MECÁNICA CELESTE 1

Práctica N° 4 - 2011

Hipótesis impulsiva. Transferencia de órbitas

1) Un satélite artificial describe una órbita elíptica en torno a un planeta. Al pasar por el periastro es *frenado* por una fuerza de *drag* debida al rozamiento con la atmósfera planetaria. Si el efecto de la fuerza de *drag* puede describirse (aproximadamente) como una pequeña disminución *instantanea* en la velocidad del satélite, de modo tal que ésta pase de valer v, a valer $(1-\alpha)v$ (con $\alpha \ll 1$) , calcular a primer orden el cambio en:
a) El semieje mayor a.
b) La excentricidad e.
c) La energía E.
d) El momento angular $\mathbf{h}$.

2) Una partícula en órbita heliocéntrica recibe un impulso que hace aumentar su velocidad en un Δv. Demostrar que el cambio resultante en el período δT está dado por:

$$\delta T = 3\,v\,\delta v \left(\frac{T^5}{(2\pi\mu)^2} \right)^{1/3}, \tag{1}$$

3) Un cometa describe una órbita elíptica de semi-eje mayor a y exentricidad e. Al pasar por un extremo del eje menor recibe un incremento en velocidad Δv, perpendicular a su velocidad orbital instantánea. Si la órbita resultante es parabólica, hallar Δv y la distancia perihélica de la órbita final.
Nota: Comparar las energías y los momentos angulares iniciales y finales.

4) Una nave espacial orbita en torno a Marte en órbita elíptica con un período de 12 horas. En el punto más cercano al planeta, a una altitud sobre la superficie de 120 km, se le da un impulso a la nave en dirección opuesta a su movimiento tal que la altitud del punto más lejano se reduce y pasa a ser de 16600 km.

Calcule el cambio en la velocidad de la zonda.

Datos: $\mu = 559485610736 km^3/hora^2$. Radio de Marte = 3394 km.

5) Transferencia de Hohmann: Una nave espacial de masa despreciable orbita en torno a un cuerpo central de masa M. Inicialmente describe una órbita circular de radio a. Se le imprime un incremento instantaneo tangencial Δv_1 a su velocidad, pasando la nave a describir una órbita elíptica de semieje mayor: $(A > a)$

$$\frac{1}{2}(a + A)\,, \tag{2}$$

Luego, en el apocentro, se le da un nuevo incremento instantaneo tangencial Δv_2, de modo tal que la nave queda describiendo una órbita circular de radio A.

a) Determinar Δv_1 y Δv_2.

b) Demostrar que 4

$$\frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{v_0} = \left(1 - \frac{1}{R}\right)\sqrt{\frac{2R}{1+R}} + \frac{1}{\sqrt{R}} - 1, \tag{3}$$

donde $R = \frac{A}{a}$, y v_0 es la velocidad circular en la órbita inicial.

6) Desde una órbita circular de $a_1 = 1$ UA (Tierra) se quiere transferir una sonda con velocidad $\bar{v}_1$ a una órbita circular de $a_2 = 2.5$ UA (correspondiente a la resonancia 3:1) en el Cinturón principal de asteroides aplicándole un $\delta v_1 = \frac{1}{4} v_1$ en la dirección del movimiento.

a) Hallar a y e de la órbita de transferencia.

b) Hallar el tiempo empleado para llegar a la órbita correspondiente a la resonancia 3:1.

c) Hallar δv_2 en módulo y dirección necesario para que entre en órbita circular.