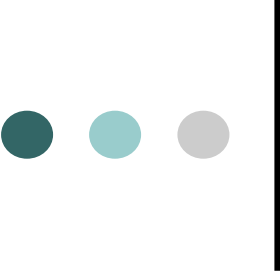


# Probabilidade

Distribuição de Poisson



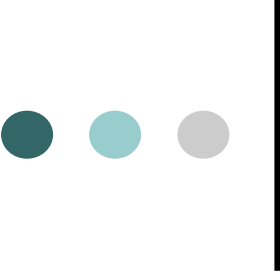
# Distribuição de Poisson

Distribuição discreta de probabilidade aplicável a ocorrências de um evento em um intervalo especificado



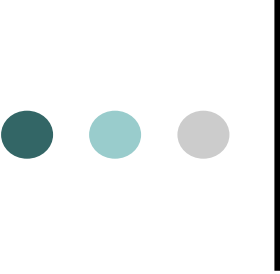
# Exemplos

- usuários de computador ligados à Internet
- clientes chegando ao caixa de um supermercado
- acidentes com automóveis em uma determinada estrada
- Número de carros que chegam a um posto de gasolina
- Número de aviões seqüestrados em um dia
- Número de falhas em componentes por unidade de tempo
- Número de requisições para um servidor em um intervalo de tempo  $t$
- Número de peças defeituosas substituídas num veículo durante o primeiro ano de vida



# Distribuição de Poisson

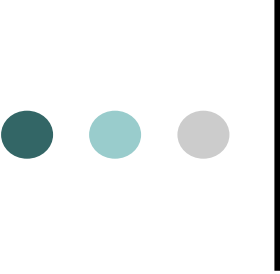
- Em todas estas situações, temos um conjunto de ocorrências que satisfazem as seguintes condições:
  - o número de ocorrências de um evento em um intervalo de tempo (espaço) é independente do número de ocorrências do evento em qualquer outro intervalo disjunto – ocorrências independentes umas das outras
  - a probabilidade de duas ou mais ocorrências simultâneas é praticamente zero
  - o número médio de ocorrências por unidade de tempo (espaço) é constante ao longo do tempo (espaço) – ocorrências distribuídas uniformemente sobre o intervalo considerado
  - o número de ocorrências durante qualquer intervalo depende somente da duração ou tamanho do intervalo; quanto maior o intervalo, maior o número de ocorrências



# Distribuição de Poisson

## Portanto:

- A variável aleatória  $x$  é o nº de ocorrências do evento no intervalo
- O intervalo pode ser o tempo, a distância, a área, o volume ou outra unidade análoga



# Distribuição de Poisson

- Esta distribuição representa a probabilidade de que um evento ocorra um no especificado de vezes em um intervalo de tempo (espaço), quando a taxa de ocorrência é fixa

$$P(x) = \frac{\mu^x \cdot e^{-\mu}}{x!}$$

- $x$  = v. a. nº de ocorrências do evento em um intervalo
- $\mu$  = taxa de ocorrência do evento  $x$  (nº esperado de eventos)
- $e \approx 2,71828$  (constante natural)



# Exemplo

Uma central telefônica tipo PABX recebe uma média de 5 chamadas por minuto. Qual a probabilidade deste PABX não receber nenhuma chamada durante um intervalo de 1 minuto?

$$P(X = 0) = \frac{5^0 \cdot e^{-5}}{0!} = e^{-5} = 0,0067$$

$X$  = v. a. n° de chamadas em um intervalo de tempo

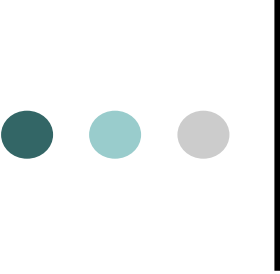
$\mu$  = taxa de ocorrência de chamadas (n° esperado de chamadas)



# Reforçando....

- A distribuição de Poisson exige que:
  - a variável aleatória  $x$  seja o nº de ocorrências de um evento em um intervalo
  - as ocorrências sejam aleatórias
  - as ocorrências sejam independentes umas das outras
  - as ocorrências tenham a mesma probabilidade sobre o intervalo considerado



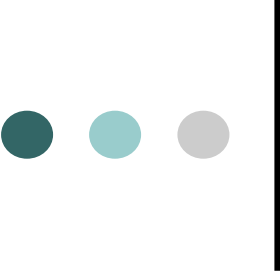


# Distribuição de Poisson

- Os parâmetros da Distribuição de Poisson são:

*média* :  $\mu$

*desvio – padrão* :  $\sigma = \sqrt{\mu}$



# Distribuição de Poisson

- A distribuição de Poisson DIFERE DA Distribuição Binomial em dois aspectos:
  - a binomial é afetada pelo tamanho da amostra  $n$  e pela probabilidade  $p$ , enquanto a Poisson é afetada apenas pela taxa de ocorrência (média)  $\mu$
  - em uma binomial, os valores possíveis da variável aleatória  $x$  são  $0, 1, 2, \dots, n$  (limite máximo), enquanto que em uma Poisson os valores possíveis de  $x$  são  $0, 1, 2, 3 \dots$  (sem limite superior)



# Observação Final

- Podemos utilizar a Distribuição de Poisson como uma aproximação da Distribuição Binomial quando:
  - “n” é grande e “p”, muito pequeno
    - $n \geq 100$  e  $n.p \leq 10$  (regra empírica)
- Ao utilizarmos Poisson como aproximação da Binomial, podemos achar o valor de  $\mu$  pela fórmula:
  - $\mu = n \cdot p$