

## ESTUDO DOS DÍGITOS “PREFERIDOS” E “PROIBIDOS” DE CRONÔMETROS DIGITAIS COM ARDUINO

Zwinglio O. Guimarães-Filho<sup>1</sup>, Marco A. B. Andrade<sup>1</sup>, Dennis L. Toufen<sup>1,2</sup>,  
Fábio O. Jorge<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Física Aplicada, Instituto de Física da USP. E-mail: [zwinglio@if.usp.br](mailto:zwinglio@if.usp.br)

<sup>2</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. Campus de Guarulhos.

### Resumo

*Em um trabalho anterior, apresentado no SNEF de 2005, mostramos que diversos modelos de cronômetros digitais possuem uma distribuição de frequência de ocorrência de dígitos bastante irregular [Z. O. Guimarães-Filho et al., Os cronômetros digitais e seus dígitos “preferidos”, SNEF 2005]. No entanto, naquele trabalho não foi determinada a consequência sobre a incerteza e sobre um eventual erro sistemático cometido em medições com esses cronômetros. Para investigar essas questões, fizemos um estudo com aquisição automática de dados usando uma placa ARDUINO para acionar o cronômetro em intervalos de tempo pré-determinados e uma Webcam para registrar o display ao final da cronometragem. As imagens foram processadas de forma automática usando um programa na linguagem Matlab, o que possibilitou realizar mais de 32 mil medições de intervalos de tempo distribuídos de forma aleatória entre 0,5 s e 2,5 s. Os resultados obtidos confirmaram as observações anteriores de que 40% dos dígitos centesimais nunca são mostrados e que dentre os dígitos possíveis de serem obtidos há uma clara relação de preferência e rejeição entre dígitos adjacentes que pode chegar a um fator 7. Os resultados também mostraram que este efeito não implica em um erro sistemático no valor do intervalo de tempo medido e que a incerteza aleatória em cada medição devida unicamente a esses efeitos é de 1,3 cs que é muito menor que a incerteza devida ao acionamento humano do cronômetro (cerca de 5 cs). Finalmente, é apresentado um modelo para o funcionamento do cronômetro que explica todas as características observadas.*

**Palavras-chave:** Cronômetros digitais, Laboratórios Didáticos, ARDUINO.

### Introdução

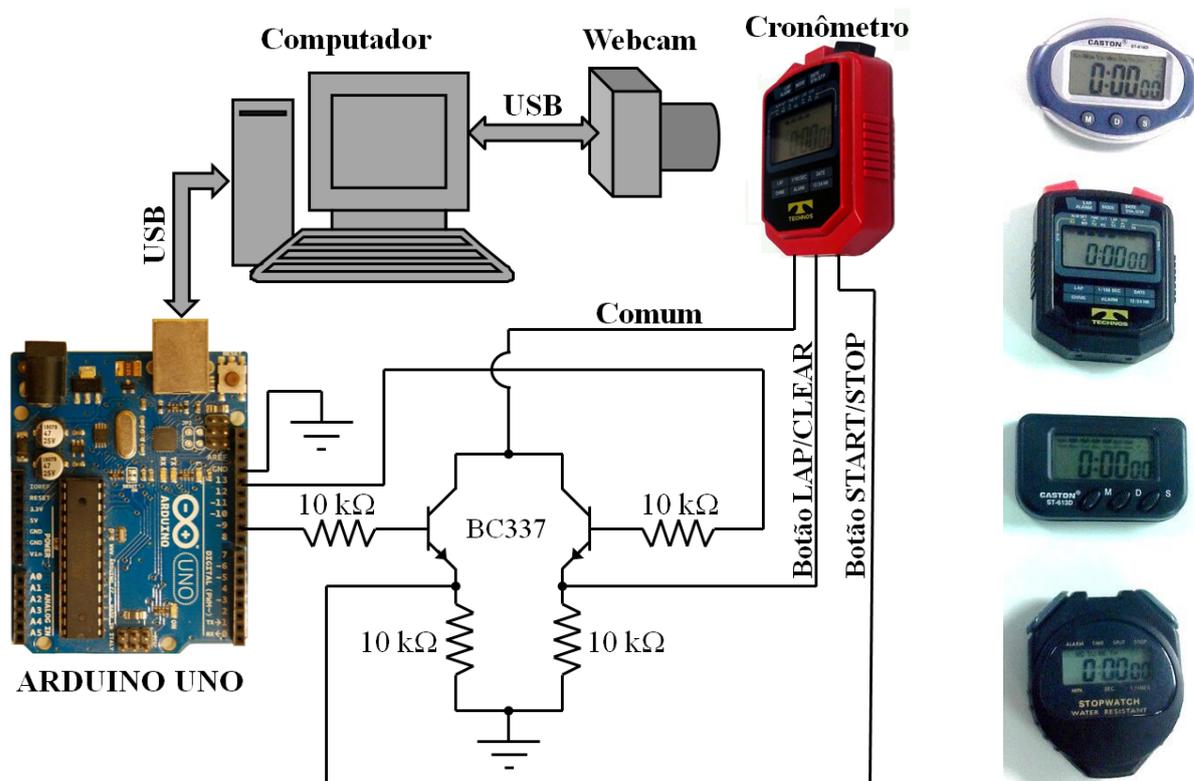
Cronômetros digitais são muito utilizados em laboratórios didáticos de Física por causa do seu baixo custo e razoável simplicidade de uso. Além disso, devido ao papel do operador no acionamento do cronômetro, seu uso possibilita salientar a importância do cuidado experimental durante a coleta de dados, um conteúdo fundamental nas etapas iniciais da formação de profissionais de ciências naturais.

Porém, um estudo anterior revelou um problema presente em diversos modelos desses cronômetros, que é a irregularidade da distribuição na frequência de ocorrência dos dígitos dos centésimos de segundo, havendo diversos dígitos que nunca eram obtidos (GUIMARÃES, 2005). Embora a existência dos dígitos preferidos e rejeitados tenha sido bem caracterizada no estudo anterior, seu efeito sobre a incerteza e o erro sistemático cometido em medições com esses cronômetros não foi determinado. Assim, o presente trabalho apresenta um estudo com aquisição automática de dados usando uma placa ARDUINO (ARDUINO, 2005) para acionar o cronômetro em intervalos de tempo conhecidos e, assim, investigar o efeito dos dígitos preferidos sobre os resultados de medições.

## Descrição do experimento

A coleta automática dos tempos do cronômetro possibilita reduzir as flutuações estatísticas causadas pelo observador e permite que seja adquirida uma grande quantidade de dados. Neste trabalho, foi utilizado o arranjo experimental da Figura 1 para adquirir os tempos do cronômetro de forma automática. O arranjo experimental consiste de um computador, de uma câmera digital (Webcam), de uma plataforma eletrônica contendo um microcontrolador (ARDUINO UNO), e de um circuito eletrônico contendo 4 resistores de 10 k $\Omega$  e 2 transistores NPN (BC337).

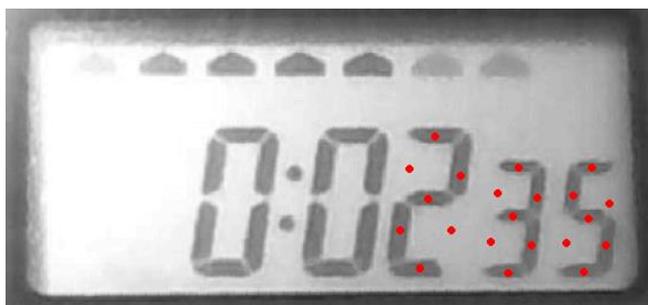
Neste arranjo, os botões do cronômetro foram interligados de tal forma que o pino 9 do ARDUINO é utilizado para iniciar e parar a contagem de tempo (botão “START/STOP” do cronômetro), e o pino 13 é utilizado para zerar o display do cronômetro (botão “LAP/CLEAR”). A plataforma ARDUINO é conectada ao computador através da porta USB. Neste computador, há um código escrito em Matlab (*MathWorks Inc.*, Natick, MA, EUA) para controlar o ARDUINO e adquirir as imagens do display do cronômetro pela Webcam.



**Figura 1:** Arranjo experimental utilizado na coleta automática dos tempos do cronômetro e exemplos de modelos de cronômetros que exibem o mesmo comportamento.

Foi adotado o seguinte procedimento para adquirir os tempos do cronômetro: inicialmente um programa desenvolvido em Matlab sorteia um tempo aleatório múltiplo de 0,001 s, com distribuição uniforme entre 0,500 s e 2,500 s, e o envia ao ARDUINO, que inicia e interrompe a contagem do cronômetro. Após interromper a contagem, o Matlab aciona a Webcam para obter uma foto do display do cronômetro e a salva em disco, para posterior processamento. Então, o Matlab envia uma instrução para que o ARDUINO zere o cronômetro e o ciclo é reiniciado. O programa escrito em ARDUINO para controlar o cronômetro digital está listado no Apêndice.

Após utilizar o aparato da Figura 1 para controlar o cronômetro e adquirir diversas fotos do display do cronômetro, é necessário identificar o número mostrado no display. Para isso, foi escrito um novo programa em Matlab para abrir as imagens e identificar o número do display. As fotos do display foram adquiridas em escala de tons de cinza e possuem uma resolução de 800 x 600 pixels. Em Matlab, uma imagem em tons de cinza é representada por uma matriz de onde cada elemento é um número inteiro, que pode variar de 0 a 255. O número de cada elemento da matriz indica o nível de cinza de cada pixel, sendo que o 0 corresponde à cor preta, e o 255 à cor branca. Uma foto típica do display é apresentada na Figura 2.

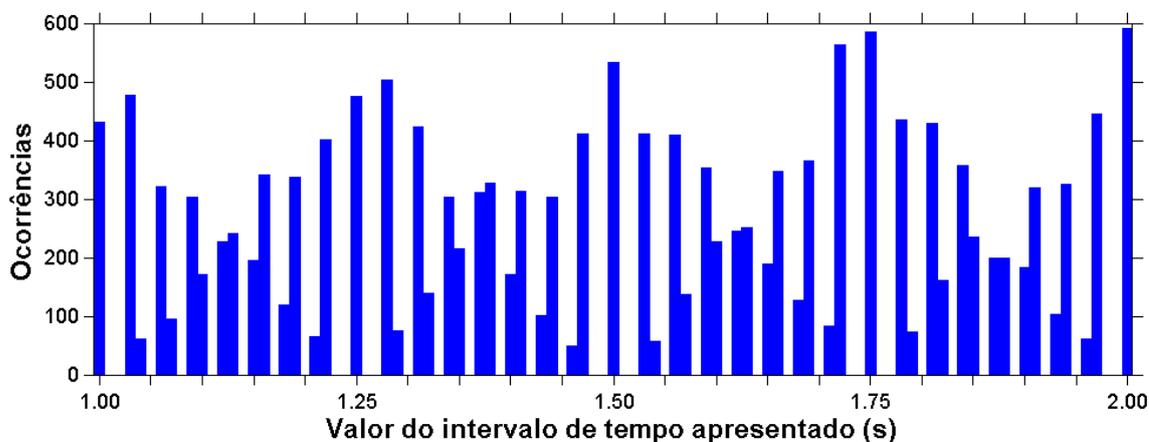


**Figura 2:** Foto do display adquirida pela Webcam. Os pontos indicados em vermelho são utilizados na identificação automática dos números do display.

Para identificar o número mostrado no display, são analisados os níveis de cinza de diversos segmentos do display. Os pixels analisados estão indicados na cor vermelha na Figura 2. Conhecendo-se o nível de cinza de cada segmento é possível saber se o segmento estava ligado ou desligado, permitindo identificar o número mostrado no display. Na primeira etapa foram adquiridos 32 181 valores de tempo usando esse procedimento.

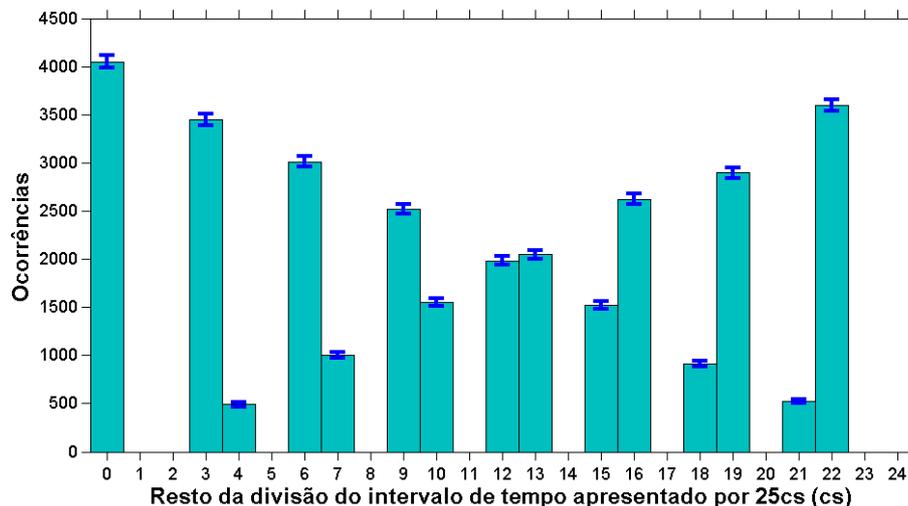
### Resultados das medições automatizadas

A Figura 3 apresenta o histograma dos valores apresentados no display do cronômetro para intervalos de tempo entre 1,00 s e 2,00 s. Observa-se a ausência de resultados com diversos dígitos: em particular, há intervalos de dois dígitos (=2 cs) sem ocorrências ao lado do (1,00; 1,25; 1,50; 1,75 e 2,00) s. Nota-se nessa figura um padrão de preferências e rejeições que se repete a cada 25 cs.



**Figura 3:** Histograma dos valores dos intervalos de tempo entre 1,00 s e 2,00 s apresentados no display do cronômetro. Cada canal do histograma corresponde a 0,01 s.

Para salientar a existência dessa periodicidade no intervalo de repetição desse efeito, a Figura 4 apresenta o histograma dos dados medidos em termos do resto da divisão do intervalo de tempo apresentado no display do cronômetro por 25 cs, que é o ciclo de repetição do efeito da preferência dos dígitos. As barras de erro indicam a incerteza estatística no número de ocorrências em cada canal. Nota-se que além de não haver qualquer ocorrência em 40% dos canais do histograma (1, 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23 e 24) cs, ainda há uma clara estrutura na razão entre o número de ocorrências de canais adjacentes de dígitos “permitidos”.

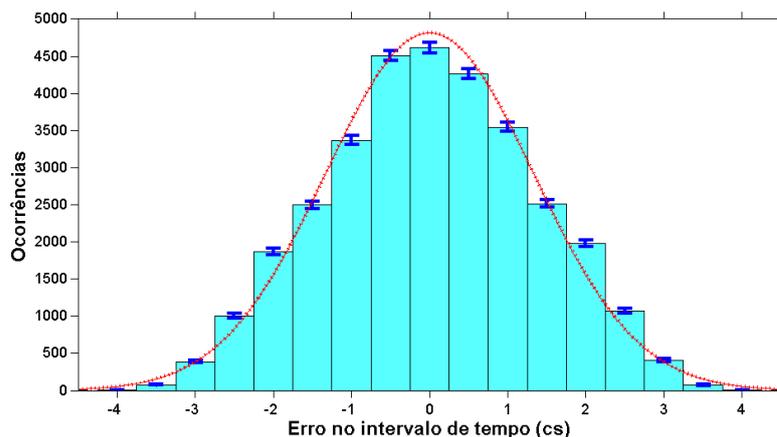


**Figura 4:** Histograma do resto da divisão dos intervalos de tempo apresentados no display por 25 cs. As barras de erro representam a incerteza estatística no número de ocorrências.

A relação de preferência entre os dígitos adjacentes de cada um dos oito conjuntos de dígitos “permitidos” (0; 3x4; 6x7; 9x10; 12x13; 15x16; 18x19; 21x22) tem uma clara estrutura, embora o número de dados de cada conjunto seja similar (cerca de 4 mil dados, pois são ~32 mil dados distribuídos em oito conjuntos). De fato, a frequência do primeiro dos dígitos de cada um desses conjuntos (0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21) diminui em cerca de 500 eventos ao passo que a frequência do outro dígito aumenta na mesma quantidade. Esses 500 eventos correspondem a 1/8 dos cerca de 4 mil eventos de cada par. A existência desses oito conjuntos de dígitos “permitidos” a cada 25 cs sugere a existência de algum efeito digital com periodicidade de 3,125 cs ( $=25 \text{ cs}/8$ ).

Essas características nos levam a questionar a acurácia dos intervalos de tempo medidos com esses cronômetros. Para investigar esse ponto, os erros cometidos em cada cronometragem foram determinados pela diferença entre o tempo mostrado no display e o intervalo de tempo gerado pelo ARDUINO.

A Figura 5 mostra o histograma dos erros nas 32 181 medições. Nota-se que a distribuição dos erros é simétrica ao redor do zero, indicando a inexistência de erro sistemático residual. A incerteza de cada medição devida apenas ao cronômetro é dada pela dispersão dos erros (HELENE, 1991),  $\sigma \cong 1,3 \text{ cs}$ , e é muito menor que o tempo típico de reação humana para acionar o cronômetro (cerca de 5 cs). Convém destacar que embora a distribuição dos erros seja aproximadamente gaussiana, o pequeno desacordo entre os dados e a gaussiana é estatisticamente significativo (a curtose é  $K = 2,53 \pm 0,03$ ).



**Figura 5:** Histograma dos erros nos intervalos de tempo apresentados no display do cronômetro (diferença entre o valor medido e o valor real). A média é  $(0,003 \pm 0,007)$  cs e o desvio-padrão  $(1,333 \pm 0,005)$  cs. As barras indicam as incertezas estatísticas no número de ocorrências e a curva tracejada em vermelho é uma gaussiana para comparação.

### Um modelo para o funcionamento do cronômetro

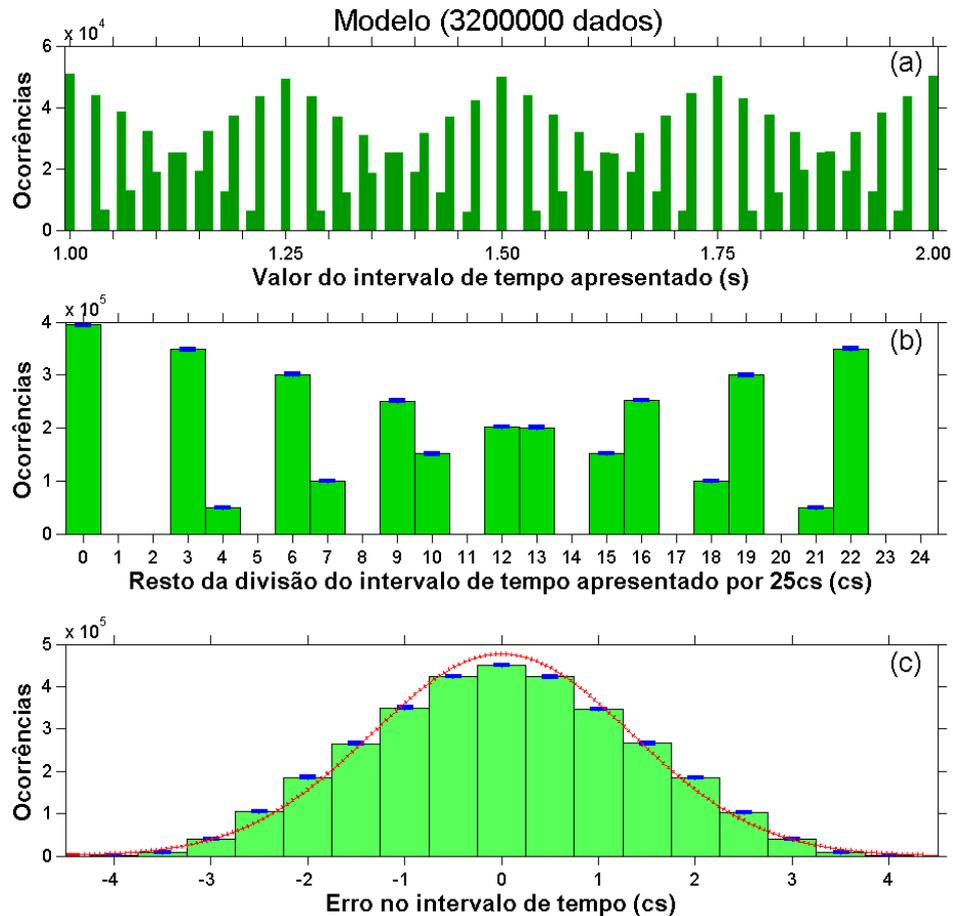
Um modelo simples para explicar os resultados experimentais das Figuras 3 e 4 foi apresentado em (GUIMARÃES, 2005). Esse modelo considerava que o contador de pulsos do cronômetro ficava ativo durante toda a aquisição, mas que o display era atualizado a cada 3,125 cs ( $=1/32$  Hz). Essa taxa de atualização pode ser obtida por divisão binária a partir da frequência fundamental de cristais de quartzo usados em cronômetros digitais (GUST, 2009), que é de 32 768 Hz ( $=2^{15}$  Hz). O modelo também considerava que a fração do centésimo de segundo não era zerada no início da cronometragem, implicando na existência de um resíduo inicial aleatório, com distribuição uniforme entre 0 e 1 cs, que seria adicionado a cada tempo medido.

O modelo de 2005 conseguia descrever todas as observações experimentais obtidas naquele trabalho: os dígitos “proibidos”, as relações de preferência entre os dígitos permitidos e a repetição do efeito a cada 25 cs, como observada nos dados experimentais das Figuras 3 e 4. Porém, esse modelo previa que o tempo medido deveria ser preferencialmente menor que o tempo real, pois o maior valor possível para o resíduo inicial seria de 1 cs, enquanto o maior atraso que se pode cometer ao interromper a aquisição antes do display ser atualizado seria de 3,125 cs. No entanto, essa assimetria não é observada nos resultados experimentais obtidos nesse trabalho: o histograma da Figura 5 indica que a distribuição dos erros é simétrica, com os tempos medidos podendo ser quase 4 cs diferentes dos reais.

Outra inconsistência com as previsões do modelo de 2005 foi observada ao medimos dez intervalos de tempo em sequência sem zerar a memória: o erro médio de 250 repetições foi  $(-0,16 \pm 0,27)$  cs com desvio-padrão de 4,2 cs ( $\approx 1,33\sqrt{10}$  cs), indicando que o valor mostrado quando o STOP é acionado coincide com o valor armazenado na memória e que medições sucessivas são independentes.

Para explicar essas observações experimentais elaboramos um novo modelo para o funcionamento do cronômetro baseado no fato de que a unidade básica de tempo é um ciclo de 128 Hz ( $=2^7$  Hz, obtido pela divisão dos ciclos do cristal de quartzo por  $256 = 2^8$ ) e considerando que a duração das aquisições seja múltipla de 3,125 cs (equivalente à frequência de 32 Hz =  $1/4$  de 128 Hz).

Uma simulação computacional baseada nessas hipóteses reproduz todas as características observadas nos dados experimentais, como pode ser visto na Figura 6. Além disso, a distribuição de erros obtida na simulação [Figura 6(c)] tem a mesma dispersão e o mesmo pequeno desacordo em relação à gaussiana que a observada nos dados experimentais [Figura 5] (a curtose é  $K = 2,496 \pm 0,003$ ).



**Figura 6:** Histogramas equivalentes aos das Figuras 3, 4 e 5, porém para 3 200 000 dados simulados com o modelo proposto neste trabalho para o funcionamento do cronômetro.

A hipótese de que a unidade básica de tempo do cronômetro tenha frequência de 128 Hz ( $\sim 0,78$  cs) implica que os centésimos de segundo são construídos contando-se apenas uma parte desses ciclos. De fato, uma forma de se obter o tempo médio de 1 cs a partir de pulsos da frequência básica de 128 Hz é ignorar um pulso a cada 4, exceto um pulso a cada 32. Dessa forma, são contabilizados  $128 - 32 + 4 = 100$  pulsos a cada segundo, em uma sequência do tipo “1110.1110.1110.1110.1110.1110.1111. ...”, que se repete a cada 25 cs. Essa lógica aparentemente complicada é fácil de implementar usando divisores binários e portas lógicas, componentes básicos de circuitos digitais (TOCCI, 2011).

Combinando-se as hipóteses da unidade básica de tempo de 128 Hz e de que as aquisições iniciam e terminam na primeira ocorrência simultânea do acionamento do botão com a mudança de estado de um pulso de 32 Hz<sup>‡</sup> é possível compreender a existência dos dígitos “proibidos” e “preferidos”, a simetria na distribuição do erro das medições e o fato da amplitude do erro cometido poder chegar a quase 4 cs (que correspondem a 4 pulsos, e não a 4 cs de fato).

<sup>‡</sup> Contadores digitais identificam a mudança de estado de pulsos (borda de subida ou de descida).

Os dígitos “proibidos” decorrem do fato de que a cada 4 ciclos da frequência básica somente podem ser contados 3 ou 4 pulsos, fazendo com que os dígitos 1 e 2 nunca sejam obtidos. Já em uma aquisição com a próxima duração possível (8 ciclos), podem ser contados ou 6 ou 7 pulsos, implicando que o dígito 5 nunca será obtido. A relação de preferência entre os dígitos adjacentes é deduzida da mesma forma: em uma aquisição com duração de 4 ciclos, a chance de contar 4 pulsos é apenas 1/8, pois precisa corresponder à ocorrência da subsequência “1111”, ao passo que em 7/8 das vezes ocorre a subsequência “1110”, onde 3 pulsos são contabilizados e, portanto, o 03 cs ocorre 7 vezes mais que o 04 cs. De maneira similar, em uma aquisição com duração de 8 ciclos para que se conte 7 pulsos é preciso ocorrer as subsequências “1110.1111” ou “1111.1110”, que só acontecem em 1/4 (=2/8) dos casos; nos outros casos são contados 6 pulsos (“1110.1110”).

Para verificar essas hipóteses, diversos testes adicionais foram realizados<sup>§</sup>. A existência de um padrão de aceitação dos pulsos que se repete a cada 25 cs foi confirmada em testes que mostram que o cronômetro nunca erra quando o intervalo de tempo é múltiplo de 25 cs (0,25 s, 0,50 s, 0,75 s ...). Observamos que isso ocorre até mesmo em grandes intervalos de tempo, como 25 minutos (150 000 cs).

Outro teste que fizemos foi controlar a duração do tempo em que o botão era mantido acionado (nas medições anteriores esse tempo foi 5 cs), uma vez que a hipótese da exigência da ocorrência simultânea do sinal do botão com um sinal interno que acontece a cada 3,125 cs implica na possibilidade do cronômetro ignorar acionamentos curtos do botão. A probabilidade de que um acionamento com duração  $\delta t$  inferior a 3,125 cs coincida com o sinal interno é dada por  $\delta t / 3,125$  cs, o que implica que para  $\delta t = 1,6$  cs a probabilidade de que o acionamento seja reconhecido é 51,2%. De fato, em 5 000 tentativas com  $\delta t = 1,6$  cs foram observados 2 531 acionamentos reconhecidos (50,6%). Da mesma forma, para  $\delta t = 0,8$  cs o modelo prevê 25,6% e obtivemos 1226 acionamentos reconhecidos (24,5%). Para  $\delta t = 0,4$  cs, a probabilidade prevista é 12,8% e medimos 620 acionamentos reconhecidos (12,4%).

Finalmente, observamos que quando o botão LAP é usado para parar a atualização do display, os mesmos efeitos acontecem, porém, deslocados de 2 cs (ou seja, os dígitos “proibidos” do resto da divisão por 25 cs passam a ser 0, 1, 3, 4, 7, 10, 13, 16, 19 e 22). Além disso, a distribuição dos erros cometidos não é mais simétrica em relação ao zero, mas centrada em 2 cs, implicado em um erro sistemático residual. Isso provavelmente acontece porque a interrupção da atualização da tela verifica a ocorrência da mudança de estado do pulso de 32 Hz no sentido oposto (borda de subida por borda de descida ou vice-versa) ao que é considerado para começar e parar a cronometragem.

## Conclusão

Todos os equipamentos digitais precisam converter sinais analógicos contínuos em sinais discretos. Nos equipamentos sofisticados se procura reduzir os efeitos da descontinuidade introduzida nessa conversão, mas em algum nível esses efeitos inevitavelmente continuam existindo. No caso dos cronômetros digitais simples, estudados nesse trabalho, os efeitos da conversão dos intervalos de tempo

---

<sup>§</sup> Esses testes foram feitos com um ARDUINO DUE, pois o clock do ARDUINO UNO é feito com um oscilador cerâmico (variação de até 0,5%), ao passo que o DUE usa um cristal de quartzo (variação de ppm).

contínuos em pulsos contáveis são bastante evidentes: apesar da resolução nominal do cronômetro ser de 1 cs, cerca de 40% dos dígitos centesimais nunca são obtidos e há uma clara relação de preferência e rejeição entre os dígitos restantes.

Apesar da existência dos dígitos preferidos e proibidos parecer estranho à primeira vista, esse efeito não produz erro sistemático residual nos resultados das medições com o cronômetro, nem aumenta de maneira significativa a incerteza das cronometragens, pois a incerteza associada a esse efeito (~1,3 cs) é muito menor que a incerteza do acionamento manual do cronômetro (~5 cs). Além disso, com o conhecimento das características desse efeito, é possível saber que histogramas com larguras de canal inferiores a 3 cs podem ser muito distorcidos. Outra informação prática que se pode extrair desse trabalho é sobre evitar o uso do botão LAP para parar o cronômetro, pois isso provoca um erro sistemático residual de 2 cs.

**Agradecimentos:** Os autores agradem as valiosas discussões com os professores Ruy M. Castro, Lighia B. Horodyski-Matsushigue e Paulo R. Pascholati. Z.O.G.-F. agradece o suporte financeiro parcial do CNPq (processo: 308330/2013-7).

## Referências

ARDUINO Org. (2005), Disponível em: <http://arduino.cc> (acessado em 25/07/2014).

Guimarães-Filho Z.O. *et al.*, (2005) *Cronômetros Digitais e seus Dígitos "Preferidos"*, In: XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física, Rio de Janeiro. (disponível em <http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xvi/cd/resumos/T0291-1.pdf>).

Gust J.C. *et al.* (2009), *Stopwatch and Timer Calibrations*, NIST - Natl. Inst. Stand. and Technol. Special Publication 960-12.

Helene O. e Vanin V.R. (1991), *Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental*, Ed. Edgard Blücher, 2ª edição.

Tocci R.J. *et al.* (2011), *Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações*, Ed. Pearson, 11ª edição.

## Apêndice - Código do programa do ARDUINO para controle do cronômetro

```
// Variaveis globais
const int botao1 = 9; // botao START/STOP
const int botao2 = 13; // botao LAP/CLEAR
String inputString = "";
boolean stringComplete = false;

// Configuracao: executado so uma vez
void setup () {
  Serial.begin(9600);
  pinMode(botao1,OUTPUT);
  pinMode(botao2,OUTPUT);
}

//Codigo principal: executado em loop
void loop () {
  // le a serial ate a string ser completa
  if (stringComplete) {
    long tempo = inputString.toInt();
    if (tempo==0) {
      //zera o cronometro
      digitalWrite(botao2, HIGH);
      delay(100);
      digitalWrite(botao2, LOW);
      delay(100);
      Serial.println("zerado");
    }
  }
  else if (tempo>50) {
    //inicia e interrompe o cronometro
    digitalWrite(botao1, HIGH);
    delay(50);
    digitalWrite(botao1, LOW);
    delay(tempo-50);
    digitalWrite(botao1, HIGH);
    delay(50);
    digitalWrite(botao1, LOW);
    Serial.println("fim");
  }
  inputString = "";
  stringComplete = false;
}

// Evento - porta serial
void serialEvent() {
  while (Serial.available()) {
    char inChar = (char)Serial.read();
    if (inChar == '\n') {
      stringComplete = true;
    } else {
      inputString += inChar;
    }
  }
}
```