4300458

16 de janeiro de 2014

P rec

Complementos de Mecânica Clássica

Nome:	$n^{\underline{o}}$ USP							

1– (2.0) Um balsa de massa $\mathbf{m}$ está com velocidade $\mathbf{v_o}$ quando começa a ser puxada, contra a correnteza de um rio, por meio de um motor que enrola uma corrente presa a balsa. A força aplicada pela corrente ao barco é constante dada por $\mathbf{F} = \mathbf{m\,a}$. A força resistiva da correnteza é proporcional a velocidade do barco (tipo $\mathbf{mkv}$). Adote o eixo $\mathbf{x}$ na direção e sentido da força $\mathbf{ma}$.

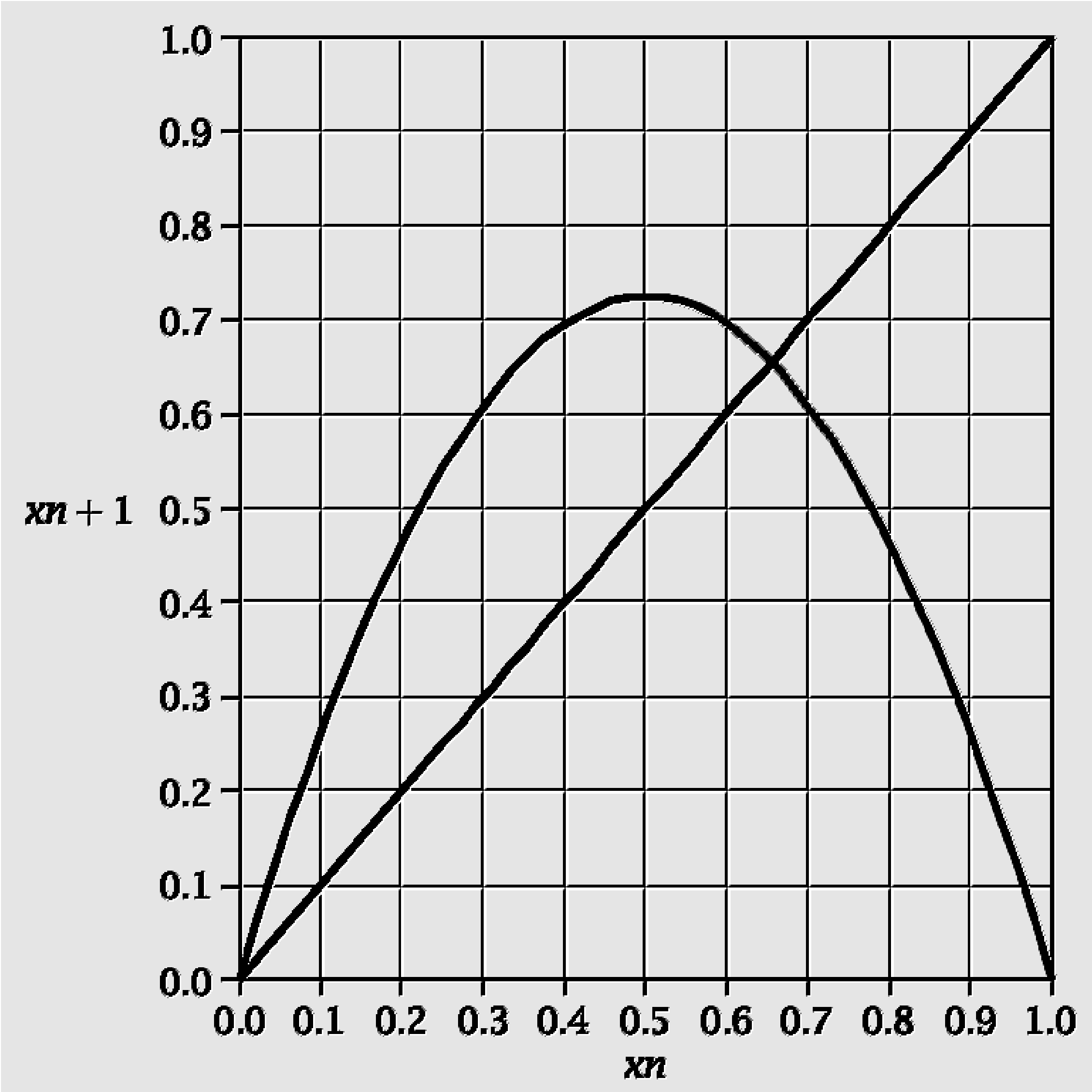
- 0.5 a) Faça um desenho indicando as forças e escreva a equação do movimento .
- 1.0 b) Determine a velocidade da balsa em função do tempo.
- 0.5 c) Determine a velocidade terminal da balsa.

2– (1.0) Um corpo de massa $\mathbf{m}$, em um dado instante, está na superfície da Terra (raio $\mathbf{R}$ e velocidade angular $\boldsymbol{\omega}$), na latitude $\boldsymbol{\theta}$, com velocidade $\mathbf{v_o}$ no sentido norte - sul. Faça uma figura indicando o sistema de coordenadas adotado e determine nesse instante :

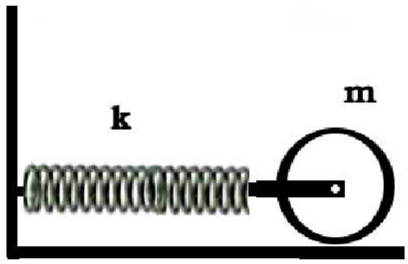
- (0.5) a) a fôrça de Coriolis $\vec{F}_{cor}$,
- (0.5) b) a fôrça de centrifuga $\vec{F}_{cent}$.

3– (1.0) Um sistema é descrito pala equação logística $\mathbf{x_{n+1}} = \boldsymbol{\alpha}\,\mathbf{x_n}\,(\mathbf{1} - \mathbf{x_n})$. O gráfico abaixo representa esta equação, para um certo valor de $\boldsymbol{\alpha}$.

- (0.75) a) O sistema é caótico ?
- (0.75) b) Qual o valor de $\boldsymbol{\alpha}$ e do coeficiente de Lyapunov, nesse caso.



4– (3.0) Uma esfera de raio $\mathbf{R}$ e massa $\mathbf{m}$ ($\mathbf{I} = \frac{1}{2}\mathbf{mR^2}$ rola sem deslizar, na horizintal, presa a uma das extremidades de uma mola de constante elástica $\mathbf{k}$, cuja outra extremidade está presa em uma parede, como mostra a figura. Obtenha:



- (0.5) a) a lagrangeana do sistema;
- (0.5) b) a função do vínculo;
- (1.0) c) as equações do movimento;
- (1.0) d) as fôrças do vínculo. Identifique-as.

5– (3.0) Um corpo celeste de massa $\mathbf{m}$ (muito menor que a massa do Sol) movimenta-se em torno do Sol e seu potencial efetivo é dado por

$$\mathbf{V_{ef}(r)} = \frac{\mathbf{l^2}}{\mathbf{2mr^2}} - \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{r}}$$

- 0.5 a) Determine a força que age no corpo.
- 1.0 b) Faça um esboço do gráfico do potencial efetivo e deternine os possíveis movimentos do corpo.
- 0.7 c) Qual a energia mecânica da órbita circular estável ?
- 1.0 d) Se o corpo estiver numa órbita circular, qual será da energia mínima necessária para escapar do Sol e a excentricidade da nova órbita?

Dado:

$$\tilde{\mathbf{a}} = \tilde{\mathbf{a}}' - 2\tilde{\boldsymbol{\omega}} \times \tilde{\mathbf{v}} - \tilde{\boldsymbol{\omega}} \times \tilde{\boldsymbol{\omega}} \times \tilde{\mathbf{v}} \qquad \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{q_i}} - \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}}\left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_\mathbf{i}}\right) + \lambda \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q_i}} = \mathbf{0}$$

$$\frac{\boldsymbol{\alpha}}{\mathbf{r}} = \mathbf{1} + \boldsymbol{\epsilon}\cos\boldsymbol{\theta} \qquad \boldsymbol{\alpha} = \frac{\mathbf{l^2}}{\boldsymbol{\mu k}} \qquad \boldsymbol{\epsilon} = \sqrt{\mathbf{1} + \mathbf{2}\,\frac{\mathbf{El^2}}{\mu\mathbf{k^2}}}$$