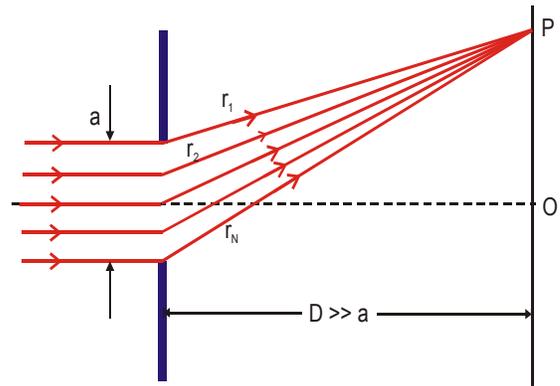




DIFRAÇÃO

1. Difração de Fraunhofer de fenda simples

Suponha uma fenda simples, de largura a e comprimento muito longo, sendo iluminada por luz monocromática plano polarizada, de comprimento de onda λ , em incidência normal. De acordo com o princípio de Huygens, cada ponto da frente de onda que atinge a fenda é considerado como fonte puntiforme de ondas secundárias e assim, a fenda iluminada pode ser considerada como sendo uma distribuição de irradiadores elementares que emitem luz em todas as direções.



Em nosso estudo, ao invés de tratar as fontes como puntiformes, iremos considerá-las como resultantes da divisão da fenda em N partes iguais, onde $N \gg 1$. Como estamos interessados em estudar o comportamento da luz em um ponto P , traçamos as retas r_1, r_2, \dots, r_N que ligam os irradiadores a este ponto.

Seja E_m a amplitude da onda que atinge a fenda. A luz em P , gerada por aquelas fontes será representada pelos vetores:

$$\Delta \vec{E}_1 = \Delta E_m(r_1) \cos(k r_1 - \omega t) \hat{e}_1$$

$$\Delta \vec{E}_2 = \Delta E_m(r_2) \cos(k r_2 - \omega t) \hat{e}_2 \quad (1)$$

: : : :

$$\Delta \vec{E}_N = \Delta E_m(r_N) \cos(k r_N - \omega t) \hat{e}_N$$

onde $\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_N$ representam os vetores unitários perpendiculares às retas r_1, r_2, \dots, r_N .

Cabem aqui algumas observações. Em primeiro lugar, como estamos supondo que as ondas que atingem a fenda são planas, isto implica que todas as fases dos campos $\Delta \vec{E}_i$ são iguais, uma vez que todos os pontos da fenda são atingidos simultaneamente por uma mesma frente de onda. Por simplicidade fizemos nulas estas fases. Em segundo lugar, as ondas que atingem o ponto P são esféricas, de modo que suas amplitudes, $\Delta E_m(r_i)$, dependem da distância r_i . Contudo, se considerarmos que o ponto P não esteja muito afastado de O , então podemos supor que esta amplitude não difere

essencialmente daquela do ponto O. Por outro lado, sabendo-se que a amplitude da onda que atinge a fenda é E_m e como dividimos a fenda em N partes iguais, é razoável supor que a relação entre E_m e $\Delta E_m(r_i)$ seja:

$$E_m = N \Delta E_m(r_i) = N \Delta E_m \quad (2)$$

O campo total em P será igual a soma vetorial dos campos $\Delta \vec{E}_i$. No entanto, como estamos na condição de Fraunhofer, isto é $D \gg a$, os vetores \hat{e}_i serão todos paralelos entre si e a soma vetorial poderá ser trocada por uma soma escalar.

Antes de efetuarmos esta soma, vamos modificar a equação (1) para que a operação seja facilitada. Observe que podemos escrever:

$$r_i = r_1 + (r_i - r_1), \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3)$$

Mas o que significa geometricamente as diferenças de caminho $(r_i - r_1)$? Para visualizarmos isto, vejamos o que ocorre quando $N = 5$.

Observe na figura ao lado que :

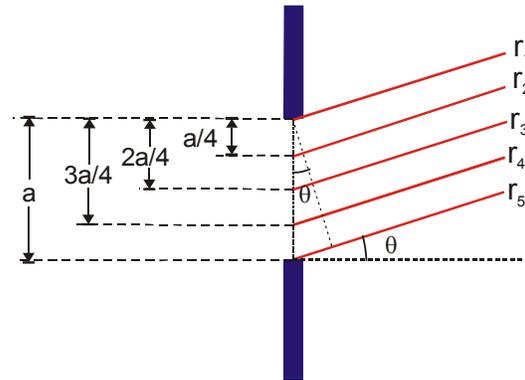
$$r_2 - r_1 = (a/4) \text{ sen } \theta$$

$$r_3 - r_1 = 2 (a/4) \text{ sen } \theta = 2 (r_2 - r_1)$$

$$r_4 - r_1 = 3 (a/4) \text{ sen } \theta = 3 (r_2 - r_1)$$

$$r_5 - r_1 = 4 (a/4) \text{ sen } \theta = 4 (r_2 - r_1)$$

Assim, para uma fenda com um numero N de irradiadores, podemos escrever genericamente : $(r_i - r_1) = (i - 1) (r_2 - r_1)$, $i = 1, 2, 3, \dots$



$$\text{Em particular, se } i = N, \text{ então } (r_N - r_1) = (N-1) (r_2 - r_1) = a \text{ sen } \theta \quad (4)$$

Definimos uma fase $\Delta\phi$, tal que $\Delta\phi = k (r_2 - r_1)$. Definimos também $\phi = k (r_N - r_1)$ e é fácil verificar que a relação entre ambas é:

$$\phi = k a \text{ sen } \theta = (N - 1) \Delta\phi = k (r_N - r_1) \quad (5)$$

Podemos agora reescrever novamente as equações (1) na forma

$$\Delta E_1 = \Delta E_m \cos(k r_1 - \omega t)$$

$$\Delta E_2 = \Delta E_m \cos(k r_1 - \omega t + \Delta\phi)$$

: : :

$$\Delta E_N = \Delta E_m \cos(k r_1 - \omega t + (N-1) \Delta\phi)$$

O campo em P será a soma de todos estes campos. Para efetuarmos este cálculo, iremos utilizar novamente o campo complexo:

$$\Delta \mathbf{E}_i = \Delta E_m e^{j(k r_1 - \omega t + \phi_i)}, \text{ onde } \Delta E_i = \text{Re}\{\Delta \mathbf{E}_i\}$$

Observe que $\phi_i = (i - 1) \Delta\phi$, de modo que devemos ter:

$$\Delta \mathbf{E}_i = \Delta E_m \cdot e^{j(k r_1 - \omega t)} e^{j(i-1)\Delta\phi} = \Delta \mathbf{E}_1 e^{j(i-1)\Delta\phi} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

O campo total será então:

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^N \Delta \mathbf{E}_i = \Delta \mathbf{E}_1 \sum_{i=1}^N e^{j(i-1)\Delta\phi} = \Delta \mathbf{E}_1 S_N, \quad \text{onde } S_N = 1 + e^{j\Delta\phi} + e^{2j\Delta\phi} + \dots + e^{j(N-1)\Delta\phi}$$

Esta soma é dada por: $S_N = a_1 \frac{(q^N - 1)}{(q - 1)}$, onde $a_1 = 1$ e $q = e^{j\Delta\phi}$. Assim,

$$S_N = \frac{(e^{j.N.\Delta\phi} - 1)}{(e^{j.\Delta\phi} - 1)} = \frac{e^{j.N.\Delta\phi/2} \cdot (e^{j.N.\Delta\phi/2} - e^{-j.N.\Delta\phi/2})}{e^{j.\Delta\phi/2} \cdot (e^{j.\Delta\phi/2} - e^{-j.\Delta\phi/2})}$$

Como $\text{sen } \theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$, então: $S_N = e^{j(N-1)\Delta\phi/2} \left(\frac{\text{sen}(N\Delta\phi/2)}{\text{sen}(\Delta\phi/2)} \right)$ **(6)**

Usando a relação **(5)**, chegamos a :

$$\mathbf{E} = \Delta E_m e^{j(k.r_1 - \omega.t)} e^{j(N-1)\Delta\phi/2} \left(\frac{\text{sen}(\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2N)} \right) = \Delta E_m e^{j(k.r_1 - \omega.t)} e^{j(r_N - r_1)/2} \left(\frac{\text{sen}(\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2N)} \right)$$

Observe que na expressão entre parênteses usamos $\phi = N \Delta\phi$, ao invés de **(5)**. Isto foi possível, uma vez que estamos admitindo $N \gg 1$. Nesta aproximação, devemos ter também $\text{sen}(\phi/2N) \approx (\phi/2N)$. Definindo $\bar{r} = (r_1 + r_N)/2$ (distância do centro da fenda ao ponto P) e lembrando - se

que $E_m = N \Delta E_m$, obtemos: $E = E_m \cdot e^{j(k.\bar{r} - \omega.t)} \frac{\text{sen}(\phi/2)}{(\phi/2)}$. Assim, o campo em P será dado por:

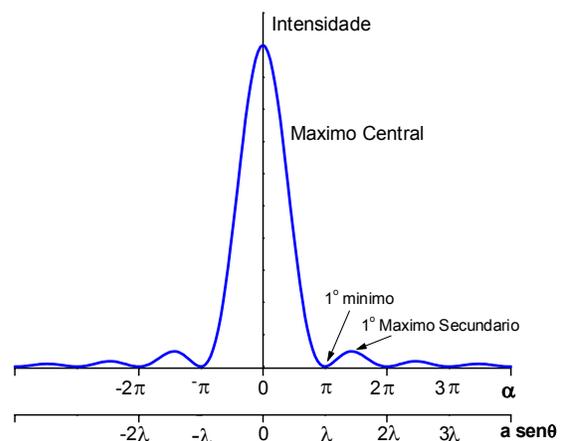
$$E = E_\alpha \cos(k.\bar{r} - \omega.t)$$

$$E_\alpha = E_m \frac{\text{sen } \alpha}{\alpha} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{k.a.\text{sen } \theta}{2}$$

A grandeza que nos interessa no momento é a intensidade. Como vimos no capítulo anterior, $I = \beta \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*$, onde β é uma constante que depende do meio. Fazendo $I_0 = \beta E_\alpha^2$ (intensidade da luz que atinge a fenda), a intensidade em P será:

$$I = I_0 \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\alpha^2}$$

Se $\alpha = 0$, devemos ter $I = I_0$. Esta é a condição para o máximo central. Se $\alpha = m\pi$ ($m = \pm 1, \pm 2, \dots$), a intensidade será nula. Esta é a **condição de mínimo**.



Como $\alpha = \frac{k a \sin \theta}{2}$, esta condição poderá ser reescrita como $a \sin \theta = m \lambda$. O gráfico de distribuição de intensidade é mostrado acima.

RESUMO

Largura da fenda = a

Campo em P $\left\{ \begin{array}{l} E = E_{\alpha} \cos(k \cdot \bar{r} - \omega \cdot t) \\ E_{\alpha} = E_m \frac{\sin \alpha}{\alpha} \\ \alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{k a \sin \theta}{2} \end{array} \right.$

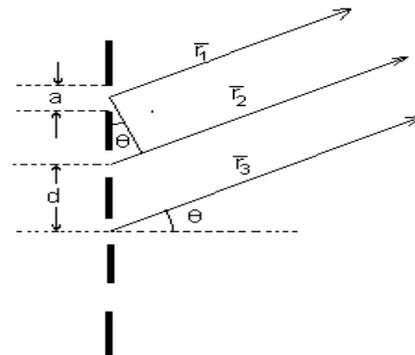
Intensidade: $I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}$

Máximo Central $\alpha = 0$ ou $\theta = 0$

Condição de Mínimo $\alpha = m \pi$ e $a \sin \theta = m \lambda$ $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

2. Difração de Fendas Múltiplas. Rede de Difração

Suponha um dispositivo que contenha N fendas, cada qual com largura a e separação (centro a centro) d . Este objeto, denominado "rede de difração", é iluminado com luz paralela e monocromática e de comprimento de onda λ . Faremos nossa análise da difração em um ponto P situado a uma distância \bar{r}_1 da 1ª fenda, \bar{r}_2 da segunda, etc. Por hipótese, P fica a uma distância infinita da rede.



Assim, o campo (complexo) em P, produzido pela i -ésima fenda será escrito como:

$$\mathbf{E}_i = E_{\alpha} e^{j(k \bar{r}_i - \omega t)} \quad \text{onde} \quad E_{\alpha} = E_m \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad \text{e} \quad i = 1, 2, 3, \dots, N$$

Observe que podemos escrever $\bar{r}_i = \bar{r}_1 + (\bar{r}_i - \bar{r}_1)$ e

$$\bar{r}_2 - \bar{r}_1 = d \operatorname{sen} \theta$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\bar{r}_N - \bar{r}_1 = (N-1) d \operatorname{sen} \theta$$

Definindo $\delta = k(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) = k d \operatorname{sen} \theta$

$$\text{Logo } k(\bar{r}_N - \bar{r}_1) = (N-1) \delta \quad (7)$$

O campo em P devido à fenda i será então:

$$\mathbf{E}_i = E_\alpha \cdot e^{j(k\bar{r}_i - \omega t + (i-1)\delta)} = \mathbf{E}_1 \cdot e^{j(i-1)\delta}$$

Obtemos o campo total, devido a todas as fendas, efetuando a soma :

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^N \mathbf{E}_i = E_1 \sum_{i=1}^N e^{j(i-1)\delta} = E_1 \cdot S_N$$

Usando $S_N = a_1 \frac{q^N - 1}{q - 1}$, onde $a_1 = 1$ e $q = e^{j\delta}$, teremos

$$S_N = \frac{(e^{jN\delta} - 1)}{(e^{j\delta} - 1)} = \frac{e^{jN\delta/2} (e^{jN\delta/2} - e^{-jN\delta/2})}{e^{j\delta/2} (e^{j\delta/2} - e^{-j\delta/2})}, \text{ logo } S_N = e^{j(N-1)\delta/2} \frac{\operatorname{sen}(N\beta)}{\operatorname{sen}(\beta)}, \text{ onde } \beta = \delta/2$$

Usando a relação (7), teremos

$$\mathbf{E} = E_\alpha \left(\frac{\operatorname{sen}(N\beta)}{\operatorname{sen}(\beta)} \right) e^{j[k\bar{r}_1 - \omega t + k(\bar{r}_N - \bar{r}_1)/2]}$$

Fazendo $r = (\bar{r}_N + \bar{r}_1)/2$, chegamos finalmente a:

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re}\{\mathbf{E}\} = E_m \left(\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \right) \left(\frac{\operatorname{sen}(N\beta)}{\operatorname{sen}(\beta)} \right) \cos(kr - \omega t)$$

A Intensidade será:

$$I = I_0 \left(\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\operatorname{sen}(N\beta)}{\operatorname{sen}(\beta)} \right)^2 \quad \text{onde } \alpha = \frac{k a \operatorname{sen} \theta}{2} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{k d \operatorname{sen} \theta}{2}$$

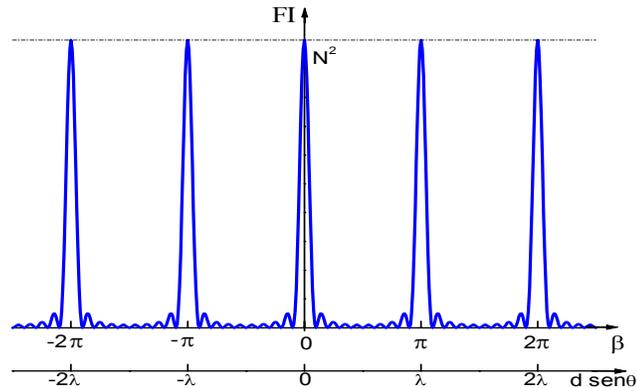
O termo $\left(\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \right)^2$ é chamado de **fator de difração** (FD) e o termo $\left(\frac{\operatorname{sen}(N\beta)}{\operatorname{sen}(\beta)} \right)^2$ é chamado

de **fator de interferência** (FI).

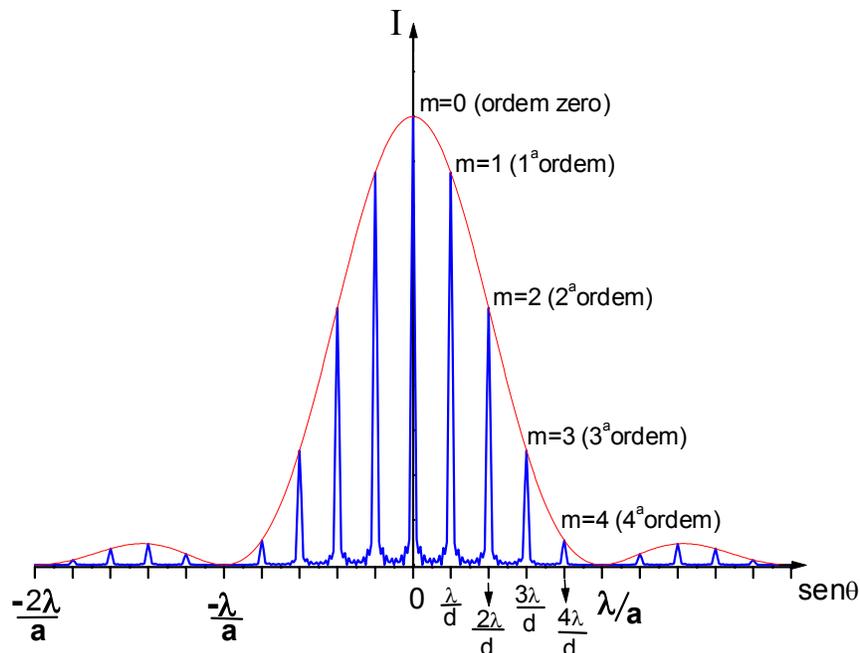
O fator de interferência tem máximos quando $\beta = m\pi$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). De fato, usando a regra de L'Hopital, mostra-se que:

$$\lim_{\beta \rightarrow n\pi} \frac{\text{sen}(N\beta)}{\text{sen}\beta} = \pm N. \quad \text{Assim, quando } \beta = m\pi, \text{ o fator de interferência vale } N^2. \text{ A condição}$$

$\beta = m\pi$ equivale a $d \text{ sen } \theta = m\lambda$. O gráfico deste fator é :



O gráfico da intensidade resultante será obtido a partir da multiplicação do fator de interferência pelo de difração. Como $d > a$, dizemos que o fator de interferência é modulado pelo fator de difração. O gráfico de intensidade será :



Como o 1º máximo secundário do fator de difração é cerca de 4,5% do máximo central, costuma-se desprez-lo por isto. São desprezados também os demais máximos secundários de difração. Na prática, o que se observa são apenas aqueles *máximos de interferência* situados dentro do máximo central do fator de difração. Estes máximos são chamados de "ordens de difração". Assim

se $m = 0$, temos a "ordem zero"; se $m = 1$ temos a 1ª ordem e assim por diante. Estes máximos obedecem a **equação da rede**

$$d \sin \theta = m \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

a. Casos especiais

Da expressão $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin(N\beta)}{\sin(\beta)} \right)^2$ podemos chegar a alguns resultados já discutidos anteriormente:

- Para o caso onde $N = 1$, teremos $\frac{\sin(N\beta)}{\sin(\beta)} = 1$. Assim $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$, o que nos remete à expressão da difração de fenda única.
- Se $N = 2$, $\left(\frac{\sin 2\beta}{\sin \beta} \right) = \left(\frac{2 \sin \beta \cos \beta}{\sin \beta} \right) = 2 \cos \beta$, de modo que a expressão da intensidade será:

$$I = 4I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cos^2 \beta. \text{ Se a largura das fendas for muito pequena, isto é se } a \ll \lambda, \text{ então}$$

$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \ll 1$. Assim $\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \rightarrow 1$ e a intensidade será $I = 4I_0 \cos^2 \beta$, que é justamente a expressão da interferência de Young de fenda dupla.

b. Dispersão e poder de resolução de uma rede de difração.

b1. Dispersão

Para se ter uma medida do afastamento angular entre duas ondas cujos comprimentos de ondas são bastante próximos, recorreremos ao conceito de **dispersão**, que é definido como:

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda}, \text{ onde } d\theta \text{ é a separação angular entre duas linhas cuja diferença de comprimento de}$$

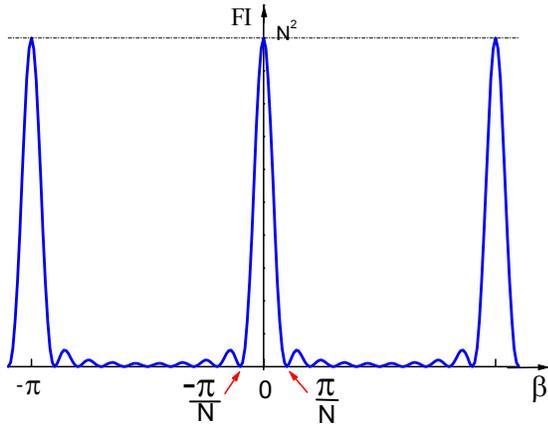
onda é $d\lambda$. Diferenciando a equação da rede, $d \sin \theta = m \lambda$, obtemos:

$$d \cos \theta d\theta = m d\lambda$$

$$\therefore D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}$$

Observe que quanto maior o número de fendas por unidade de comprimento, isto é, quanto menor a separação d entre as fendas, maior será a dispersão.

b2. Largura de linha



Como afirmamos anteriormente, as ordens de difração são justamente os máximos do fator de interferência $\left(\frac{\text{sen}N\beta}{\text{sen}\beta}\right)^2$. Observe que este fator é nulo quando $\text{sen}N\beta = 0$. Desta forma, o primeiro mínimo ocorre quando $\beta = \frac{\pi}{N}$. Para β negativo este mínimo ocorrerá para $\beta = -\frac{\pi}{N}$. Desta forma a largura do pico é definido como $\Delta\beta = \frac{2\pi}{N}$.

Como usualmente temos $N \gg 1$, podemos considerar $\Delta\beta$ muito pequeno, isto é $\Delta\beta \approx d\beta = \frac{2\pi}{N}$. Por outro

lado sabendo-se que $\beta = \frac{\pi \cdot d \cdot \text{sen}\theta}{\lambda}$, então $d\beta = \frac{\pi \cdot d \cdot \cos\theta}{\lambda} d\theta = \frac{2\pi}{N}$. Definimos então a **largura de**

linha a quantidade

$$d\theta = \frac{2\lambda}{N \cdot d \cdot \cos\theta}.$$

Observe que $Nd = L$, que é a largura da rede de difração. Assim, quanto maior a largura da rede, menor será a largura de linha.

Podemos ainda expressar $d\theta$ em função da ordem de difração, usando a equação da rede:

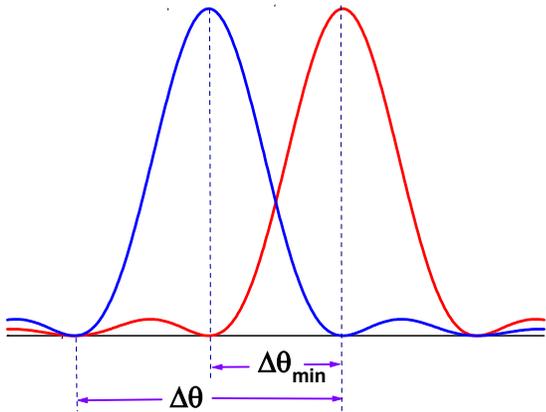
$\text{sen}\theta = m \frac{\lambda}{d}$. Como $\cos\theta = \sqrt{1 - \text{sen}^2\theta}$, então:

$$d\theta = \frac{2\lambda}{Nd \sqrt{1 - m^2 \frac{\lambda^2}{d^2}}}$$

Observe que à medida que a ordem m cresce, o termo da raiz decresce fazendo com que a largura angular da linha cresça.

b3. Poder de resolução.

Quando a diferença entre os comprimentos de onda de dois feixes é pequena, poderá haver superposição de ambas as linhas, de forma que não podemos distinguir uma da outra. Podemos utilizar uma rede de difração que torne as larguras dessas linhas tão pequenas de modo que a separação entre ambas se torne possível. Em outras palavras devemos usar uma rede de grande **poder de resolução**. Esta grandeza é definida como



$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}}$, onde λ é o comprimento de onda médio e

$\Delta\lambda_{\min}$ é o limite de resolução, ou seja, a diferença mínima na qual estas linhas são resolvidas. Esta grandeza é definida pelo **critério de resolução de Rayleigh** o qual estabelece que *duas linhas são resolvidas quando o máximo principal de uma linha coincide com o primeiro mínimo adjacente de outra linha*. Da figura ao lado pode-se perceber que a separação angular mínima que obedece a este critério é justamente a metade da largura de linha, ou seja

$\Delta\theta_{\min} = \frac{\lambda}{N \cdot d \cdot \cos\theta}$. Por outro lado, usando a expressão da dispersão, obtemos

$$\Delta\theta_{\min} = \frac{m \cdot \Delta\lambda_{\min}}{d \cdot \cos\theta}.$$

Igualando ambas expressões, teremos

$$\frac{\lambda}{N \cdot d \cdot \cos\theta} = \frac{m \cdot \Delta\lambda_{\min}}{d \cdot \cos\theta}, \text{ o que nos conduz à } R = m \cdot N.$$

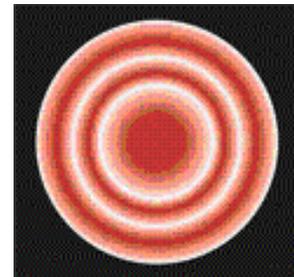
Note que para termos um elevado poder de resolução é necessário ter um elevado número de linhas.

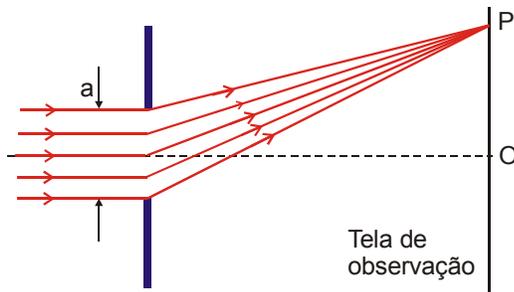
Por fim é interessante observar que o poder de resolução está associado com a largura de linha, enquanto que a dispersão está relacionado com com a separação entre os centros das linhas.

3. Difração em fenda circular

A difração de Fraunhofer de uma abertura circular tem grande importância prática no estudo de instrumentos e sistemas óticos. O olho humano tem a pupila de formato circular. Os instrumentos óticos tais como os telescópios, lunetas, binoculos, etc apresentam objetivas com este formato e todos eles apresentam padrão de difração.

Neste tópico não iremos demonstrar as expressões que descrevem a difração, uma vez que necessitamos de instrumentos matemáticos que estão além dos objetivos deste curso. Forneceremos apenas a expressão que descreve o *primeiro mínimo* de difração uma vez que está relacionada com um conceito de suma importância que é o *critério de resolução de Rayleigh*.





Suponha então uma fonte puntiforme, monocromática, de comprimento de onda λ que está a uma grande distância de um orifício circular de **diâmetro a** . Na tela de observação haverá um padrão de difração que consiste de uma sucessão de anéis concêntricos, cujo ponto central ($\theta = 0$) corresponde a um máximo de intensidade.

Mostra-se que a intensidade em um ponto P da tela é dada por

$$I = I_0 \left[\frac{2J_1(\alpha)}{\alpha} \right]^2, \text{ onde } \alpha = \frac{k \cdot a \cdot \text{sen}\theta}{2} \text{ e } J_1(\alpha) \text{ é chamada de } \textit{função de Bessel (de primeira espécie) de primeira ordem.}$$

Na maioria dos *handbooks* ou *softwares* matemáticos existem tabelas com valores numéricos de $J_1(\alpha)$ para uma extensa variedade de valores de α .

O **primeiro mínimo** de difração (que corresponde a $J_1(\alpha) = 0$) é encontrado para $\alpha = 3,8317$. Assim,

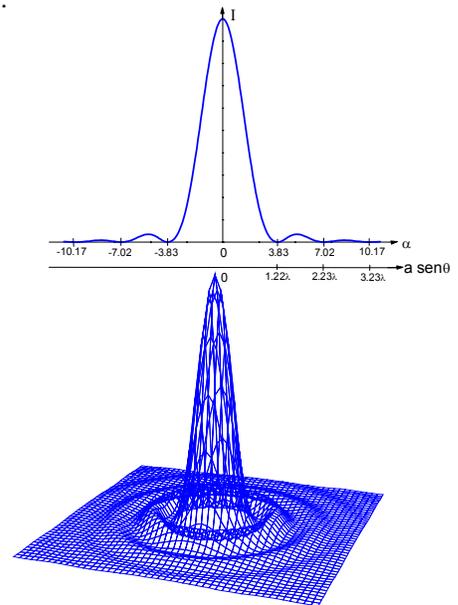
$$\alpha = \frac{k \cdot a \cdot \text{sen}\theta}{2} = \frac{2\pi \cdot a \cdot \text{sen}\theta}{2\lambda} = 3,8317$$

Logo, o **primeiro mínimo** ocorrerá quando

$$a \cdot \text{sen}\theta = 1,22 \cdot \lambda$$

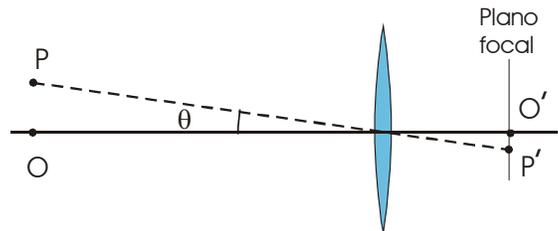
Para se encontrar os outros mínimos de difração, devemos encontrar os outros zeros de $J_1(\alpha)$. Isto ocorrerá quando $\alpha = 7.0156; 10.1735; 13.3237;$

As figuras ao lado mostram a distribuição de intensidades do feixe difratado por uma fenda circular.



a. Resolução: o critério de Rayleigh

Suponha que uma estrela O esteja focalizada por um telescópio simples, como mostra a figura ao lado. Como ela está a uma distância muito grande, sua imagem O' irá se formar no ponto focal F' da lente. Uma segunda estrela P também está sendo focalizada pelo telescópio, de modo que sua imagem P' é formada no plano focal da lente.

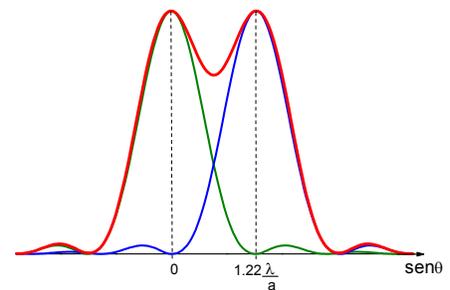


O que se espera é que ambas imagens O' e P' sejam pontos luminosos distintos, qualquer que seja a distância entre as estrelas. Contudo isto não ocorre. Em geral, como a abertura (ou a própria

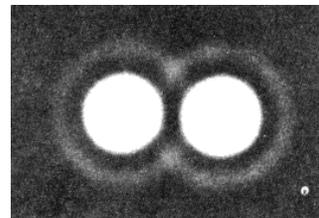
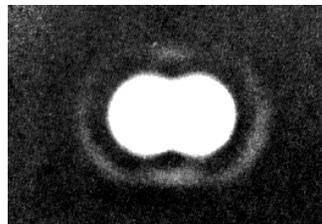
lente) do telescópio tem formato circular, as imagens apresentarão padrão de difração. Por outro lado, se o ângulo θ for pequeno, haverá uma superposição dessas figuras de difração, formando um único "borrão", de modo que não poderíamos afirmar se se trata de uma imagem de um ou de dois objetos. Contudo, à medida que o ângulo θ cresce, as imagens irão se separando, até chegarmos a um limite no qual podemos afirmar que o "borrão" constitui, na verdade, de uma superposição de duas imagens. Na verdade, este limite não é bem definido, mas para retirar o caráter subjetivo de cada um definir o seu limite, convencionou-se estabelecer um critério objetivo: trata-se do **critério de resolução de Rayleigh** o qual afirma que o *limite de resolução*, isto é o ponto a partir do qual as duas imagens estarão resolvidas (discerníveis), é quando o máximo central da figura de difração de uma das imagens coincide com o primeiro mínimo de difração de outra imagem. Assim, o **limite de resolução angular** é dado por:

$$\Delta\theta_R = \text{arc} \cdot \text{sen}\left(1.22 \frac{\lambda}{a}\right)$$

Desta forma, se os dois objetos O e P estiverem separados por uma distância angular maior que $\Delta\theta_R$ as imagens estarão resolvidas; se este ângulo for menor que este limite de resolução, as imagens estarão sobrepostas de forma que não podemos fazer distinção entre uma ou outra imagem. Neste caso as imagens não são resolvidas.



As figura abaixo, à esquerda, mostra uma situação onde as fontes se encontram em uma distância angular igual ao ângulo de resolução angular, enquanto que à direita a distância angular é maior que este limite.



BIBLIOGRAFIA

1. Fowles G.R., *Introduction to Modern Optics*
2. Jenkins F., White H., *Fundamentals of Optics*
3. McKelvey J.P., Grotch H., *Física*, vol.4
4. Crawford F.S., *Ondas - Curso de Física de Berkeley*, vol. 3