4300458

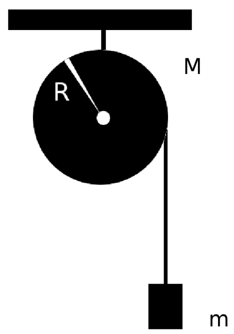
05 de dezembro de 2013

P 4

Complementos de Mecânica Clássica

Nome:	$n^{\underline{o}}$ **USP**							

1– (4.0) Uma polia de massa $\mathbf{M}$ e raio $\mathbf{R}$ ($\mathbf{I} = \frac{1}{2}\mathbf{MR^2}$) tem seu eixo de rotação fixo em um parede, como mostra a figura. A massa $\mathbf{m}$ da figura está presa em uma das extremidades de um fio que está enrolado na polia podendo se deslocar sob a ação da força gravitacional. Obtenha: está presa



- (0.5) a) o número de graus de liberdade do sistema e a função do vínculo;
- (1.0) b) a lagrangeana do sistema;
- (1.0) c) as equações do movimento;
- (1.5) d) as forças do vínculo. Identifique estas forças.

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) + \lambda \frac{\partial f}{\partial q_i} = 0$$

2– (3.0) Um corpo de massa $\mathbf{m}$ entra no sistema solar e fica preso em uma órbita elíptica catastrófica em torno da Terra (massa $\mathbf{M}$ e raio $\mathbf{R}$), de excentricidade $\epsilon_{\mathbf{o}}$ e distância de máxima aproximação $\mathbf{R}$, chocando-se com a Terra. Determine:

- (1.5) a) o momento angular, a energia da órbita catastrófica e se esta energia é positiva ou negativa;
- (1.5) b) a variação mínima necessária de momento angular e energia para o corpo passar a uma distância $\mathbf{2R}$ do centro da Terra e escapar de seu campo gravitacional.

Dado: $\frac{\alpha}{\mathbf{r}} = \mathbf{1} + \epsilon\,\mathbf{cos}\theta$ $\qquad \alpha = \frac{\mathbf{l^2}}{\mu\mathbf{k}}$ $\qquad \epsilon = \sqrt{\mathbf{1} + \mathbf{2}\,\frac{\mathbf{El^2}}{\mu\mathbf{k^2}}}.$

3– (3.0)A energia potencial de um corpo de massa $\mathbf{m}$, movimentando-se sob a ação de uma força central, é dada por $\mathbf{mgr}$.

- (0.5) a) Escreva a lagrangeana e a energia mecânica deste corpo e mostre que o potencial efetivo é $\mathbf{V_{ef}} = \frac{\mathbf{l^2}}{\mathbf{2mr^2}} + \mathbf{mgr}$.
- (1.5) b) Faça um esboço do gráfico $U_{ef}(r)$ versus r e determine os possíveis movimentos do corpo.
- (1.0) c) Determine o o raio e a energia da órbita circular (simplifique a expressão). Esta órbita é estável ou instável?