

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ

Introdução: A experiência de Franck-Hertz foi a primeira a mostrar o comportamento discreto dos estados de um átomo. Este experimento foi realizado em 1914, um ano após Bohr propor seus postulados para explicar o comportamento do átomo de hidrogênio. Em 1925 James Franck e Ludwig Hertz receberam o prêmio Nobel de física por esse experimento.



## REVISÃO: O MODELO DE RUTHERFORD

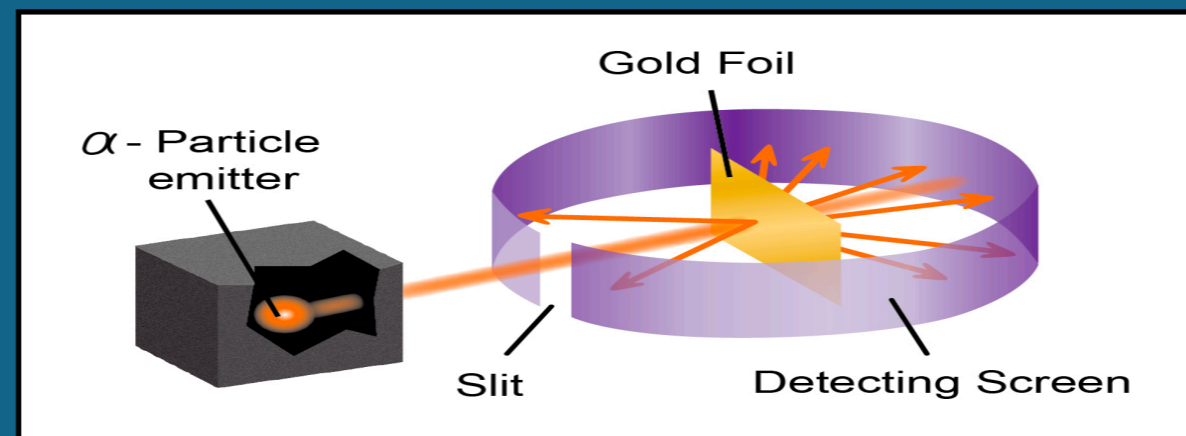
- “Modelo Planetário”

Cargas positivas (prótons) e cargas neutras (nêutrons) estão localizadas no núcleo do átomo. As cargas negativas (elétrons) estão girando ao redor do núcleo, como planetas, devido a força de atração coulombiana que é proporcional a

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

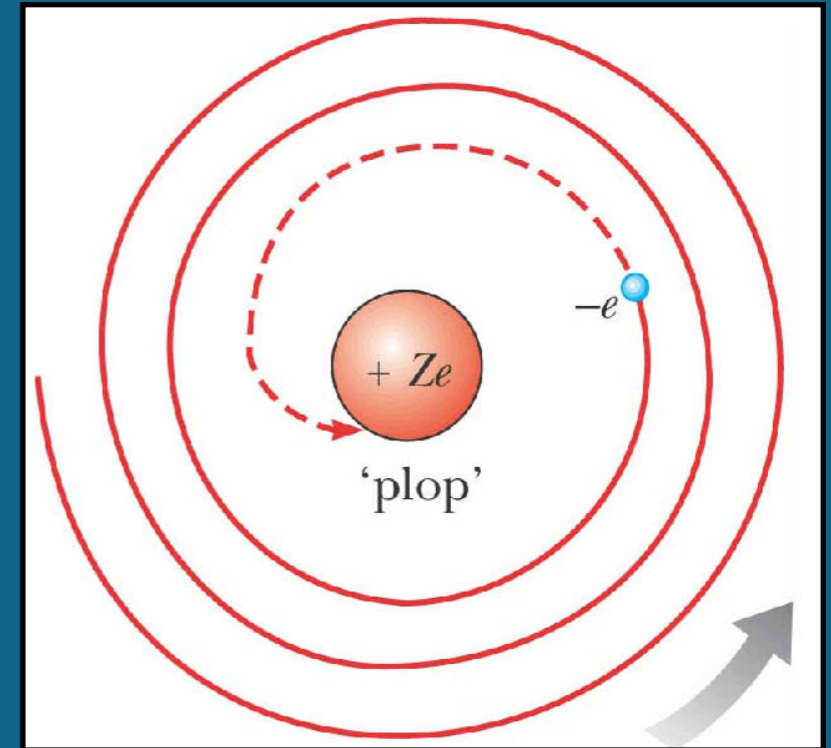
Dimensões:

Núcleo  $\sim 10^{-14}$  m  
 Átomo  $\sim 10^{-10}$  m



**EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ****(DIFICULDADES ENCONTRADAS NO MODELO DE RUTHERFORD)**

- Uma vez que o elétron se movimenta em órbitas circulares ele é constantemente acelerado, mesmo possuindo módulo de velocidade constante.
- Se existe aceleração então o elétron deve emitir radiação eletromagnética e conseqüentemente perder energia e, em um tempo finito ele deve cair no núcleo.
- Portanto, segundo a teoria clássica o modelo de Rutherford é instável



$$E_{total} = -\frac{(Z_e)e}{8\pi\epsilon_0 r}$$

**EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ****(DIFICULDADES ENCONTRADAS NO MODELO DE RUTHERFORD)**

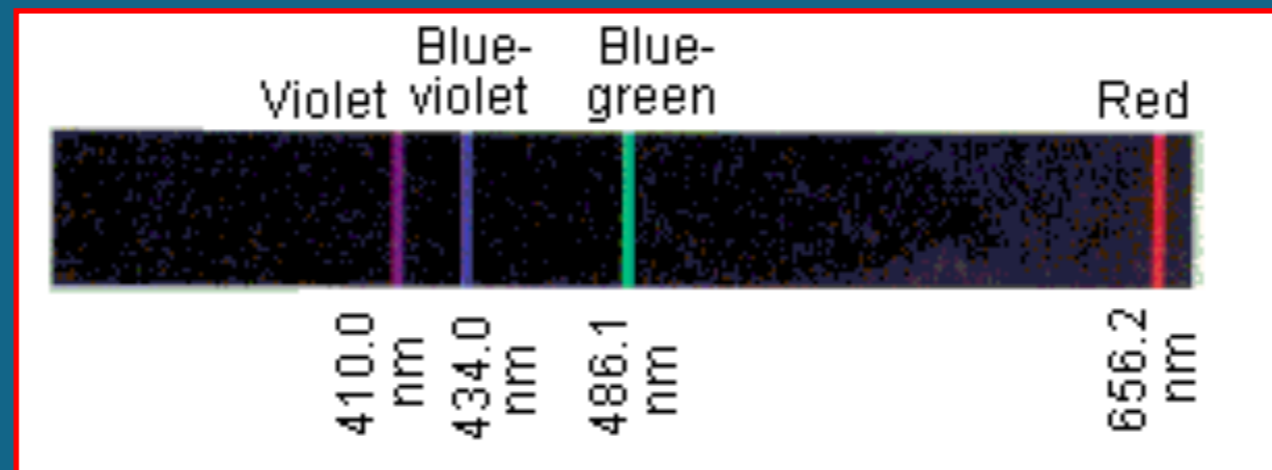
- Outra dificuldade do modelo de Rutherford é que a emissão eletromagnética, a medida que o elétron vai caindo no núcleo deveria ser contínua e não discreta, como é o caso. A aproximação clássica nos diz que o comprimento de onda da radiação eletromagnética deve ser da ordem de:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = \sqrt{\frac{e^2 c^2}{16\pi^3 \epsilon_0 m}} \frac{1}{r^{3/2}} \\ \lambda \sim \frac{1}{r^{3/2}} \end{array} \right.$$

- Como  $r$  diminui a medida que o elétron vai caindo no núcleo, o comprimento de onda deveria variar continuamente

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (ESPECTRO DO HIDROGÊNIO)

- A uma temperatura ambiente o hidrogênio não emite luz, porém quando aquecido a altas temperaturas emite luz na região do visível.
- Distintas linhas espectrais são observadas ao invés da emissão contínua prevista pela teoria clássica.
- Um exemplo de algumas dessas linhas espectrais pode ser visto na figura abaixo,



- Experimentalmente são observadas uma quantidade muito grande de linhas cujo os comprimentos de onda obedece a relação empírica de Rydberg-Ritz abaixo:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left\{ \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right\}$$

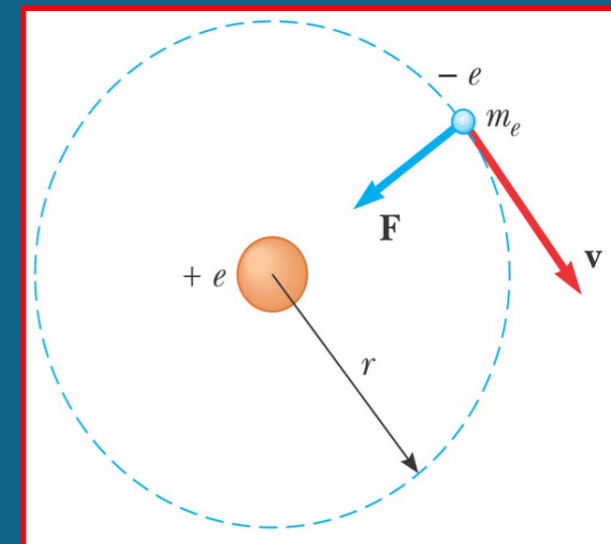
onde  $R_H = 1,0973732 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$  é conhecida como constante de Rydberg.  $k$  e  $n$  são números inteiros e  $n > k$ . Para  $k=2$  temos a conhecida série de Balmer cujas linhas emitem na região do visível.

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (POSTULADOS DE BOHR)

- Bohr começa supondo que o elétron se move ao redor do núcleo em órbitas circulares devido a força de atração eletrostática e assumia que um elétron poderia estar ligado ao núcleo atômico apenas com uma energia específica que dependeria do raio da órbita de acordo com a relação abaixo: Enquanto que, os modelos clássicos permitiam qualquer energia de ligação entre o elétron e o núcleo.

$$E_{total} = -\frac{(Z_e)e}{8\pi\epsilon_0 r}$$

- Postulado 1: somente algumas órbitas são estáveis. Essas órbitas definem um estado estacionário ou quase-estacionário. O elétron não emite radiação eletromagnética quando está em um desses estados (órbitas).
- Postulado 2: Se o elétron está inicialmente em uma órbita permitida (estacionária)  $i$  com energia  $E_i$  e transita para uma outra órbita permitida  $j$  com energia  $E_j$ , onde  $E_j < E_i$ , então durante o processo de transição será emitido um fóton com energia e frequência dada pelas relação ao lado:



$$h\nu = E_i - E_j$$

$$\nu = \frac{E_i - E_j}{h}$$

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ

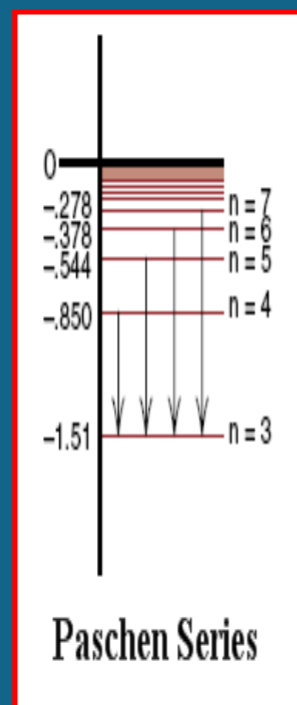
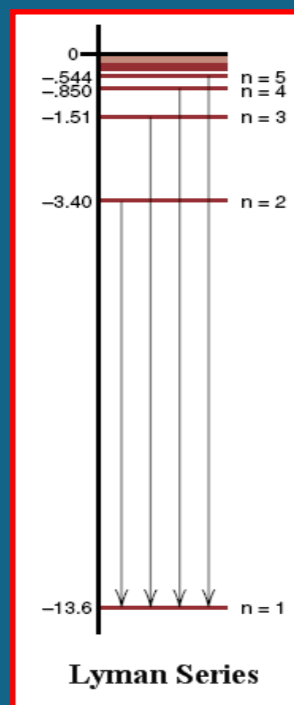
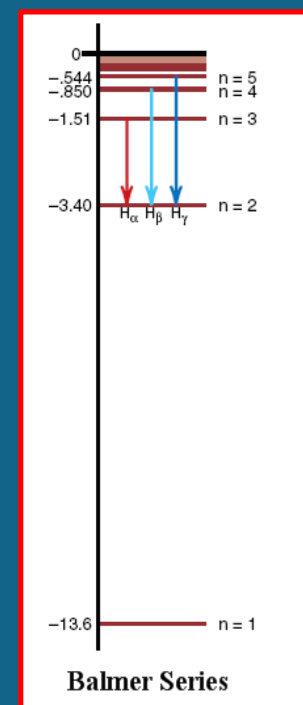
### (POSTULADOS DE BOHR E ESPECTRO DO HIDROGÊNIO)

- Postulado 3: o elétron só pode possuir orbitas para as quais o momento angular  $L$  assume valores discretos

$$L = mvr = n\hbar$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0}{ch} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

### ESPECTRO DO HIDROGÊNIO



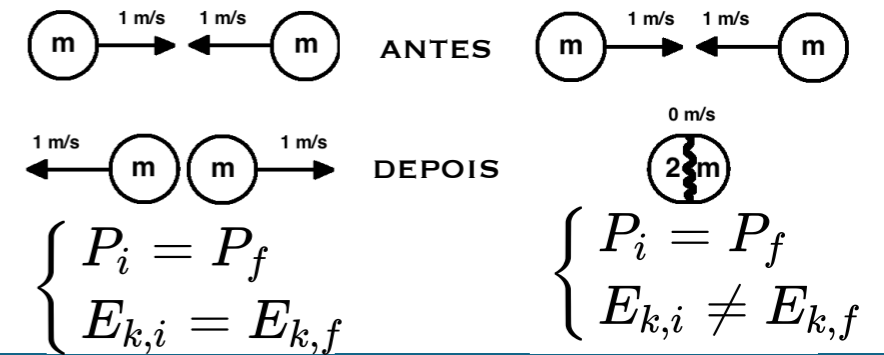
- Os postulados de Bohr preveem um espectro discreto consistente com o espectro do hidrogênio que é observado experimentalmente porém, será que esses postulados se aplicam aos demais átomos?
- A primeira comprovação experimental que os postulados de Bohr descrevem o comportamento de todos os átomos e não só os do hidrogênio foi obtido por Franck-Hertz em 1914 um ano após Bohr ter proposto esses postulados.

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (TIPOS DE COLISÕES)

### TIPOS DE COLISÕES EM MECÂNICA

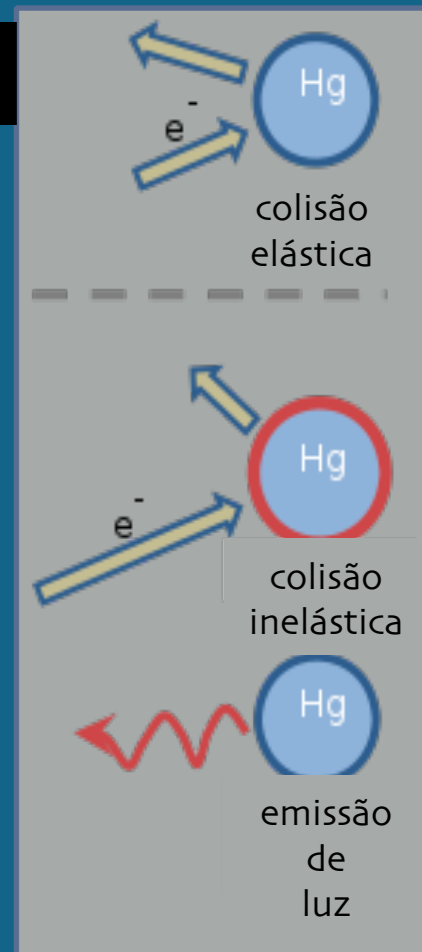
$$\left\{ \begin{array}{l} \textit{elásticas} : (\Delta E_k)_{sist} = 0; (\Delta E_{int})_{sist} = 0 \\ \textit{inelática} : (\Delta E_k)_{sist} \neq 0; (\Delta E_{int})_{sist} \neq 0; \end{array} \right.$$

### COLISÃO ELÁSTICA COLISÃO INELÁSTICA



### COLISÕES ENTRE ELÉTRONS E ÁTOMOS DE MERCÚRIO

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{Hg} \simeq 4 \cdot 10^4 m_e \\ \textit{elásticas} : (\Delta E_k)_e = \frac{4mM}{(m+M)^2} (E_{k_0})_e \implies (\Delta E_k)_e = 0; (\Delta E_{int})_{Hg} = 0 \\ \textit{inelática} : (\Delta E_k)_e \neq 0; (\Delta E_{int})_{Hg} \neq 0 \end{array} \right.$$



## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ

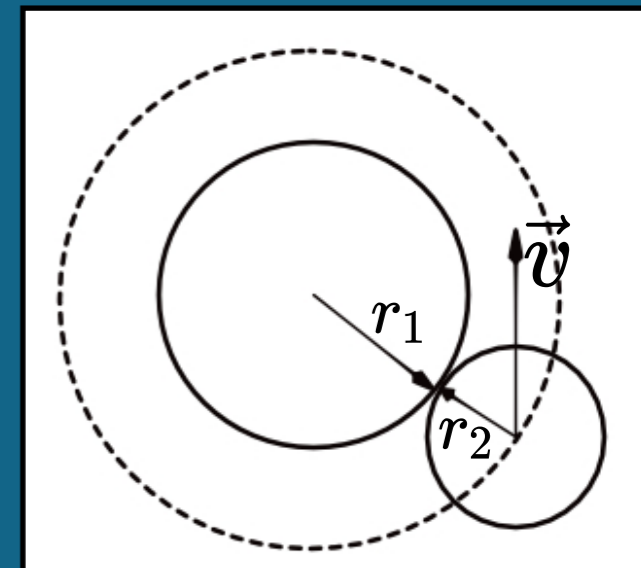
(GRANDEZAS FÍSICAS IMPORTANTES QUE CARACTERIZAM AS COLISÕES)

**SEÇÃO DE CHOQUE:** CARACTERIZA A PROBABILIDADE DE UMA COLISÃO ACONTECER. ELA É NUMERICAMENTE IGUAL A ÁREA DE CONTATO GERADA PELAS DUAS PARTÍCULAS E SUA UNIDADE DE MEDIDA É  $[m^2]$ .

$$\sigma = \pi(r_1 + r_2)^2 \quad \text{SE} \quad r_1 \gg r_2 \quad \text{ENTÃO} \quad \sigma = \pi(r_1)^2$$

**LIVRE CAMINHO MÉDIO:** REPRESENTA A DISTÂNCIA MÉDIA PERCORRIDA PELA PARTÍCULA ENTRE DUAS COLISÕES CONSECUTIVAS. SUA UNIDADE DE MEDIDA NO S.I. É  $[m]$ . PARA UM GÁS, O LIVRE CAMINHO MÉDIO DEPENDE DA TEMPERATURA, DA PRESSÃO, DA SEÇÃO DE CHOQUE E É SER EXPRESSO PELA RELAÇÃO ABAIXO.

$$\lambda = \frac{k_B T}{p \sigma}$$



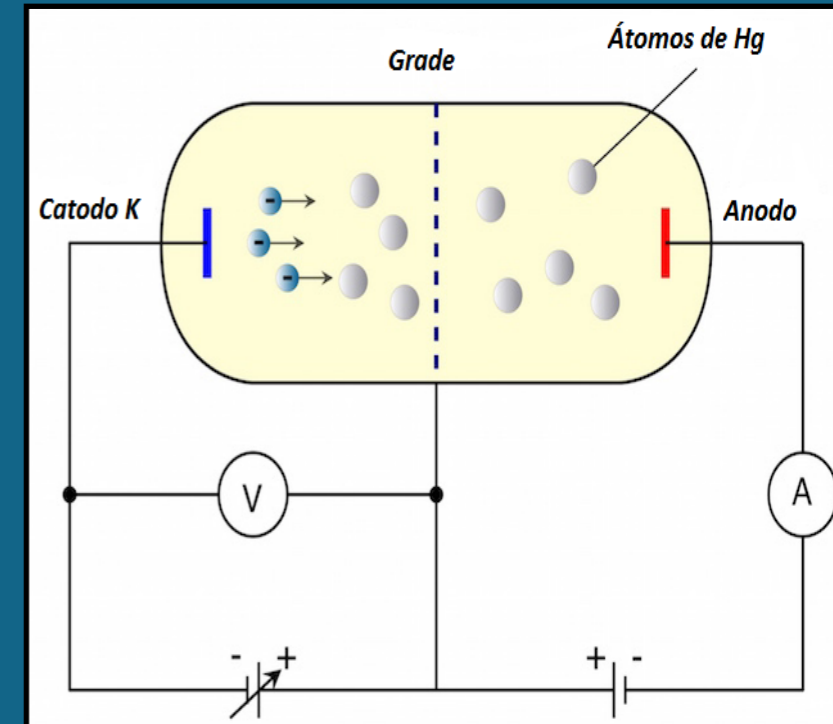


## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO SIMPLES)

- Introdução:
- Para colisões inelásticas entre elétrons e átomos ocorre a transferência de energia do elétron para o átomo.
- Os elétrons podem, a princípio possuir qualquer valor de energia cinética.
- Se a energia interna do átomo pode variar de forma contínua, então de acordo com a lei da conservação da energia, durante uma colisão o elétron pode transferir qualquer valor de energia para o átomo.
- Se os estados de energia do átomo são discretos então a energia interna do átomo, durante uma colisão pode mudar somente de forma discreta e essa variação de energia será igual a energia transferida pelo elétron durante a colisão inelástica e que é igual diferença de energia entre dois estados estacionários do átomo.
- Se medirmos a energia que o elétron consegue transferir ao átomo durante uma colisão inelástica será possível obter a diferença de energia do átomo para dois estados estacionários.

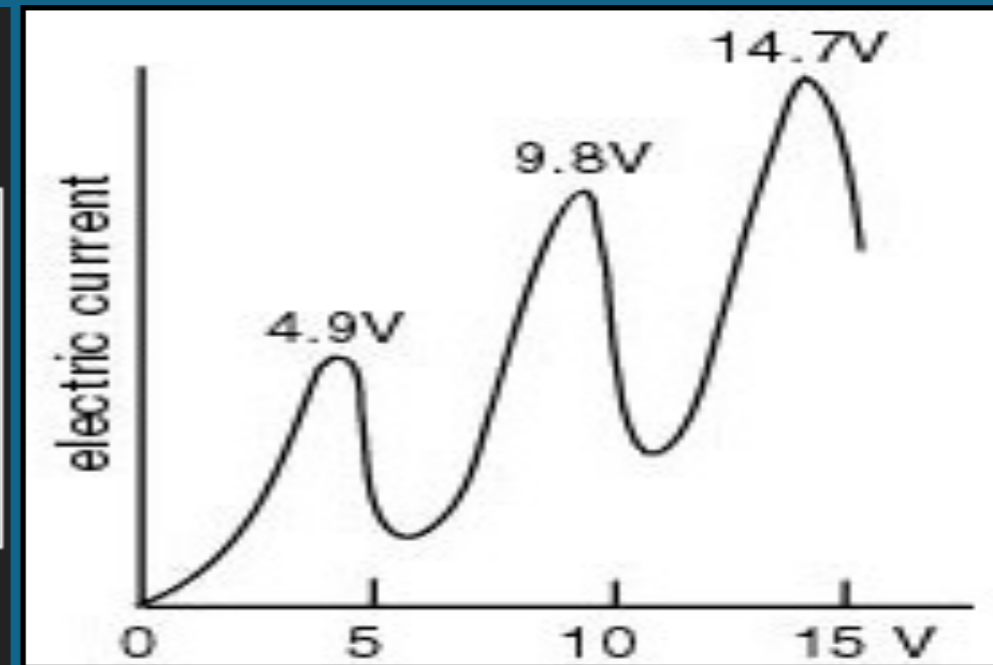
## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO SIMPLES)

- Arranjo experimental: Um filamento de tungstênio instalado no interior de um tubo, que contém vapor de mercúrio, emite elétrons quando é aquecido.
- Um potencial positivo  $V_A$  é aplicado entre o catodo e a grade do tubo de Franck-Hertz produzindo a aceleração dos elétrons. Esses elétrons vão adquirir uma energia cinética igual a:  $E_K = eV_A$



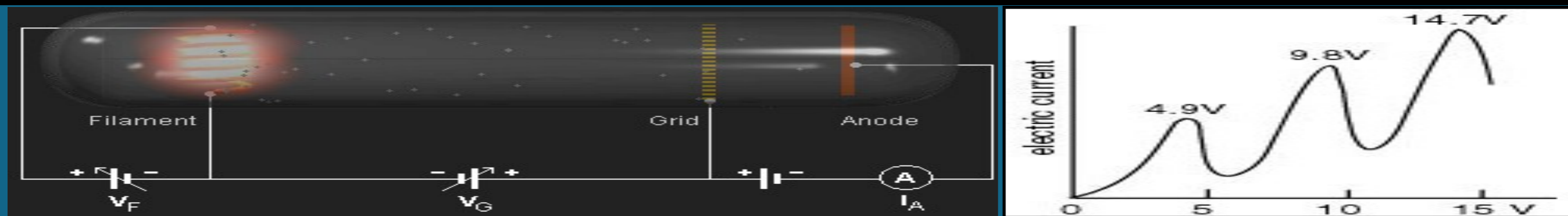
- Um potencial negativo  $V_R$  é aplicado entre a grade e o anodo fazendo com que somente os elétrons com suficiente energia cinética atinjam o anodo.
- Os elétrons que atingem o anodo produzem uma corrente que é registrada por um amperímetro.
- Se  $V_R > V_A$  nenhum elétron chegará ao anodo e portanto a corrente será nula.
- Se  $V_R < V_A$  e o tubo possui um bom vácuo, então a maioria dos elétrons atingirá o anodo com uma energia igual a:  $E_K = e(V_A - V_R)$ .

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO SIMPLES)



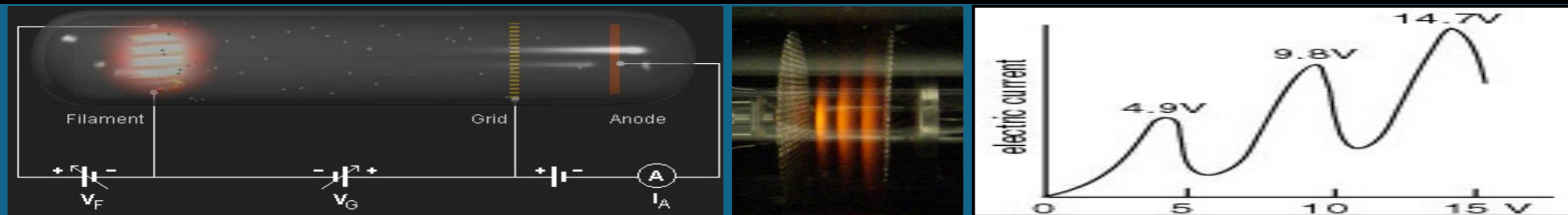
- Em seu experimento Franck e Hertz observaram uma forte dependência da corrente no anodo com a tensão aceleradora da grade. Inicialmente a corrente cresce com a tensão aceleradora, como era esperado em um tubo a vácuo. Porém quando a  $V_A$  atingia o valor de 4,9 V a corrente no anodo inesperadamente começa a cair. Com o aumento de  $V_A$  a corrente volta a crescer novamente e quando atinge o valor em 9,8V torna a cair novamente.
- O gráfico acima mostra a dependência da corrente com o potencial acelerador. Os máximos das correntes estão espaçados igualmente e a diferença de potencial entre dois máximos consecutivos é de 4,9 V.

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO SIMPLES)



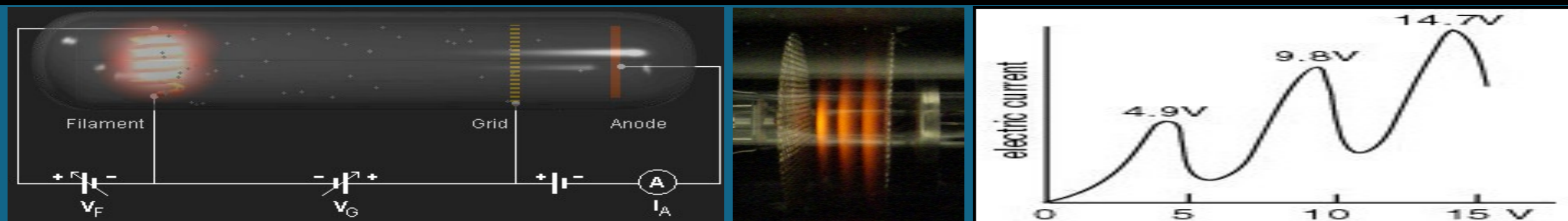
- Interpretação dos resultados: para podermos explicar o comportamento do gráfico acima é preciso considerar que, durante uma colisão dos elétrons com os átomos de Hg, esses átomos só podem absorver valores discretos de energia de valor igual a 4,9 eV. Se a energia dos elétrons é menor que 4,9 eV então a colisão destes elétrons com os átomos de Hg só pode ser elástica e esses elétrons passam pela grade com energia suficiente para atingir o anodo. Quando a diferença de potencial atinge o valor de 4,9 V, os elétrons começam a sofrer colisões inelásticas e transferem sua energia para os átomos de Hg que estão próximos da grade e já não conseguem vencer a barreira de potencial entre a grade e o anodo provocando uma redução na corrente registrada pelo amperímetro. Consequentemente, no anodo só chegarão elétrons que não sofreram colisões inelásticas.

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO SIMPLES)



- Quando a diferença de potencial atinge um valor tal que grande parte dos elétrons, após sofrer colisões inelásticas, adquirem energia suficiente para atravessar a barreira de potencial, então neste instante a corrente começa a crescer. Quando a diferença de potencial atinge o valor de  $9,8 \text{ eV}$ , os elétrons, após sofrer uma colisão inelástica chegam a grade com energia da ordem de  $4,9 \text{ eV}$ , suficiente para realizar uma segunda colisão inelástica. Após uma segunda colisão inelástica, o elétron perde praticamente toda a sua energia e não consegue chegar até o anodo e portanto a corrente cai novamente. De forma análoga se pode explicar o terceiro máximo. Desta forma podemos concluir que a diferença de energia entre os níveis fundamental e o mais próximo dele no átomo de mercúrio é de  $4,9 \text{ eV}$ , o que demonstra a natureza discreta dos estados de energia de um sistema atômico.

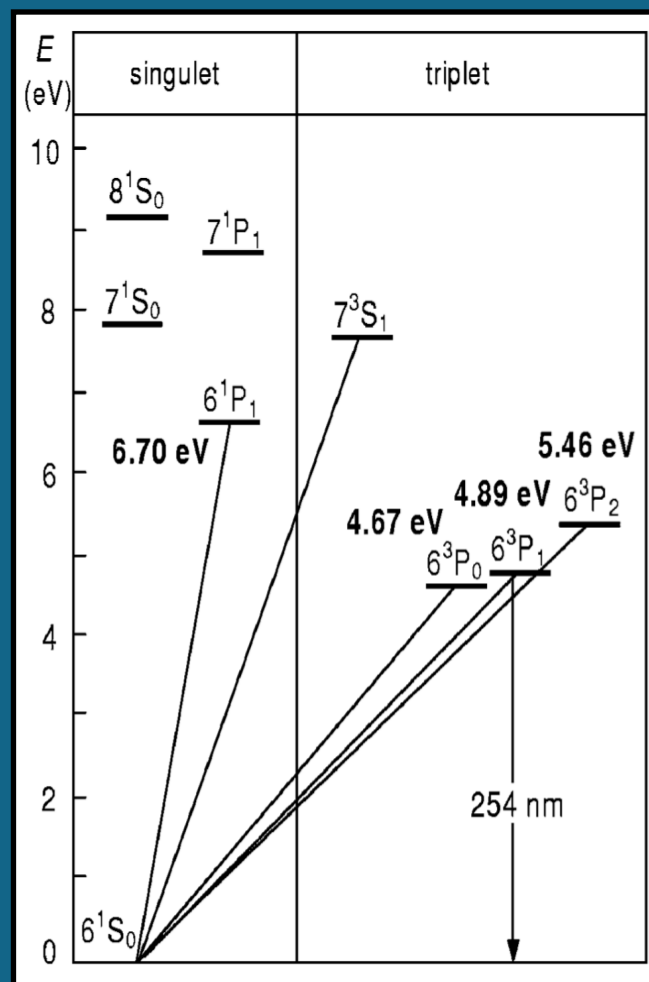
## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO SIMPLES)



- Conclusão: Os elétrons que possuem energia cinética pequena mudam de direção após colisões elásticas, mas não alteram sua velocidade. Os elétrons com maior energia perdem a maior parte de sua energia em colisões inelásticas. A energia cinética perdida é transferida para o átomo de mercúrio. O átomo é então excitado emitindo luz ao retornar ao seu estado original.
- Essa experiência, foi realizada inúmeras outras vezes com diferentes gases e em todas elas foi obtido uma curva semelhante a essa mostrada acima com um potencial ressonante. Para o potássio, o potencial foi de 1,63 V e para o sódio de 2,12 V. A presença de um potencial ressonante corresponde a uma transição do átomo a partir de seu estado fundamental para o estado excitado mais próximo do fundamental.

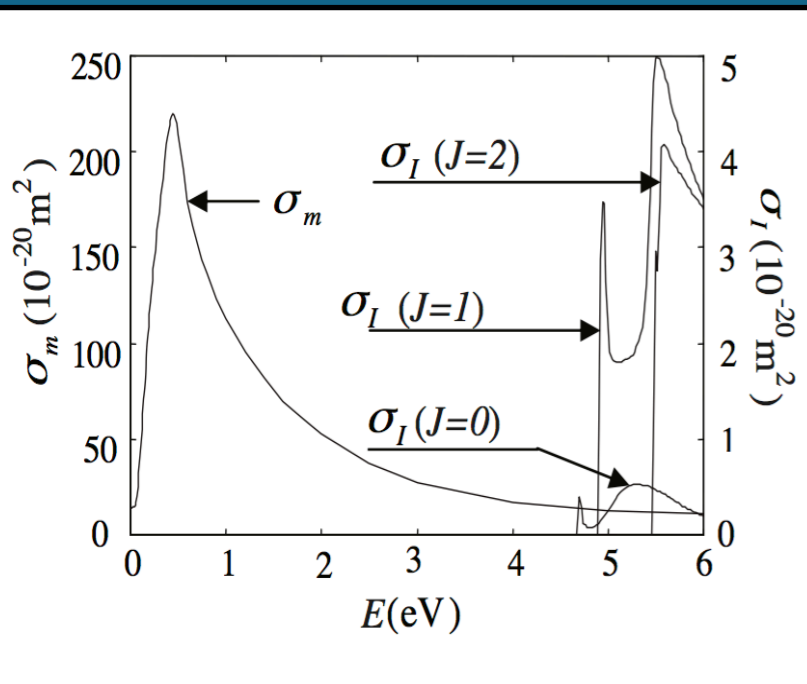
## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO MAIS REALISTA)

- Resultados experimentais mostram que o modelo simples, na melhor das hipóteses, é incompleto. Em particular, o intervalo de tensão entre os picos e os vales não corresponde a energia de transição atômica para os átomos de mercúrio. Normalmente, o intervalo observado depende de fatores como a temperatura, ordem dos picos e da geometria do tubo.

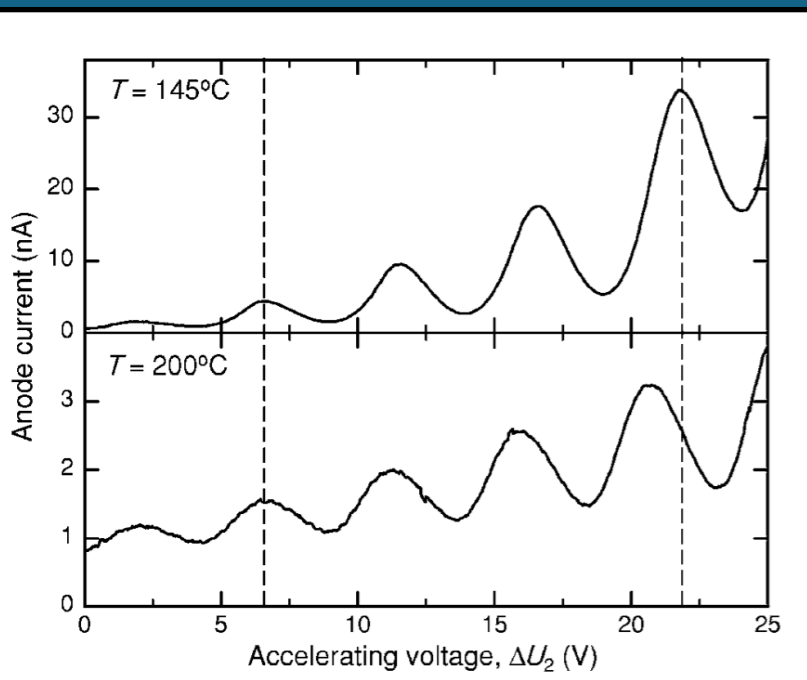


- A Figura ao lado mostra o diagrama dos níveis de energia para Hg. O modelo original assume que os picos e vales ocorrerão quando os elétrons tiverem energia suficiente para excitar o estado de mais baixa energia que corresponde a transição  $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_0$  cuja energia é de 4,67 eV. No entanto, a seção transversal para essa transição é relativamente pequena, então é plausível que alguns elétrons não colidem até ganhar energia suficiente para excitar um dos níveis mais altos de energia, cuja seção de choque é maior.

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO MAIS REALISTA)

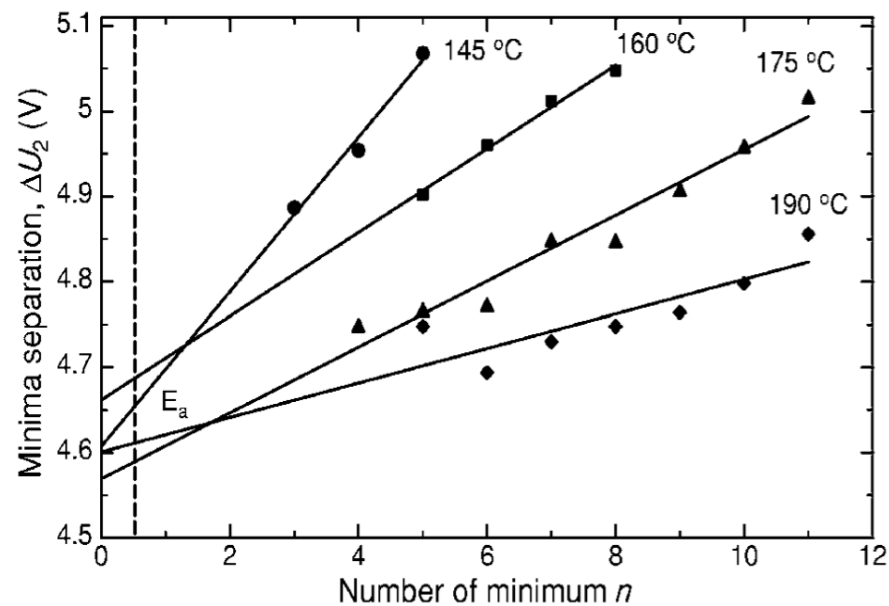


- Isso tenderia a deslocar o primeiro pico para região de mais altos valores de tensão e mais ainda, aumentar o intervalo entre os picos de tensões para os quais são observado as quedas de corrente.
- Os níveis de energia e as seções de choque são, naturalmente, independentes da temperatura, mas a densidade dos átomos de Hg aumenta rapidamente com a temperatura. Isso significa que a distância que os elétrons podem percorrer entre colisões inelásticas, (livre caminho médio  $\lambda$ ), torna-se mais curta à medida que a temperatura aumenta o que produz uma diminuição no espaçamento aparente dos picos e vales com o aumento da temperatura.

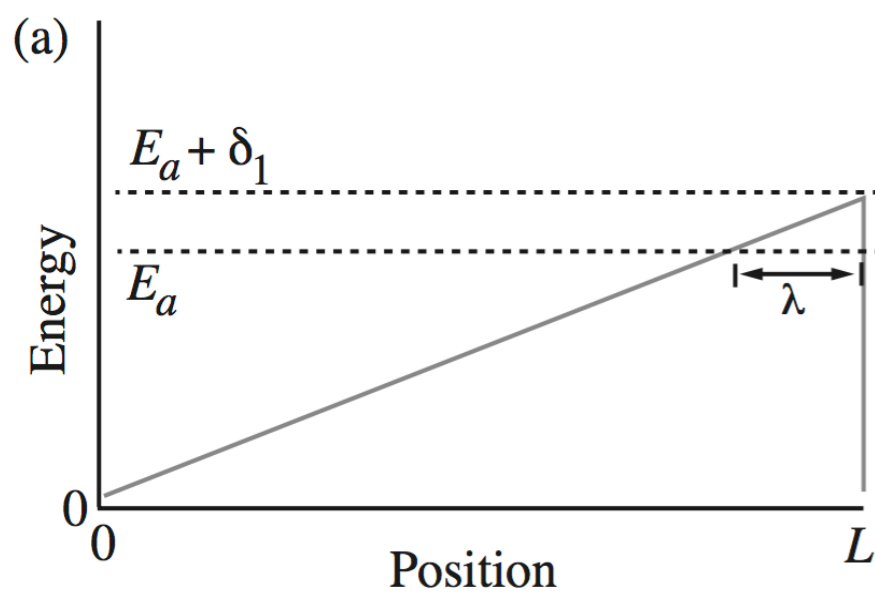




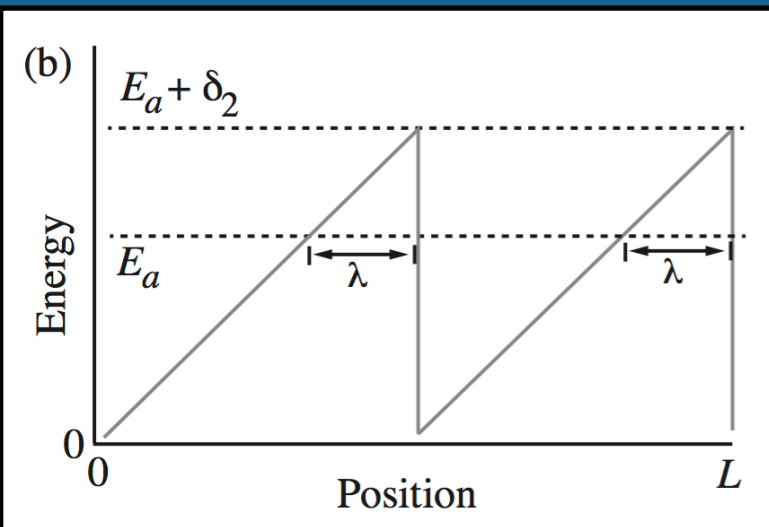
## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO MAIS REALISTA)



- A figura ao lado mostra a dependência do espaçamento entre dois picos consecutivos, para diferentes temperaturas, em função da ordem dos picos.
- Para tentar incluir esse efeito, vamos supor que o elétron seja acelerado até a energia de excitação  $E_a$  e depois percorra uma distância média  $\lambda$  (livre caminho médio) antes de colidir e perder a sua energia. Com isto, o elétron ganha uma energia adicional  $\delta_1$ , que é mostrada na figura abaixo. Isso tende a fazer com que a posição dos picos e vales dependa do parâmetro  $\lambda$ .
- A Figura abaixo lado mostra a situação para o primeiro mínimo, onde a colisão ocorre na grade quando o elétron atinge a energia  $E_a + \delta_1$ .



## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO MAIS REALISTA)



- No segundo mínimo, (figura ao lado), o elétron terá ganhado energia  $E_a + \delta_2$  duas vezes, com um  $\delta_2$  maior do que  $\delta_1$  devido ao campo elétrico mais intenso. A energia  $E_n$  para o  $n$ ésimo pico pode ser escrita da seguinte maneira:

$$E_n = n(E_a + \delta_n)$$

onde  $E_a$  é energia necessária para excitar o estado menos energético do Hg.

- Se a distância  $L$ , da grade até o catodo é muito maior que  $\lambda$ , então  $\delta_n$  pode ser aproximado:

$$\delta_n = n \frac{\lambda}{L} E_a$$

- Combinando as duas expressões acima obtemos que:

$$E_n = nE_a + n^2 \frac{\lambda}{L} E_a + E_{offset}$$

- O termo extra  $E_{offset}$  que foi adicionado depende do potencial de retardo, da função trabalho do catodo e da energia termoiônica dos elétrons que são emitidos pelo catodo.

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO MAIS REALISTA)

- Com essa expressão é possível calcular o espaço entre dois mínimos consecutivos na curva de Franck-Hertz. Ele tem a seguinte forma:

$$\Delta E(n) = E_n - E_{n-1} = \left| 1 + \frac{\lambda}{L} (2n - 1) \right| E_a$$

- Essa expressão mostra que a distância em energia entre dois máximos ou mínimos consecutivos cresce linearmente com a ordem  $n$ .
- Substituindo  $n=1/2$  na expressão acima, é possível encontrar a menor energia de excitação para o átomo de Hg.

$$E_a = \Delta E(n = 1/2)$$

- Este valor corresponde a distância entre dois mínimos extrapolado para  $n=1/2$ .

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (MODELO MAIS REALISTA)

- O livre caminho médio  $\lambda$  também pode ser obtido através da expressão anterior, ou seja:

$$\lambda = \frac{L}{2E_a} \frac{d}{dn} \Delta E(n)$$

- Outro parâmetro físico importante que pode ser encontrado nesse experimento é a seção de choque para a excitação do primeiro nível de energia do átomo de Hg. Essa expressão tem a seguinte forma:

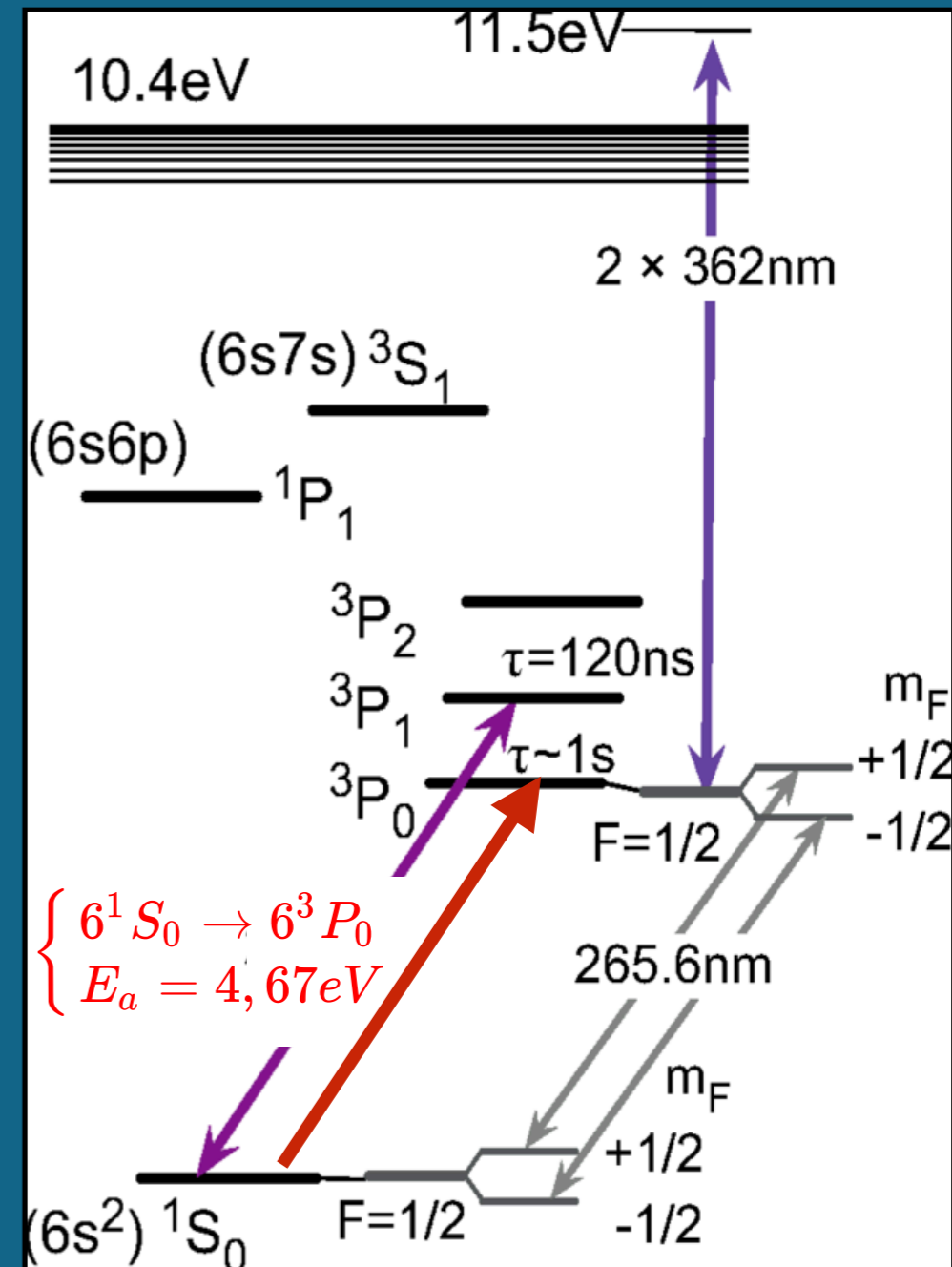
$$\sigma = \frac{k_B T}{p \lambda}$$

- onde  $k_B$  é a constante de Boltzmann,  $T$  a temperatura e  $p$  a pressão. Para uma temperatura de 300-500 K e uma pressão em Pa, a relação entre  $p$  e  $T$  tem a seguinte forma:

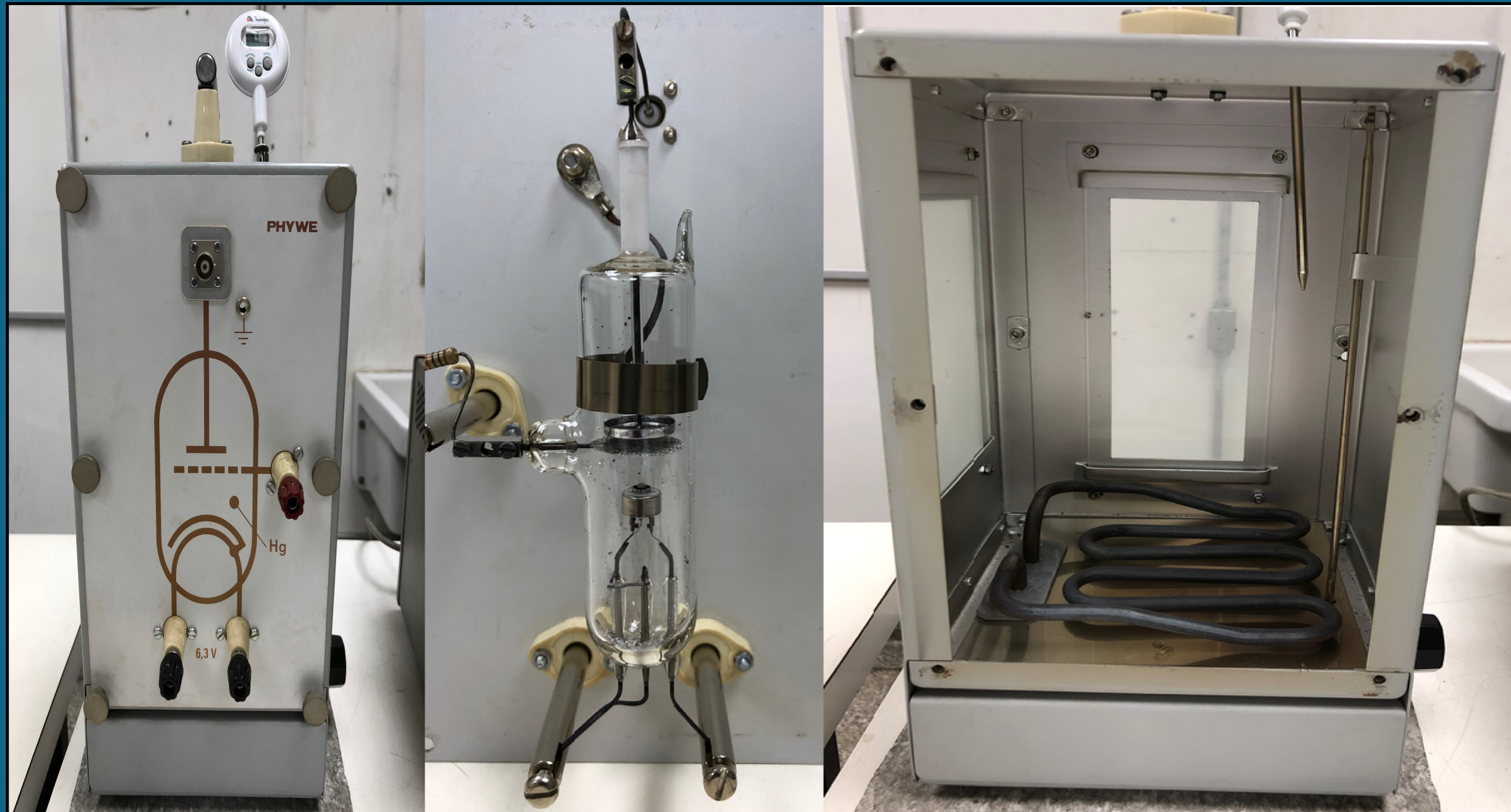
$$p = 8,7 \cdot 10^{(10,5 - 3110/T)}$$

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (OBJETIVO DO EXPERIMENTO)

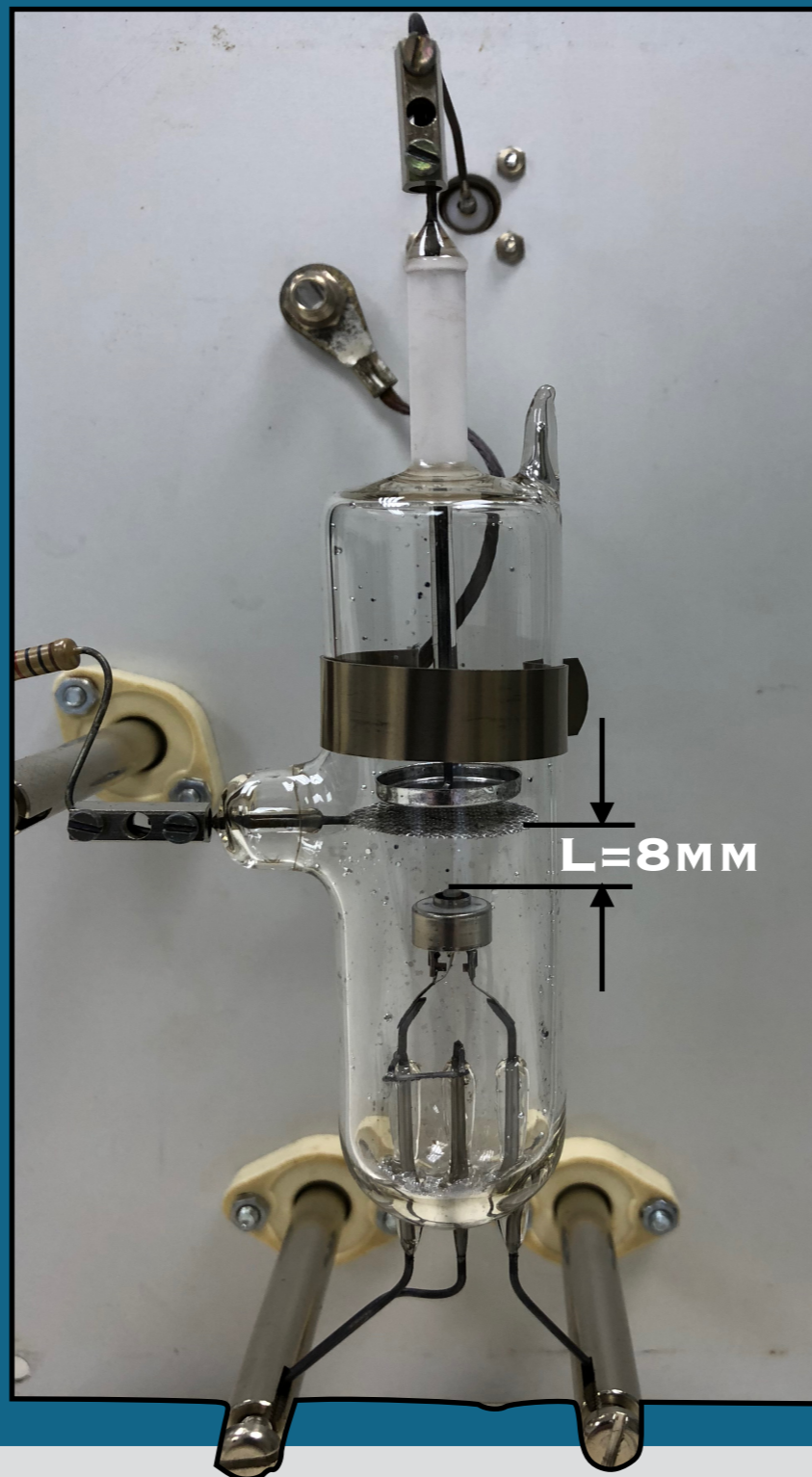
- Neste experimento usaremos um arranjo experimental similar ao do Franck-Hertz para investigar a quantização da energia absorvida pelo átomo de Hg assim como, tentaremos medir energia de excitação do estado de menor energia e a seção de choque para essa transição. Para o mercúrio a menor energia de excitação é igual a 4,67 eV e corresponde a transição



EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ  
(TUBO DE FRANCK-HERTZ + FORNO)

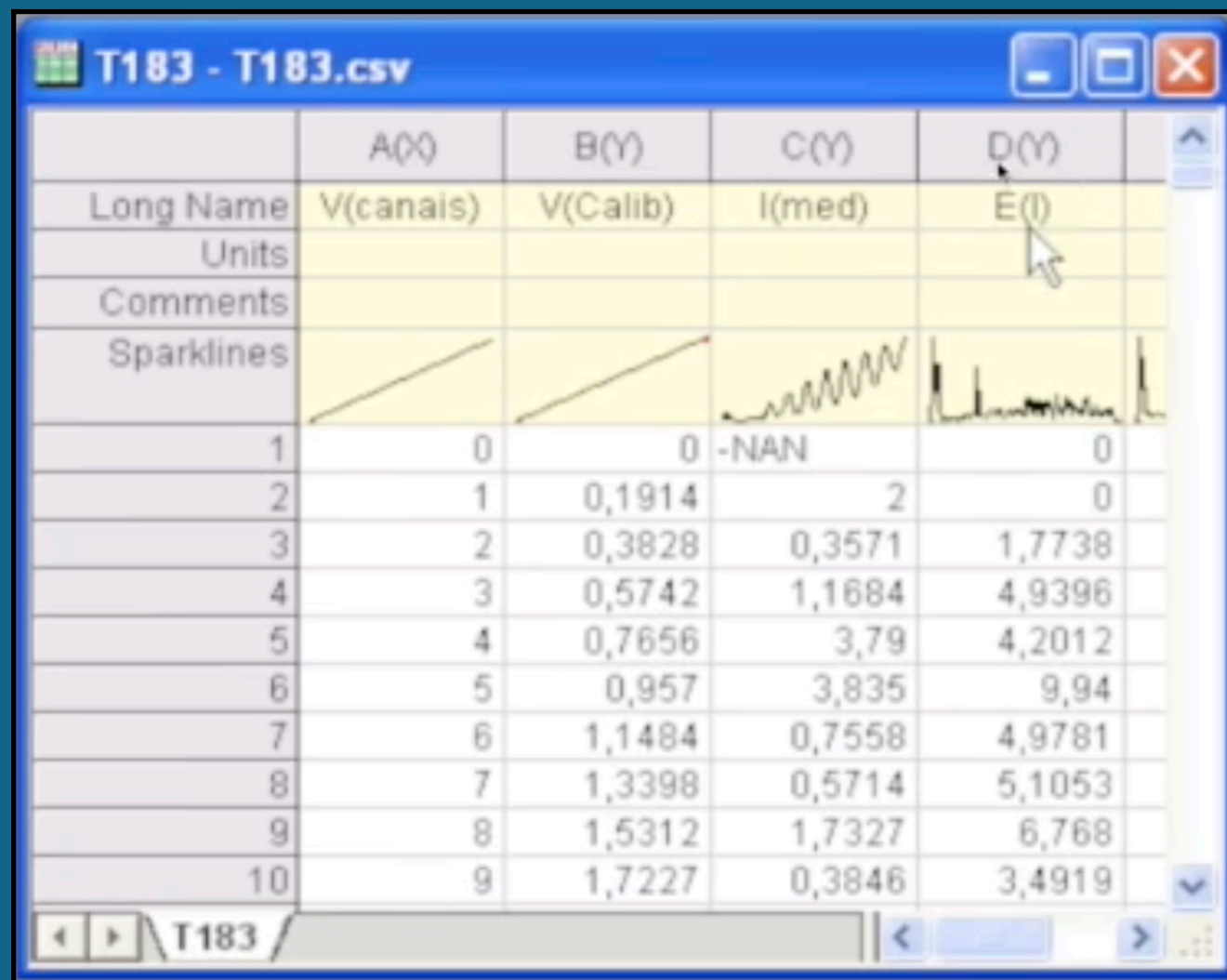


EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ  
(TUBO DE FRANCK-HERTZ)

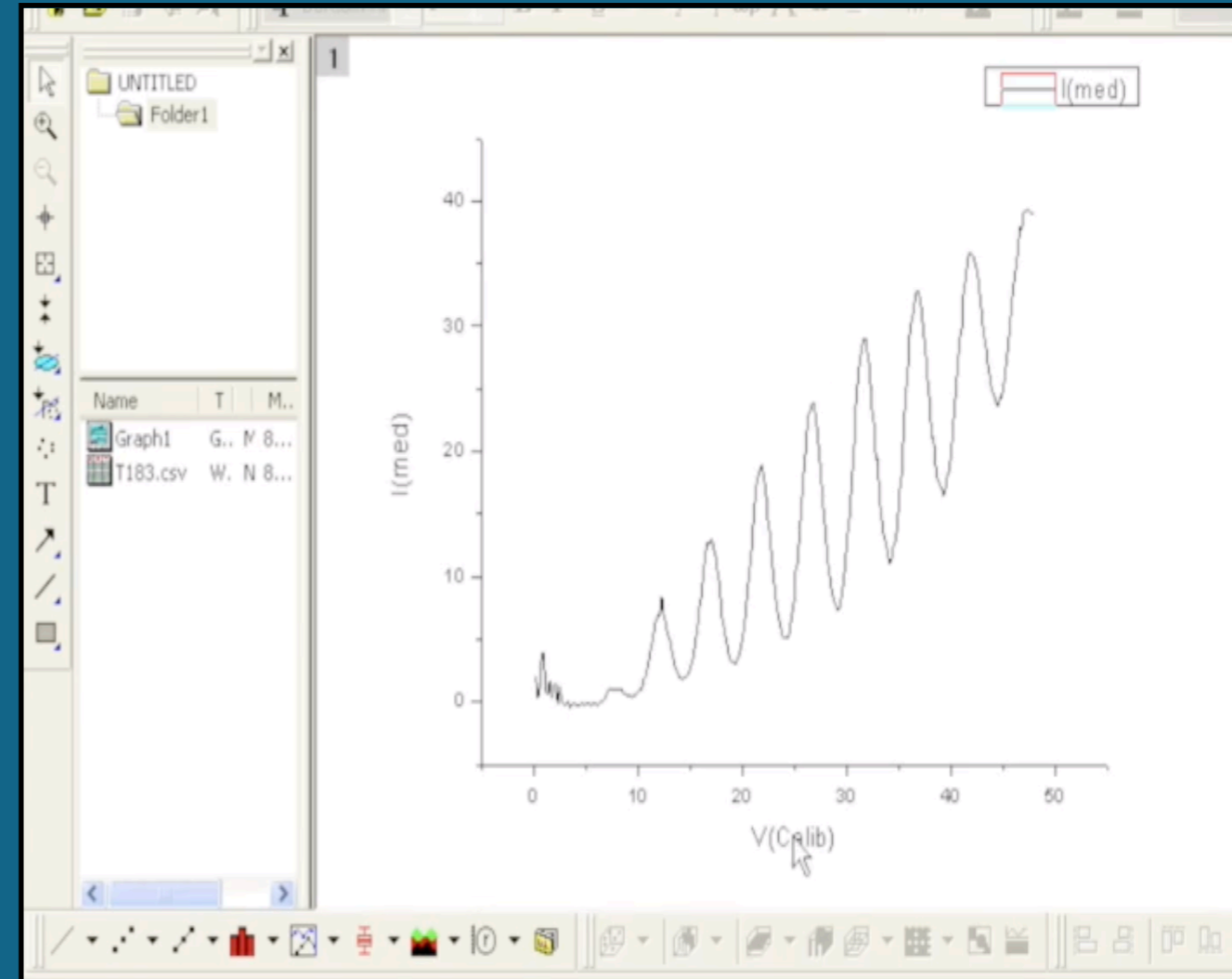


## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (ROTEIRO PARA CALIBRAÇÃO)

13) Importe os dados para o **Origin**. Mude a coluna **B(Y)** para **B(X)** e construa um gráfico das colunas **B(X)** por **C(Y)**.



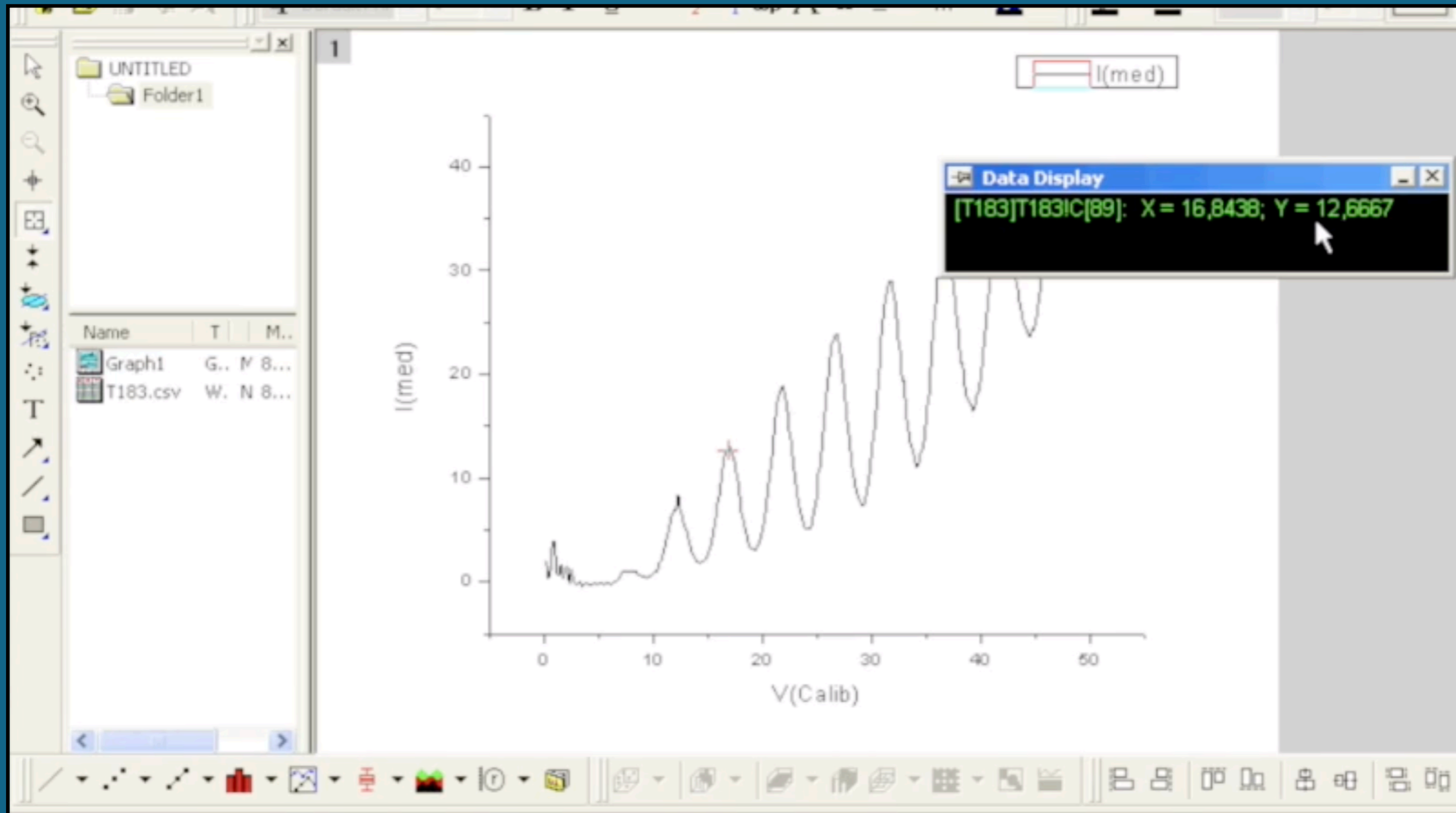
	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)
Long Name	V(canal)	V(Calib)	I(med)	E(l)
Units				
Comments				
Sparklines				
1	0	0	-NAN	0
2	1	0,1914	2	0
3	2	0,3828	0,3571	1,7738
4	3	0,5742	1,1684	4,9396
5	4	0,7656	3,79	4,2012
6	5	0,957	3,835	9,94
7	6	1,1484	0,7558	4,9781
8	7	1,3398	0,5714	5,1053
9	8	1,5312	1,7327	6,768
10	9	1,7227	0,3846	3,4919





## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (ROTEIRO PARA CALIBRAÇÃO)

14) Verifique se o espaçamento entre os picos é da ordem de 5 V.



## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (INFORMAÇÕES ADICIONAIS)

- Aparato experimental: Os principais equipamentos utilizados neste experimento são o tubo de Franck-Hertz, um forno elétrico utilizado para aquecer o tubo, um gerador de rampa para produzir o potencial de aceleração e um digitalizador de sinais.
- Tubo de Franck-Hertz: O tubo é de fabricação da Phywe e o modelo é 09086.93. Este modelo é constituído de um tubo a vácuo no qual uma gota de mercúrio foi adicionada antes de selar. Tais tubos, portanto, contêm vapor saturado de mercúrio a uma pressão que depende da temperatura do tubo. O modelo 09086.93 possui três eletrodos (catodo, anodo e grade) planos e paralelos que produzem um campo elétrico uniforme para acelerar os elétrons. O catodo é aquecido indiretamente com um eletrodo de aquecimento usando uma tensão nominal de 6.3 V. A grade é uma tela perfurada que está a 8 mm do cátodo e é mantida em um potencial positivo  $V_A$  relativo ao catodo para acelerar os elétrons termionicamente emitidos pelo catodo aquecido. O anodo é carregado negativamente em relação a grade com uma tensão  $V_R$ , que age para retardar os elétrons que passam pela grade.

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (INFORMAÇÕES ADICIONAIS)

- Forno elétrico: O forno é composto de um pequeno armário de aço com uma resistência elétrica cuja potência é de aproximadamente 300 watts, instalada na parte de baixo do armário para produzir um aquecimento uniforme do tubo. Através de um termostato é possível regular a temperatura do forno. Esse forno possui ainda um furo na parte superior para instalação de um termômetro.

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (FORMULÁRIO)

GRANDEZA FÍSICA	Fórmula p/ grandeza	Fórmula p/ incerteza
LIVRE CAMINHO MÉDIO [m]	$\lambda = \frac{L}{2E_a} \frac{d}{dn} \Delta E(n) \quad (1)$	$\sigma_\lambda^2 = \left( \frac{L}{2E_a^2} \cdot \frac{d}{dn} \Delta E \right)^2 \sigma_{E_a}^2 + \left( \frac{L}{2E_a} \right)^2 \sigma_{\frac{d\Delta E}{dn}}^2 \quad (2)$
SEÇÃO DE CHOQUE [m <sup>2</sup> ]	$\sigma = \frac{k_B T}{p\lambda} \quad (3)$	$\sigma_\sigma^2 = \left( \frac{k_B}{p\lambda} \right)^2 \sigma_T^2 + \left( \frac{k_B T}{p\lambda^2} \right)^2 \sigma_\lambda^2 \quad (4)$
PRESSÃO [Pa]	$P = 8,7 \cdot 10^{(10,5 - 3110/T)}$	PODE CONSIDERAR NULA A INCERTEZA NA PRESSÃO

## EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ (CONSTANTES FÍSICAS)

GRANDEZA FÍSICA	VALOR NUMÉRICO	Incerteza
DISTÂNCIA ENTRE O CATODO E A GRADE [M]	0,008	$\pm 0,000$
CONSTANTE DE BOLTZMANN [J/K]	$1,38 \cdot 10^{-23}$	$\pm 0,000$
CONSTANTE DE PLANCK [J.S]	$6,63 \cdot 10^{-34}$	$\pm 0,000$

### POSSÍVEIS TRANSIÇÕES PARA O HG A PARTIR DO ESTADO FUNDAMENTAL

$$\left\{ \begin{array}{l} 6^1 S_0 \rightarrow 6^3 P_0 \cdots E_a = 4,67 eV \\ 6^1 S_0 \rightarrow 6^3 P_1 \cdots E_a = 4,89 eV \\ 6^1 S_0 \rightarrow 6^3 P_2 \cdots E_a = 5,46 eV \end{array} \right.$$