidente é mensurada através do coeficiente de transmissão  $\tau$

$$\tau = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2},$$

o qual depende das características eletromagnéticas do meio. A fração da onda eletromagnética refletida é mensurada mediante o coeficiente de reflexão  $\rho$

$$\rho = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

que analogamente depende das características do meio. (a) O coeficiente de transmissão  $\tau$  pode ser expresso através do coeficiente de reflexão  $\rho$ ? (b) Se sim, determine a expressão  $\tau = \tau(\rho)$ . Obtenha os campos (c) elétricos e (d) magnéticos transmitidos e refletidos em termos dos coeficientes de Fresnel. (e) Cite outro sistema físico ao qual a situação presentemente descrita é análoga. Se  $Z_1 \gg Z_2$ , o que ocorre com (f) os coeficientes de transmissão  $\tau$  e reflexão  $\rho$ , (g) os campos elétricos transmitidos e refletidos e (h) os campos magnéticos transmitidos e refletidos? Se  $Z_1 \ll Z_2$ , o que ocorre com (i) os coeficientes de transmissão  $\tau$  e reflexão  $\rho$ , (j) os campos elétricos transmitidos e refletidos e (k) os campos magnéticos transmitidos e refletidos?

3) Uma onda eletromagnética plana incide obliquamente em uma interface estabelecida por dois meios distintos e infinitos. Os meios comportam-se como dielétricos perfeitos e a onda eletromagnética em propagação possui polarização perpendicular ao plano de incidência. As impedâncias dos meios nos quais se propagam as ondas incidente e transmitida são respectivamente  $Z_1$  e  $Z_2$ . (a) Das Relações de Fronteira, demonstre que

$$\tau_{\perp} = \rho_{\perp} + 1.$$



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Em termos da geometria estabelecida pelo plano de incidência e das características dos meios em questão, determine (b) o coeficiente de reflexão  $\rho_{\perp}$  e (c) o coeficiente de transmissão  $\tau_{\perp}$ . (d) Obtenha o ângulo de incidência crítico, a partir do qual a onda incidente é completamente refletida. (e) Se  $Z_1 \gg Z_2$ , a quais expressões se reduzem aquelas anteriormente obtidas nos itens (b) e (c)? Disserte a respeito.

4) Ao invés de distintas, considere que a onda eletromagnética descrita no sistema especificado no problema nº 3 propaga-se por meios físicos cujas permeabilidades magnéticas sejam idênticas. Nesta situação, quantifique (a) o coeficiente de reflexão  $\rho_{\perp}$ , (b) o coeficiente de transmissão  $\tau_{\perp}$  e (c) o ângulo de incidência crítico  $\theta_{ic}$ .

5) Para o sistema descrito no problema nº 3, mediante as Relações de Fronteira, obtenha expressões que vinculem os campos (a) magnético e (b) elétrico existentes em ambos os meios e que são normais a interface presente no plano de incidência. (c) As equações obtidas nos itens (a) e (b) anteriores fornecem informações adicionais às providas pelas Relações de Fronteira para os campos tangenciais à interface contida pelo plano de incidência?

6) Uma onda eletromagnética plana incide obliquamente em uma interface estabelecida por dois meios distintos e infinitos. Os meios comportam-se como dielétricos perfeitos e a onda eletromagnética em propagação possui polarização paralela ao plano de incidência. As impedâncias dos meios nos quais se propagam as ondas incidente e transmitida são respectivamente  $Z_1$  e  $Z_2$ . (a) Das Relações de Fronteira, demonstre que

$$f(\theta_t, \theta_i) \cdot \tau_{\parallel} = \rho_{\parallel} + 1,$$

sendo  $f(\theta_t, \theta_i) = \cos\theta_t/\cos\theta_i$ . Em termos da geometria estabelecida pelo plano de incidência e das características dos meios em questão, determine (b) o coeficiente de reflexão  $\rho_{\parallel}$  e (c) o coeficiente de transmissão  $\tau_{\parallel}$ . (d) Obtenha o ângulo de incidência de Brewster, ângulo este no qual a onda incidente é completamente transmitida. (e) Se  $Z_1 \gg Z_2$ , a quais expressões se reduzem aquelas anteriormente obtidas nos itens (b) e (c)? Disserte a respeito.

7) Ao invés de distintas, considere que a onda eletromagnética descrita no sistema especificado no problema nº 6 propaga-se por meios físicos cujas permeabilidades magnéticas sejam idênticas. Nesta situação, quantifique (a) o coeficiente de reflexão  $\rho_{\parallel}$ , (b) o coeficiente de transmissão  $\tau_{\parallel}$  e (c) o ângulo de incidência de Brewster  $\theta_{iB}$ .

8) Para o sistema descrito no problema nº 6, mediante as Relações de Fronteira, obtenha expressões que vinculem os campos (a) magnético e (b) elétrico existentes em ambos os meios e que são normais a interface presente no plano de incidência. (c) As equações obtidas nos itens anteriores fornecem informações adicionais às providas pelas Relações de Fronteira para os campos tangenciais à interface contida pelo plano de incidência?



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

9) Considere novamente o sistema descrito no problema nº 3. Para polarização perpendicular, tendo os meios características eletromagnéticas necessariamente distintas, é possível existir um ângulo de Brewster no qual a onda eletromagnética incidente seja plenamente transmitida? Demonstre.

10) Para a situação de polarização paralela descrita no problema nº 6, tendo necessariamente os meios características eletromagnéticas distintas, é possível existir um ângulo crítico no qual a onda eletromagnética incidente seja completamente refletida? Demonstre.

11) A densidade superficial de potência transportada em média por uma onda eletromagnética é denominada de intensidade

$$I \equiv \left| \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{S} dt \right|$$

sendo  $\mathbf{S}$  o vetor de Poynting associado e  $T$  o período da onda eletromagnética. Na situação de polarização perpendicular descrita no problema nº 2, em função da geometria do plano de incidência e das características eletromagnéticas dos meios, determine (a) a fração de intensidade refletida  $R_{\perp} \equiv I_r/I_i$  e (b) a fração de intensidade transmitida  $T_{\perp} \equiv I_t/I_i$ . (c) A intensidade refletida  $R_{\perp}$  pode ser expressa em termo de  $T_{\perp}$ ? Demonstre. (d) O resultado obtido no item (c) imediatamente anterior satisfaz a o Princípio de Conservação de Energia?

12) Suponha que a onda eletromagnética então esteja paralelamente polarizada com relação ao plano de incidência tal como descreve o problema nº 1. Em função da geometria do plano de incidência e das características eletromagnéticas dos meios, determine (a) a fração de intensidade refletida  $R_{\parallel}$  e (b) a fração de intensidade transmitida  $T_{\parallel}$ . (c) A intensidade refletida  $R_{\parallel}$  pode ser expressa em termo de  $T_{\parallel}$ ? Demonstre. (d) O resultado obtido no item (c) satisfaz a o Princípio de Conservação de Energia? Adote as definições enunciadas no problema nº 11.

**PROBLEMAS ADICIONAIS AINDA SERÃO PUBLICADOS!!!**