

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)

FÍSICA EXPERIMENTAL C CURSO QUADRIMESTRAL (4323303)

● REPRESENTAÇÃO DE INCERTEZAS EM RESULTADOS EXPERIMENTAIS



MEDIDA, ERRO E INCERTEZA

-  Qualquer medida física possui sempre um **valor verdadeiro**, que é desconhecido, e um **valor medido**. O valor medido deve sempre se aproximar do valor verdadeiro se a medida for feita corretamente.
-  **valor medido**: é aquele que obtemos durante o processo de medição.
-  **Erro**: é a diferença entre o valor verdadeiro e o valor medido. Como o valor verdadeiro não é conhecido, o erro também nunca o será. O máximo que podemos fazer é estimar o erro.
-  **Incerteza**: é uma estimativa do erro.

TIPOS DE ERROS

- Os erros podem ser divididos em dois grandes grupos que são os erros **sistemáticos** e **aleatórios**
- Erros sistemáticos:** são aqueles que ocorrem em todas as medidas sempre na mesma direção e possui sempre o mesmo valor. Eles surgem em decorrência de problemas de calibração do instrumento de medida. Podem ser reduzidos se realizarmos as medições com um número grande de instrumentos semelhantes.
- Erros aleatórios:** são aqueles que surgem em decorrência da não reprodutividade de uma medida. Eles ocorrem em todas as direções e sempre possuem valores diferentes. Podem ser minimizados se um grande número de medidas for realizado.

ERROS ESTATÍSTICOS

O erro estatístico ou aleatório tem como propriedade o fato de que, se uma grandeza física for medida n vezes obteremos n resultados diferentes. Decorrente disto, podemos definir as seguintes grandezas:

VALOR MÉDIO:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

DESVIO PADRÃO:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}$$

DESVIO PADRÃO DA MÉDIA:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

● INTERPRETAÇÃO FÍSICA PARA O DESVIO PADRÃO E DESVIO PADRÃO DA MÉDIA

● **Desvio padrão:** o desvio padrão nos dá informação sobre a dispersão dos dados em torno do valor médio. Portanto, quando o desvio é pequeno significa que os dados são parecidos.

● **Desvio padrão da média:** o desvio padrão da média σ_m nos dá informação sobre o valor verdadeiro. Este valor deve estar contido no interior do intervalo de:

$$\bar{x} \pm 1\sigma_m \text{ (68,27\%)} \quad \bar{x} \pm 2\sigma_m \text{ (95,45\%)} \quad \bar{x} \pm 3\sigma_m \text{ (99,73\%)}$$

● Caso exista mais de um tipo de erro, o erro total será dado por:

$$\sigma_T = \sqrt{\sum_{i=0}^n \sigma_i^2}$$

● Neste caso o resultado será expresso da seguinte forma:

$$\bar{x} \pm \sigma_T$$

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS E INCERTEZA SISTEMÁTICA RESIDUAL

Algarismo significativo: algarismo significativo em um número pode ser entendido como cada algarismo que, individualmente tem um significado quando o número é escrito na forma decimal. Zeros a esquerda não são algarismos significativos.

Como existe uma incerteza associada a cada resultado experimental, isto significa que todos os algarismos à direita de um certo algarismo não são significativos pois a incerteza em cada algarismo diminui à medida que caminhamos para a direita.

Se para um determinado algarismo A a probabilidade de ele ser correto é a mesma que para qualquer número entre 0 e 9 , então este algarismo não tem significado.

Incerteza sistemática residual: erros sistemáticos que não possam mais ser reduzidos ou corrigidos no final do experimento são chamados de erros sistemáticos residuais e as incertezas correspondente a estes erros são chamadas de incertezas sistemáticas residual.

Obs: as incertezas sistemáticas residuais devem ser tratadas estatisticamente.

INCERTEZA PADRÃO

Incerteza padrão: o quadrado da incerteza padrão pode ser definido como sendo igual a soma dos quadrados do desvio padrão da média mais o quadrado da incerteza sistemática residual, ou seja:

$$\sigma_p^2 = \sigma_m^2 + \sigma_r^2$$

INCERTEZA
PADRÃO

DESVIO
PADRÃO DA
MÉDIA

INCERTEZA
SISTEMÁTICA
RESIDUAL.

PRECISÃO E ACURÁCIA

 **Precisão:** Esta palavra está relacionada com os erros estatísticos. Assim sendo, um instrumento preciso produz medidas com baixo desvio padrão.

 **Acurácia:** A acurácia ou exatidão refere-se ao erro total que é a soma dos erros estatísticos mais os erros sistemáticos

ESTIMATIVA DA INCERTEZA SISTEMÁTICA RESIDUAL

O desvio padrão da média está relacionado com os erros estatísticos e pode ser determinado pelas fórmulas mostradas anteriormente. Por outro lado, os erros sistemáticos residuais são bem mais difíceis de serem determinados e não existe nenhum método padrão bem conhecido e aceito por todos para determiná-los.

Um procedimento bastante utilizado para determinar as incertezas sistemáticas residuais consiste na determinação do nível máximo admissível para o erro que, em termos práticos implica em estimar um limite para o erro com confiança de 95%. Este limite, em alguns casos, é considerado como sendo igual a menor divisão da escala do instrumento de medida. Portanto podemos escrever que:

$$\sigma_r = \frac{L_r}{2} \quad \text{Onde } L_r \text{ é o limite do erro}$$

NÚMEROS DE ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS NA INCERTEZA PADRÃO

● Não existe uma regra bem clara para a quantidade de algarismos para indicar a incerteza padrão. A tendência atual é indicar a incerteza padrão com dois algarismos além dos zeros a esquerda. Porém muitos físicos utilizam **1** ou **2** conforme o caso. A regra é então:

- a) a incerteza padrão deve ser escrita com dois algarismos se o número começa com **1** ou **2**;
- b) a incerteza pode ser escrita com **1** algarismo se o número começa com **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, **8** ou **9**;
- c) a incerteza pode sempre ser escrita com **2** algarismos

TRATAMENTO DE DADOS (REVISÃO)

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Medições do período de um pêndulo com um cronômetro digital: O tempo para cada 10 oscilações de um pêndulo foi medido 8 vezes usando um cronômetro digital. Os resultados da medição estão na tabela abaixo:

n	Δt_i (s)	T_i (s)
1	32,75	3,275
2	32,40	3,240
3	29,82	2,982
4	30,22	3,022
5	31,57	3,157
6	31,59	3,159
7	30,02	3,002
8	31,95	3,195

VALOR MÉDIO

$$\bar{T} = 3,1290s$$

DESVIO PADRÃO

$$\sigma = 0,113s$$

DESVIO DA MÉDIA

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,113}{\sqrt{8}} = 0,040s$$

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = \frac{25,032}{8}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{T} - T_i)^2}$$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Neste tipo de experimento um possível erro sistemático que pode ocorrer é do tipo observacional, por exemplo se o observador dispara o cronômetro sempre atrasado. Como o tempo de reação humana é da ordem de **0,1s** pode existir um erro sistemático desta ordem. Considerando que podem existir erros tanto no acionamento quanto na parada do cronômetro podemos admitir que um limite total para o erro sendo de **0,5s** para **10** oscilações. Assim o período vale:

$$L_r = \frac{0,5}{10} = 0,05s \quad \sigma_r = \frac{L_r}{2} = 0,025s$$

INCERTEZA PADRÃO $\sigma_p = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_r^2} = 0,047s$

RESULTADO FINAL $T = 3,129 \pm 0,047s$ $T = 3,13 \pm 0,05s$

$$T = 3,1 \pm 0,1s$$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Medições da força eletromotriz de uma pilha: A força eletromotriz de uma pilha foi medida 6 vezes com um voltímetro digital cuja acurácia na escala utilizada é melhor que 0,5% conforme indicado pelo fabricante. Os resultados da medição estão na tabela abaixo:

n	V_i (V)
1	1,572
2	1,568
3	1,586
4	1,573
5	1,578
6	1,581

VALOR MÉDIO

$$\bar{V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i = 1,5763V$$

DESVIO PADRÃO

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{V} - V_i)^2} = 0,0066V$$

DESVIO DA MÉDIA

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,0027V$$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO (CONTINUAÇÃO)

Como podem existir erros sistemáticos de até 0,5% no valor médio, isto implica que:

$$L_r = \frac{0,5}{100} \cdot 1,5763 = 0,0080V$$

$$\sigma_r = \frac{L_r}{2} = 0,0040V$$

INCERTEZA PADRÃO

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_r^2} = 0,0048V$$

RESULTADO FINAL

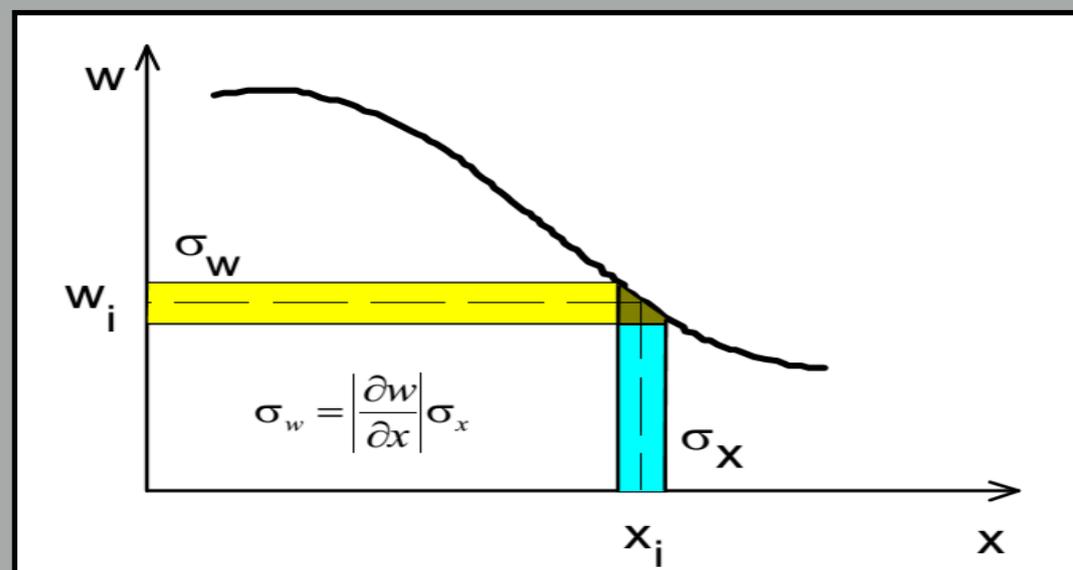
$$V = 1,5763 \pm 0,0048V$$

$$V = 1,576 \pm 0,005V$$

$$\boxed{V = 1,58 \pm 0,01V}$$

PROPAGACÃO DE INCERTEZAS DE GRANDEZAS NÃO CORRELACIONADAS

Dada uma função $w = w(x, y, z)$ onde x, y, z são grandezas experimentais que possuem incertezas, independentes entre si σ_x ; σ_y ; σ_z . Pergunta-se qual é o valor de σ_w .



$$\sigma_w^2 = \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \sigma_z^2$$